

SPØRSMÅLSBANK

LIGNINGSSYSTEMER OG MATRISER	89	SPØRSMÅL
KOMPLEKSE TALL	12	SPØRSMÅL
DIAGONALISERING AV MATRISER	28	SPØRSMÅL
DERIVASJON	28	SPØRSMÅL
INTEGRASJON	34	SPØRSMÅL
FØRSTEORDENS ODE-ER	21	SPØRSMÅL
ANDREORDENS ODE-ER	14	SPØRSMÅL
SYSTEMER AV ODE-ER	19	SPØRSMÅL

LIGNINGSSYSTEMER OG MATRISER

Hva "er"
 $2x - 3y = 1$?

- A) En sirkel
- B) En ellipse
- C) Ei rett linje gjennom origo
- D) Ei rett linje

Hva "er"
 $2x - 3y + 4z = 2$?

- A) Ei rett linje
- B) Ei rett linje gjennom origo
- C) Ei kule
- D) Et plan
- E) Et plan gjennom origo

Hva er en løsning av følgende ligningssystem?

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = -5 \\ x + 5y + 9z = 33 \\ 2x + 5y - z = 0 \end{cases}$$

A) $x = 7$, $y = 2$, $z = 4$

B) $x = 7$, $y = -2$, $z = 4$

C) $x = 7$, $z = 4$

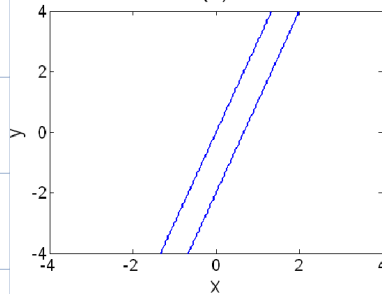
D) Alle disse

E) Ingen av disse

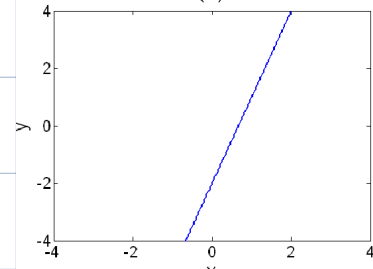
Hva er en
god tegning
av dette systemet?

$$\begin{cases} 3x - y = 2 \\ -9x + 3y = -6 \end{cases}$$

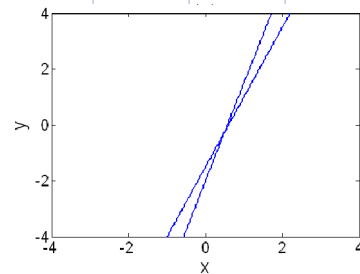
A)



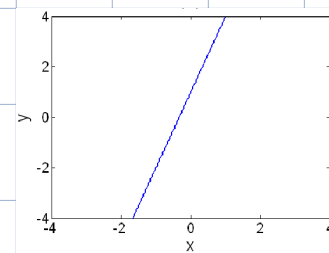
B)



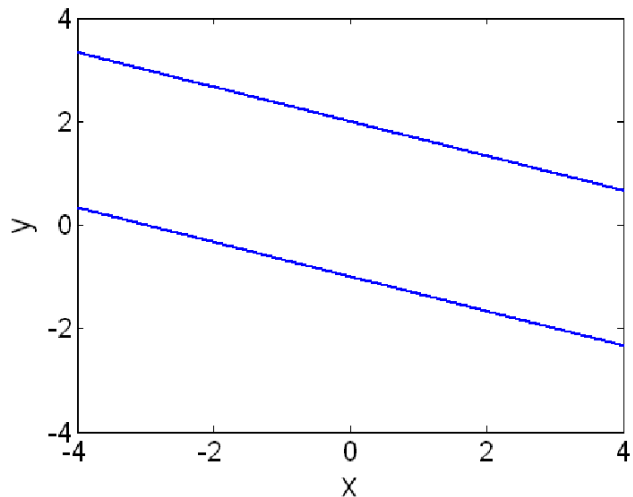
C)



D)



Hvilket system hører
til denne tegning?



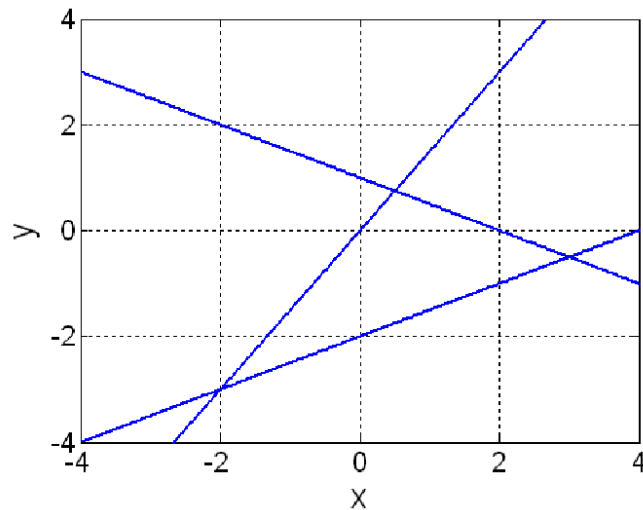
A)
$$\begin{cases} -x + 3y = 6 \\ 2x + 6y = -6 \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} -x + 3y = 6 \\ 2x + 6y = 12 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 2x + 6y = 12 \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} x + 3y = 6 \\ x + 3y = -3 \end{cases}$$

Her er ei tegning av et system av tre ligninger med to ukjente.



- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) Uendelig mange

Hvor mange løsninger har dette systemet?

