NTNU

Institutt for elektroniske systemer,
IE-fakultetet,
Norge teknisk-naturvitenskapelige universitet

TFE4120 Elektromagnetisme

Øving 0

Denne øvingen inneholder noen matematiske verktøy fra vektoranalyse som er sentrale i elektromagnetismen. Notasjon: Vektorer skrives med fet font, f.eks $\mathbf{F}$, og enhetsvektorer med hatt, f.eks. $\hat{\mathbf{x}}$. For håndskrift anbefales i stedet henholdsvis $\vec{F}$ og $\hat{x}$. Som oppgave 1 viser, er det vesentlig å ikke slurve med vektornotasjon!

Øvingen er ment som repetisjon, og skal ikke leveres inn.

Oppgave 1

a) Flere typer linjeintegraler opptrer ofte i fysikken og matematikken. Noen av disse er

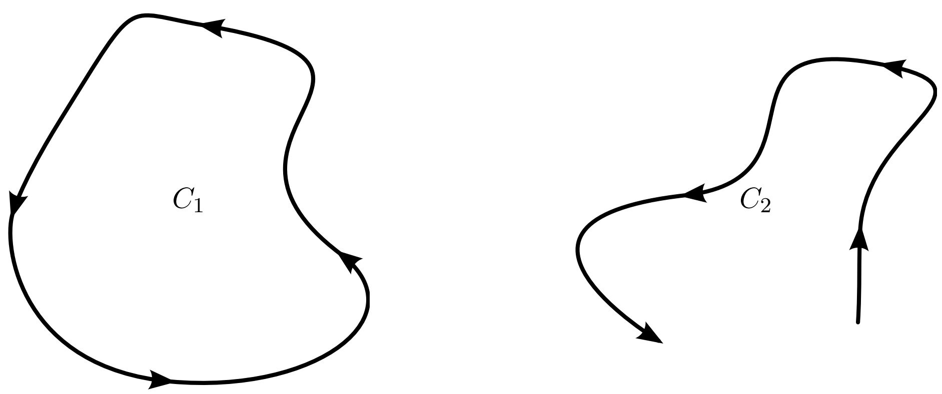
$$1)\ \int_C F \mathrm{d}l, \qquad 2)\ \int_C F \mathrm{d}\mathbf{l}, \qquad 3)\ \int_C \mathbf{F} \mathrm{d}l, \qquad 4)\ \int_C \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l}$$

Hvilke av integralene passer til de to følgende fysiske situasjoner:

i) Hvis massetettheten til en tråd er F, hva er den totale massen til tråden?

ii) Arbeid utført av en kraft $\mathbf{F}$ når et legeme forflyttes langs en kurve C.

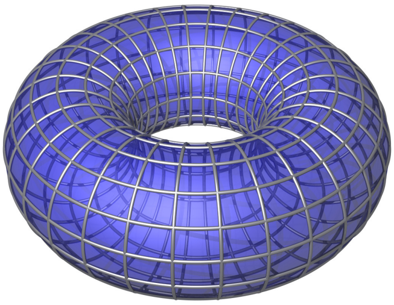
b) La nå $\mathbf{F}$ og F være konstanter ulik 0, og benytt integrasjonskurvene C_1 og C_2 fra figuren under. I hvilke av tilfellene 1)-4) blir integralet langs disse kurvene 0? Tegn inn d$\mathbf{l}$ for et par punkter på hver kurve.



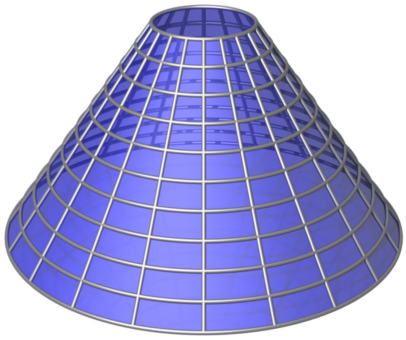
c) For overflateintegraler blir de tilsvarende integralene på formen

$$1)\ \int_S F \mathrm{d}S, \qquad 2)\ \int_S F \mathrm{d}\mathbf{S}, \qquad 3)\ \int_S \mathbf{F} \mathrm{d}S, \qquad 4)\ \int_S \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$$

Hvilke integraler blir null? Ta først utgangspunkt i torusen i figuren under, gjenta deretter for den åpne kjeglen.



Torus



Åpen kjegle (begge ender)

d) Hvordan er retningen for d$\mathbf{S}$ definert for torusen? Skisser d$\mathbf{S}$ i tre punkter.

e) Betrakt nå flaten S_1 definert av kurven C_1, i hvilken retning peker d$\mathbf{S}$ for S_1?

Oppgave 2

a) Definer følgende begrep, og forklar dem også med egne ord

i) Fluks

ii) Divergens

iii) Curl

iv) Konservativt felt

b) Skriv ned, og forklar kort med egne ord innholdet i følgende teoremer

i) Divergensteoremet

ii) Stokes teorem

Oppgave 3

a) Beregn integralet

$$I = \int_v (\nabla \cdot \mathbf{F}) \mathrm{d}v \tag{1}$$

hvor $\mathbf{F} = r\hat{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$ og volumet v er en kule med radius R plassert i origo:

i) Ved direkte utregning.

ii) Ved å benytte divergensteoremet.

b) Beregn kurveintegralet

$$I = \int_C \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l}, \tag{2}$$

hvor $\mathbf{F} = (xy^2 + 2y)\hat{\mathbf{x}} + (x^2y + 2x)\hat{\mathbf{y}}$,

i) langs kurven C_1 som består av de to rette linjene som forbinder punktene $(0,0)$, $(a,0)$ og (a,b), se figuren under.

ii) langs kurven C_2 som består av den rette linjen som forbinder punktene $(0,0)$ og (a,b), se figuren under.

iii) Disse svarene er like, hvorfor det? Forklar ved hjelp av Stokes teorem.