Hva er totalmatrisa
til følgende system?

$$\begin{aligned}x + 2y &= 3 \\ 4y + 5x &= 6\end{aligned}$$

A) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

Hva er totalmatrisa
til følgende system?

$$\begin{aligned}x &= 6 \\ y &= 3\end{aligned}$$

A) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 9 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

Hva er løsningen
til systemet
med følgende
totalmatrise?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- A) $x = 2$, $y = 3$, $z = 4$
- B) $x = -1$, $y = 1$, $z = 1$
- C) Det finnes uendelig
mange løsninger
- D) Det finnes ingen løsning
- E) Det er umulig å si
uten å ha selve ligningene

Hva er løsningen
til systemet
med følgende
totalmatrise?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

- A) $x = 2$, $y = 3$, $z = 4$
- B) $x = -1$, $y = 1$, $z = 1$
- C) Det finnes uendelig
mange løsninger
- D) Det finnes ingen løsning
- E) Det er umulig å si
uten å ha selve ligningene

Hva er løsningen
til systemet
med følgende
totalmatrise?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- A) $x = 2$, $y = 3$, $z = 4$
- B) $x = -1$, $y = 1$, $z = 1$
- C) Det finnes uendelig
mange løsninger
- D) Det finnes ingen løsning
- E) Det er umulig å si
uten å ha selve ligningene

Hva er løsningen til systemet med følgende totalmatrise ?

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

- A) $x = -1$, $y = 1$, $z = 1$
- B) $x = 7$, $y = -2$, $z = 4$
- C) Det finnes uendelig mange løsninger
- D) Det finnes ingen løsning
- E) Det er umulig å si uten å ha selve ligningene

Hva er løsningen til systemet med følgende totalmatrise?

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 3 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \right)$$

- A) $x = -1$, $y = 1$, $z = 1$
- B) $x = 7$, $y = -2$, $z = 4$
- C) Det finnes uendelig mange løsninger
- D) Det finnes ingen løsning
- E) Det er umulig å si uten å ha selve ligningene

Hvilke av matrisene er
på trappeform?

$$X = \begin{pmatrix} -2 & 7 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 7 & 2 \\ 0 & 4 & 1 & 6 \\ 0 & 9 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- A) Ingen
- B) X
- C) X og Y
- D) X og Z
- E) Y og Z
- F) Alle

Hvilke av matrisene er
på redusert trappeform?

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} -2 & 7 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- A) Ingen
- B) X
- C) Y
- D) Begge

Hvilke operasjoner på
ei totalmatrise kan
endre på løsningene
til systemet?

- A) Å bytte plass på to rader
- B) Å multiplisere en rad
med en konstant
- C) Å legge et multiplum av
én rad til en annen rad
- D) Ingen av disse
- E) Alle disse

Hvilke av alternativene
er **IKKE** radekrivalent
med matrisa

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 4 & 7 \\ 2 & 0 & 1 & 9 \\ 6 & 0 & 3 & 6 \end{pmatrix} \quad ?$$

A) $\begin{pmatrix} 12 & 0 & 8 & 14 \\ 2 & 0 & 1 & 9 \\ -2 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 4 & 7 \\ 4 & 0 & 2 & 18 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 12 & 0 & 8 & 14 \\ 2 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

D) Flere enn én av disse

E) Ingen av disse

Tuva har tre lineære ligninger med tre ukjente.

Ved Gauss-eliminering oppdager Tuva at systemet ikke har noen løsning.

Hvordan kan Tuva best representere ligningene sine grafisk?

- A) Som tre plan
- B) Som tre parallelle plan
- C) Som tre plan, hvorav minst to er parallelle
- D) Som tre plan, som ikke har noen felles punkter
- E) Situasjonen lar seg ikke tegne

Hvilke av alternativene
er en løsning av
systemet?

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 0 \\ -x + 2y - 6z = 0 \end{cases}$$

A) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

E) Ingen av disse

F) Flere enn én
av disse

Hvilken verdi av a
gjør at systemet med
følgende totalmatrise har
uendelig mange løsninger?

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 1 & a & 4 \end{pmatrix}$$

- A) 0
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) Flere enn én
av disse
- F) Dette er umulig

La

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

A) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

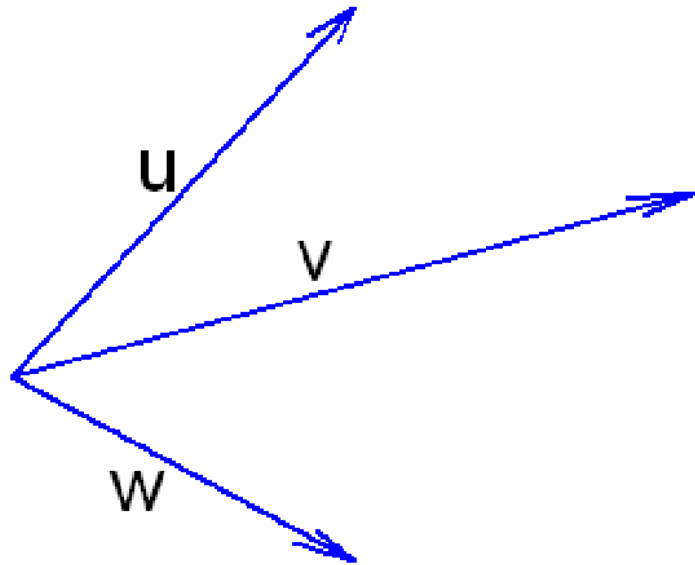
C) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 13 \end{pmatrix}$

Hva er

$$3 \cdot \vec{v}_1 + 2 \cdot \vec{v}_2 - \vec{v}_3 ?$$

D) Ingen av disse

Skriv $\bar{w}$ som en
lineærkombinasjon
av $\bar{u}$ og $\bar{v}$.



A) $\bar{w} = 2\bar{u} + \bar{v}$

B) $\bar{w} = \bar{u} + \bar{v}$

C) $\bar{w} = -\bar{u} + \bar{v}$

D) $\bar{w} = \bar{u} - \bar{v}$

E) $\bar{w}$ kan ikke skrives
som en lineær-
kombinasjon av $\bar{u}$ og $\bar{v}$

Skriv

$$\bar{z} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 16 \end{pmatrix}$$

som en lineær-
kombinasjon av

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ og } \bar{y} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

A) $\bar{z} = -5\bar{x}$

B) $\bar{z} = -2\bar{x} + \bar{y}$

C) $\bar{z} = \bar{x} + 2\bar{y}$

D) $\bar{z} = 2\bar{x} + \bar{y}$

E) $\bar{z}$ kan ikke skrives

som en lineær-
kombinasjon av $\bar{x}$ og $\bar{y}$.

Hvilke av alternativene
kan skrives som en
lineærkombinasjon av
de to vektorene

$(1, 0)$ og $(0, 1)$?

- A) $(2, 0)$
- B) $(-3, 1)$
- C) $(0.4, 3.7)$
- D) Alle disse
- E) Ingen av disse

Hva er produktet

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} ?$$

A) $\begin{pmatrix} 31 \\ 49 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 15 \\ 24 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 15 & 6 \\ 24 & 6 \end{pmatrix}$

D) $(11, 13, 15)$

E) Ingen av disse

F) Dette produktet går det ikke an å regne ut!

Anta at den
reduserte trappeformen
til matrisa A er

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Hva er løsningen $\bar{x}$
av ligninga $A\bar{x} = \bar{0}$?

A) $\bar{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

B) $\bar{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

C) $\bar{x} = \begin{pmatrix} -t \\ -t \\ -2t \\ t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$

D) Ligninga har ingen
løsning.

Hva synes du at

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

skal være?

A) 4

B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 6 & 20 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

Hva synes du at

" $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ "

skal være?

A) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -6 & 12 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -6 & 4 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 12 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

D) 4

Hva er produktet

$$(-1, 2, 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} ?$$

A) 6

B) 8

C) $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 \\ -4 & 8 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

D) Dette produktet går det ikke an å regne ut!

Hva er produktet

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} ?$$

A) $\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 15 & 19 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 13 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & -2 \\ 22 & 4 & 12 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ 15 & 19 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$

D) **Dele** produktet går det vel ikke an å regne ut!

Hva skjuler seg
bak sladden?

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 1 \\ 8 & 1 & 1 \\ 6 & \bullet & -4 \end{pmatrix}$$

- A) 1
- B) 3
- C) 4
- D) 8

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis A og B er
 2×2 -matriser, så er

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2.$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

La

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Hva er $A \cdot B$?

A) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$

D) Ingen av disse

La

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Hva er $B \cdot A$?

A) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$

D) Ingen av disse

Hva er løsningen av

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} ?$$

Fun Fact:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -7 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -7 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A) $\begin{pmatrix} 11 \\ -27 \end{pmatrix}$, men fikk ikke bruk for hintet...

B) $\begin{pmatrix} 13 \\ -19 \end{pmatrix}$, men fikk ikke bruk for hintet...

C) $\begin{pmatrix} 11 \\ -27 \end{pmatrix}$, takk for hintet!

D) $\begin{pmatrix} 13 \\ -19 \end{pmatrix}$, takk for hintet!

La

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Hva er A^{-1} ?

A) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & 1/4 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/4 & 0 \end{pmatrix}$

Hvis A og B er
inverterbare matriser
og

$$C = AB,$$

hva er da
inversen til C ?

A) $C^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

B) $C^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

C) $C^{-1} = AB^{-1}$

D) $C^{-1} = BA^{-1}$

Matrisa A har

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

som sin reduserte
trappeform.

Hva betyr dette?

A) A er ikke inverterbar

B) Matrisa vi fant er
inversen til A

C) A har en invers, men
det er ikke denne

D) Dette forteller oss ingen ting
om hvorvidt A er inverterbar

A er en 3×3 -matrise
slik at ligninga

$$A\bar{x} = \bar{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

har kun den trivielle
løsningen (altså

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}).$$

Hva betyr dette?

A) At A er inverterbar

B) At A ikke er inverterbar

C) Dette forteller oss
ingen ting om hvorvidt
A er inverterbar

La A være en
inverterbar matrise.

Hva mer er sant?

A) Hvis $AB = C$, så er
 $B = A^{-1}C$

B) A^2 er inverterbar

C) A^T er inverterbar

D) $5 \cdot A$ er inverterbar

E) Den reduserte trappeformen
til A er I

F) Alle disse!

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 4 = 2 \quad (= \det(A) \text{ hvor } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}).$$

Hva er determinanten
til matrixen

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} ?$$

A) $\frac{1}{2}$

B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

C) 2

D) $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$

Regn ut $\det(A)$ for

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -5 & -5 \\ 3 & -1 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

A) 10

B) $\begin{pmatrix} -5 & -5 & -5 \\ 3 & -1 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

C) -10

D) 0

Er matrisa

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 16 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

investerbar?

A) Ja

B) Nei

C) Umulig å avgjøre på
så kort tid.

n kolonner

n rader

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix} = ?$$

A) n

B) $-n$

C) 0

D) 1

E) -1

F)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

A) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Hvilke av matrisene
er inverterbare?

C) $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 \\ -2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

E) Ingen av disse

F) Flere enn én av disse

Hva er determinanten
til

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} ?$$

A) 2

B) 1

C) 6

D) 9

E) 12

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis A og B er
 2×2 -matriser, så er

$$\det(A+B) = \det(A) + \det(B).$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis A og B er
 2×2 -matriser, så er

$$\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B).$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

La A være ei
kvadratisk matrise.

Hva er sant?

A) Hvis A har to
identiske rader, så
må $\det(A) = 0$

B) Hvis $\det(A) = 0$, så
må A ha to
identiske rader

C) Begge disse

D) Ingen av disse

Anta at $\det(A) = 0$.

Hvor mange løsninger
har ligninga

$$A\bar{x} = \bar{b} \quad ?$$

A) 0

B) 1

C) Uendelig mange

D) Umulig å si uten
mer informasjon

Anta at $\det(A) = 0$.

Hvor mange løsninger
har ligninga

$$A\bar{x} = \bar{0} \quad ?$$

A) 0

B) 1

C) Uendelig mange

D) Umulig å si uten
mer informasjon

La $\bar{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ og $\bar{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Hva er $2\bar{u} - 3\bar{v}$?

A) $\begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 23 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 23 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

Skriv

$$\bar{z} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 16 \end{pmatrix}$$

som en lineærkombinasjon av

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

- A) $\bar{z} = -5\bar{x}$
- B) $\bar{z} = -2\bar{x} + \bar{y}$
- C) $\bar{z} = \bar{x} + 2\bar{y}$
- D) $\bar{z} = 2\bar{x} + \bar{y}$
- E) Ingen av disse er riktig
- F) Det er umulig å skrive z som en lineærkombinasjon av $\bar{x}$ og $\bar{y}$.

Skriv

$$\bar{z} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

som en lineærkombinasjon av

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \bar{y} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

A) $\bar{z} = \bar{x} + \bar{y}$

B) $\bar{z} = -\bar{x} + \bar{y}$

C) $\bar{z} = 3\bar{x} + 2\bar{y}$

D) $\bar{z} = -3\bar{x} + \bar{y}$

E) Ingen av disse er riktig

F) Det er umulig å skrive z som en lineærkombinasjon av $\bar{x}$ og $\bar{y}$.

Hvordan vil du beskrive

mengden av alle
lineærkombinasjoner

av vektorene

$(1, 0)$ og $(0, 1)$?

- A) Et punkt
- B) Et linjestykke
- C) En rett linje
- D) $\mathbb{R}^2$
- E) $\mathbb{R}^3$

Hvordan vil du beskrive

mengden av alle
lineærkombinasjoner

av vektorene

$(1,0,0)$, $(0,1,0)$ og $(0,0,1)$?

- A) Et punkt
- B) Et linjestykke
- C) En rett linje
- D) $\mathbb{R}^2$
- E) $\mathbb{R}^3$

Hvordan vil du beskrive

mengden av alle
lineærkombinasjoner

av vektorene

$(1, 2, 0)$ og $(-1, 1, 0)$?

- A) Et punkt
- B) Et linjestykke
- C) En rett linje
- D) En plan
- E) $\mathbb{R}^2$
- F) $\mathbb{R}^3$

La

$$\bar{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \bar{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \bar{v}_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Hvordan vil du beskrive
underrommet $\text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$?

- A) Et punkt
- B) En rett linje
- C) Et plan
- D) Et volum
- E) Hele $\mathbb{R}^3$

Tenk at vi har en

- en **menge vektorer** $S \subset \mathbb{R}^3$

og

- én **vektor** $\bar{z} \in \mathbb{R}^3$

TILFELDIGE!

Hvor mange vektorer må

A) 2

B) 3

S minst ha for at vi

skal være sikre på at

C) 4

$\bar{z} \in \text{span}(S)$?

D) Det finnes ikke
et slikt tall

(Altså, at $\bar{z}$ kan skrives
som en lineærkombinasjon
av vektorer fra S .)

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis både $\bar{y}$ og $\bar{z}$ er løsninger av ligninga

$$A\bar{x} = \bar{b},$$

så er enhver lineærkombinasjon av $\bar{y}$ og $\bar{z}$ også en løsning av ligninga.

- A) Fakta, og jeg er sikker
- B) Fakta, men jeg er usikker
- C) Fleip, og jeg er sikker
- D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis både $\bar{y}$ og $\bar{z}$ er løsninger av ligninga

$$A\bar{x} = \bar{0},$$

så er enhver lineærkombinasjon av $\bar{y}$ og $\bar{z}$ også en løsning av ligninga.

- A) Fakta, og jeg er sikker
- B) Fakta, men jeg er usikker
- C) Fleip, og jeg er sikker
- D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

De tre vektorene

$(1,0,0)$, $(0,0,2)$ og $(3,0,4)$

er lineært uavhengige.

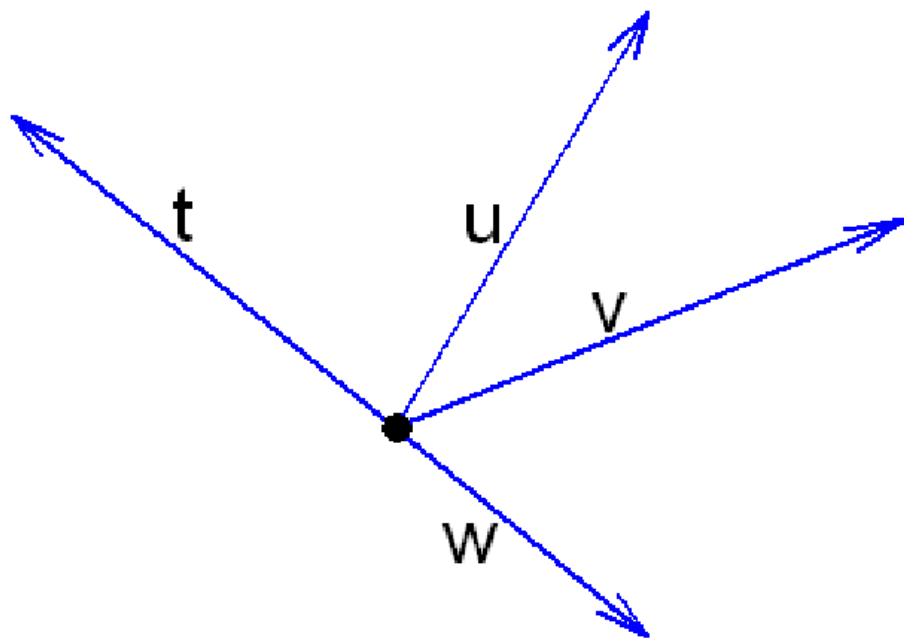
A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

Hvilken delmængde af de følgende vektorene er lineært uafhængig?



A) $\{\bar{u}, \bar{w}\}$

B) $\{\bar{t}, \bar{w}\}$

C) $\{\bar{t}, \bar{v}\}$

D) $\{\bar{t}, \bar{u}, \bar{v}\}$

E) Ingen af disse

F) Flere end én af disse

V_i har $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4 \in \mathbb{R}^4$.

La

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \bar{v}_1 & \bar{v}_2 & \bar{v}_3 & \bar{v}_4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

4x4-matrise

Det viser seg at den reduserte trappeformen

til A er

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ka du sei?

A) Disse vektorene er lineært uavhengige

B) Disse vektorene er lineært avhengige

Vi har en mengde vektorer S .

La

$$A = \begin{pmatrix} \text{matrisa som har} \\ \text{vektorene i } S \\ \text{som sine kolonner} \end{pmatrix}.$$

Det viser seg at den
reduserte trappeformen
til A er

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A) 0 B) 1

C) 2 D) 3

E) 4 F) 5

Hvor mange lineært uavhengige
vektorer har S ?

Vi har $\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_n \in \mathbb{R}^n$.

La

$$A = \begin{pmatrix} 1 & & & 1 \\ \bar{v}_1 & \dots & \bar{v}_n \\ 1 & & & 1 \end{pmatrix}$$

$n \times n$ -matrise

Hvis vektorene $\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_n$
er lineært uavhengige,
hva er da sant

om den reduserte
trappeformen til A ?

- A) Den inneholder en nullrad
- B) Den inneholder en nullkolonne
- C) Den er lik nullmatrisa
- D) Den er lik identitetsmatrisa

Vi har $\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_m \in \mathbb{R}^n$, $m \leq n$.

La

$$A = \begin{pmatrix} 1 & & \\ \bar{v}_1 & & \\ \vdots & & \vdots \\ \bar{v}_m & & \end{pmatrix}$$

$n \times m$ -matrise

Hvis vektorene $\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_m$
er lineært uavhengige,
hva er da sant

om den reduserte
trappeformen til A ?

- A) Den inneholder en nullrad
- B) Den inneholder en nullkolonne
- C) Den er lik nullmatrisa
- D) Den inneholder $m \times m$ -identitetsmatrisa oppe til venstre og resten er nullere.

Anta at kolonnene i
matrisa A er lineært
avhengige.

Hvor mange løsninger
har ligninga

$$A \bar{x} = \bar{0} \quad ?$$

A) 0 B) 1 C) 2

D) Uendelig mange

E) Umulig å avgjøre
uten mer informasjon

FLEIP ELLER FAKTA?

En mengde med
to vektorer i $\mathbb{R}^2$

må være lineært
uavhengig.

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

En mengde med
tre vektorer i $\mathbb{R}^3$

kan være lineært
uavhengig.

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

En mengde med
fem vektorer i $\mathbb{R}^4$

kan være lineært
uavhengig.

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

Hvilket utsagn er

ekvivalent

med utsagnet

" $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ og $\vec{v}_3$ er lineært uavhengige" ?

A) " $\vec{v}_3$ kan ikke skrives som en lineærkombinasjon av $\vec{v}_1$ og $\vec{v}_2$ "

B) "Ingen av vektorene er et skalarmultiplum av en av de andre"

C) Begge utsagnene over

D) Ingen av utsagnene over

Hvor mange lineært
uafhængige kolonner
har matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} ?$$

A) 0

B) 1

C) 2

Ligger vektoren

$$\bar{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix}$$

i kolonnerommet
til matrisa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} ?$$

E) Ingen av disse
alternativene stemmer

F) Flere av disse
alternativene stemmer

A) Ja, fordi det finnes en vektor
 $\bar{x}$ som er slik at $A\bar{x} = \bar{b}$

B) Ja, fordi

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

C) Nei, fordi det ikke finnes noen
vektor $\bar{x}$ slik at $A\bar{x} = \bar{b}$

D) Nei, fordi det ikke finnes
noen tall $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ slik at

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Kolonnerommet til
matrisa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

er ... ?

A) Mengden av alle
lineærkombinasjoner av
kolonnene i A

B) Ei linje i $\mathbb{R}^2$

C) Alle skalarmultiplum av
vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

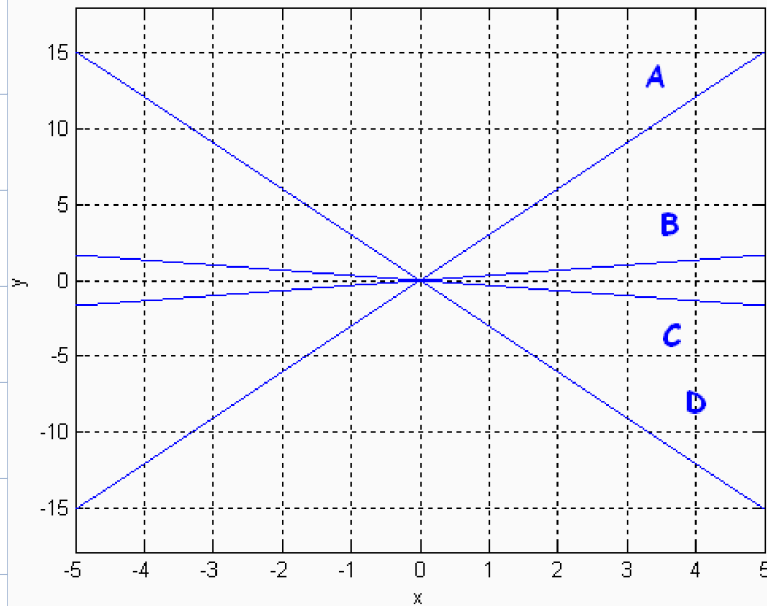
D) Alle disse

E) Ingen av disse

Hvilken av disse linjene beskriver
kolonnerommet til

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

best?



A) A

B) B

C) C

D) D

E) Ingen av disse

La

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Hvor mange løsninger
 $\bar{x}$ har ligninga

$$A \bar{x} = \bar{0} \quad ?$$

A) 0

B) 1

C) 2

D) Uendelig mange

Hvilke av disse vektorene
ligger i nullrommet til
matrisa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} ?$$

$$A) \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$B) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C) \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

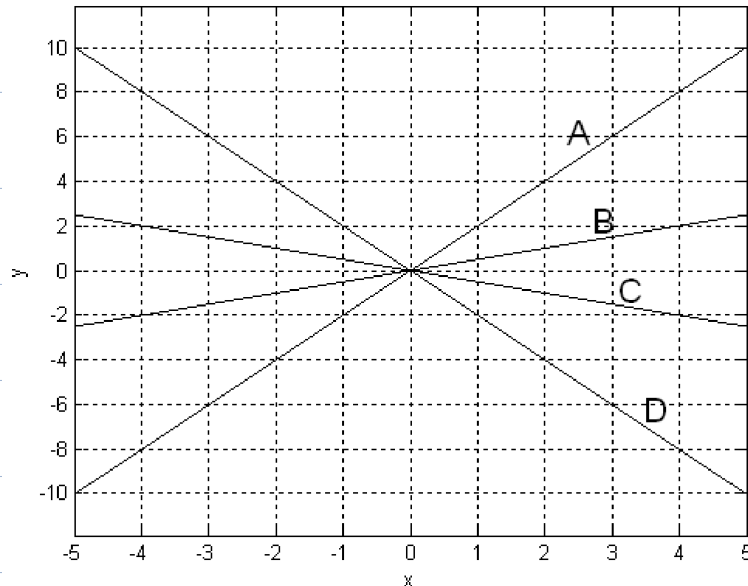
D) Alle disse

E) Ingen av disse

Hvilken av disse linjene beskriver
nullrommet ti)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

best?



A) A

B) B

C) C

D) D

E) Ingen av disse

Hvilke av disse vektorene
ligger i radrommet til
matrisa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} ?$$

A) $(-2, 4)$

B) $(4, 8)$

C) $(0, 0)$

D) $(8, 4)$

E) Flere enn én av disse

F) Ingen av disse

FLEIP ELLER FAKTA?

Radrommet til e_i
matrise M

ER DET SAMME SOM

kolonnerommet til M^T

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

Radrommet til
matrisa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

er ... ?

A) Mengden av alle
lineærkombinasjoner av
kolonnene i A^T

B) Alle skalarmultiplum av
vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

C) Mengden av alle
lineærkombinasjoner av
radene i A

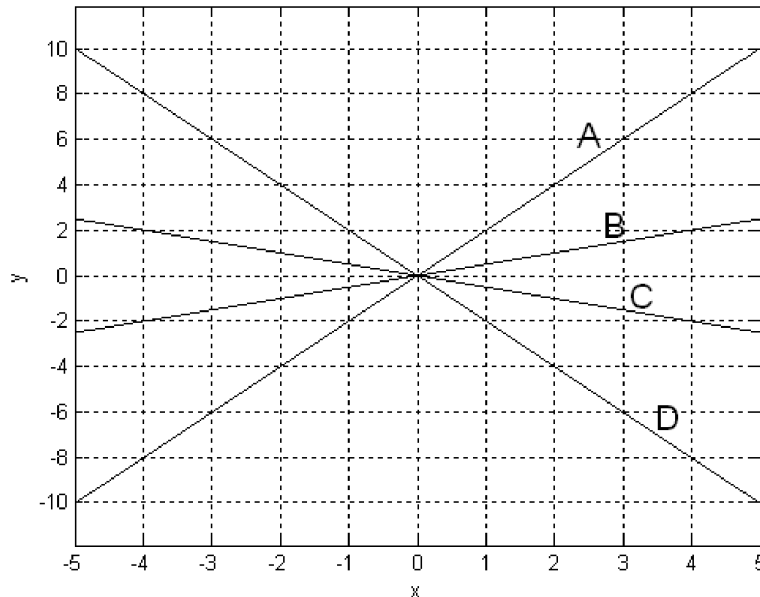
D) Alle disse

E) Ingen av disse

Hvilken av disse linjene beskriver
radrommet til)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

best?



A) A

B) B

C) C

D) D

E) Ingen av disse

Hvilket av alternativene
er en
god/riktig beskrivelse

av konseptet
"en basis for
et vektorrom V "?

- A) En basis er en lineært uavhengig mengde som utspenner V
- B) En basis er en minste mulige mengde som utspenner V
- C) En basis er en største mulige lineært uavhengig mengde i V
- D) Alle disse
- E) To av disse
- F) Ingen av disse

La A være ei $n \times n$ -matrise.

Hvis A er inverterbar,

hva må da være sant?

- A) Kolonnene i A er en basis for $\mathbb{R}^n$
- B) Rangens til A er lik n
- C) Dimensjonen til kolonne-rommet til A er lik n
- D) Dimensjonen til nullrommet til A er lik 0
- E) Alle disse holder
- F) Flere enn én, men ikke alle disse, holder

A er ei 4×4 -matrise.

Anta at rangen til
A er 3.

Er kolonnene i A
lineært uavhengige?

A) Ja

B) Nei

C) Umulig å si uten
mer informasjon

A er ei 4×4 -matrise.

Anta at rangen til
A er 4.

Hvor mange løsninger
har ligninga

$$A\bar{x} = \bar{b} \quad ?$$

A) 0 B) 1

C) Uendelig mange

D) Umulig å si uten
mer informasjon

A er ei 4×4 -matrise.

Anta at rangen til
A er 3.

Hvor mange løsninger
har ligninga

$$A\bar{x} = \bar{b} \quad ?$$

A) 0 B) 1

C) Uendelig mange

D) Umulig å si uten
mer informasjon

A er ei 4×4 -matrise.

Anta at rangen til

A er 3 og at

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

er en løsning av $A\bar{x} = \bar{b}$.

A) 0

B) 1

C) Uendelig mange

D) Umulig å si uten mer informasjon

Hvor mange løsninger

har ligninga

$$A\bar{x} = \bar{b} \quad ?$$

KOMPLEKSE TALL

Hvilke av verdiene
mener du at
virkelig finnes?

A) 2

B) -3

C) $\frac{4}{5}$

D) $\sqrt{2}$

E) $\sqrt{-1}$

Hva er summen

$$(5 + 3i) + (8 + i) ?$$

A) $13 - 4$

B) $13 + 4i$

C) 17

D) $17i$

Hva er differansen

$$(2+i) - (3+i) \text{ ?}$$

A) $5 + i$

B) $-1 + 2i$

C) -1

D) $-i$

Hva er produktet

$$(5 + 3i) \cdot (8 + i) ?$$

A) $40 + 24i$

B) $37 + 29i$

C) $40 - 24i$

D) $37 - 29i$

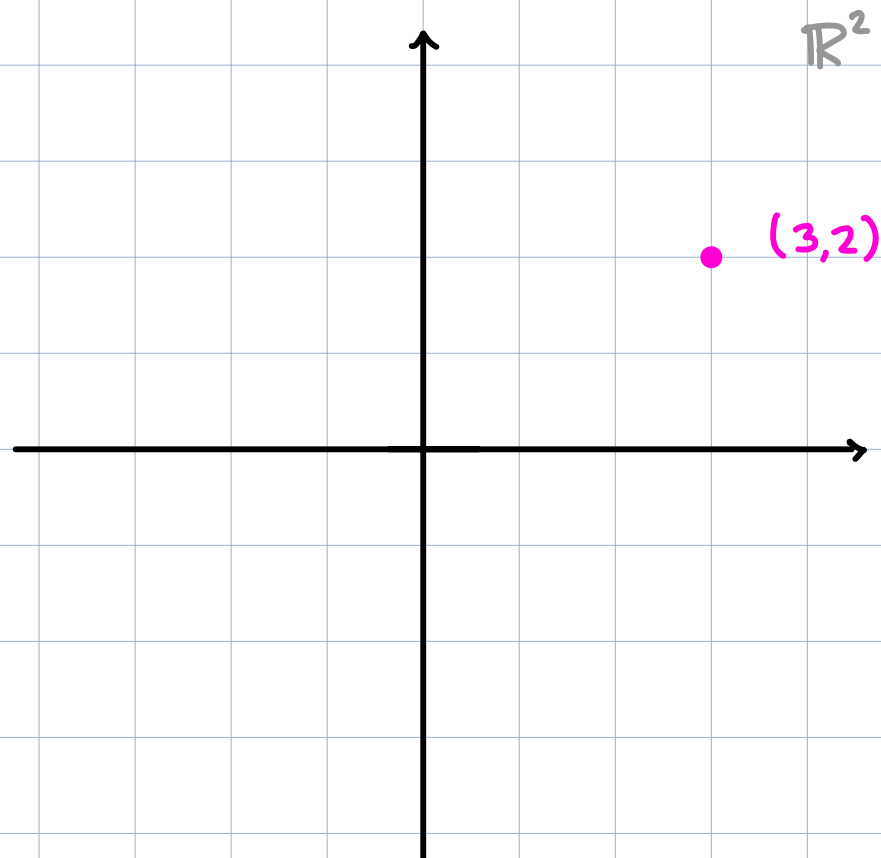
Hvor harner punktet
(3, 2) etter en

ROTASJON

med

90° MOT KLOKKA?

Skriv inn
svaret ditt!



Hva er

$$\frac{2+i}{1+2i} \quad ?$$

A) $2 + \frac{1}{2}i$

B) $2 - \frac{1}{2}i$

C) $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$

D) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

E) Ingen av disse

F) Flere enn én
av disse

Hva er

$$\frac{3-i}{2-i} ?$$

A) $\frac{1}{5} - \frac{7}{5}i$

B) $\frac{7}{5} + \frac{1}{5}i$

C) $\frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$

D) $\frac{7}{5} + \frac{1}{5}i$

E) Ingen av disse

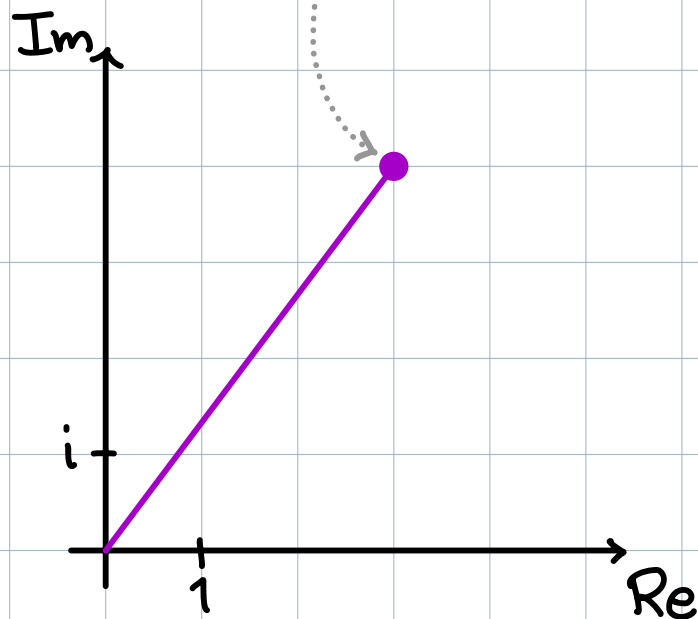
F) Flere enn én
av disse

Hva er

"lengden"

til det komplekse tallet

$$3 + 4i$$



A) 3

B) 4

C) 7

D) 5

E) Ingen av disse

Hva er

polarformen

til det komplekse tallet

$$\sqrt{3} - i ?$$

A) $2 \cdot (\cos(-\pi/6) + i \cdot \sin(-\pi/6))$

B) $2 \cdot (\cos(11\pi/6) + i \cdot \sin(11\pi/6))$

C) $4 \cdot (\cos(11\pi/6) + i \cdot \sin(11\pi/6))$

D) $4 \cdot (\cos(-\pi/6) + i \cdot \sin(-\pi/6))$

E) Ingen av disse

Hva er

eksponentialformen

til det komplekse tallet

$$\sqrt{3} - i$$

A) $2 \cdot e^{-i\pi/6}$

B) $2 \cdot e^{11i\pi/6}$

C) $4 \cdot e^{-i\pi/6}$

D) $4 \cdot e^{11i\pi/6}$

E) Ingen av disse

$$e^x \cdot e^y = ?$$

A) $e^{x \cdot y}$

B) $e^{x \cdot y}$

C) e^{x+y}

D) Ingen av disse

Har vi en
løsning

av ligninga

$$x^2 - i = 0 \quad ?$$

A) Ja: $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

B) Ja: $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

C) Ja: $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

D) Ja: $1 + i$

E) Ja: $1 - i$

F) Ja: $-1 - i$

G) Nei, vi må finne opp
enda flere tall

DIAGONALISERING AV MATRISER

La $R: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ være lineærtransformasjonen gitt ved rotasjon med 90° mot klokka.

Hva er matrisa til R ?

A) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

E) Ingen av disse

La $P: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ være lineærtransformasjonen gitt ved
projeksjon på x-aksen.

Hva er matrisa til P ?

A) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

E) Ingen av disse

La $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Vi får en lineærtransformasjon

$$T_A: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

gitt ved $T_A(\vec{v}) = A \cdot \vec{v}$.

La $\vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$.

Hva er sant?

A) $T_A(\vec{v}) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

B) $T_A(\vec{v}) = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$

C) $T_A(\vec{v}) = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$

D) $T_A(\vec{v}) = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$

E) Ingen av disse

La $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Vi får en lineærtransformasjon

$$T_A: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

gitt ved $T_A(\vec{v}) = A \cdot \vec{v}$.

Hva er den

geometriske tolkninga

av T_A ?

A) Speiling om x-aksen

B) Speiling om y-aksen

C) Rotasjon med 90° mot klokka

D) Rotasjon med 90° med klokka

Lineærtransformasjonen

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

er gitt ved regelen

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y \\ x - 2y \end{pmatrix}.$$

Da kan vi skrive

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

med...

A) $A = \begin{pmatrix} x & 2y \\ x & -2y \end{pmatrix}$

B) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

C) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

D) T kan ikke skrives på matriseform

La $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ være lineærtransformasjonen
gitt ved speiling om xy -planet.

Hva er "matrisa til T "?

A)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

B)
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

C)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

D)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

E) Ingen av disse

Transformasjonen

$$T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

er gitt ved regelen

$$T(x, y, z) = (x, y, 0).$$

Er T lineær?

A) Nei, fordi
z-koordinaten sendes
til 0

B) Nei, fordi
skalarmultiplikasjon
ikke er bevart

C) Nei, fordi
addisjon
ikke er bevart

D) Ja

Matrisa

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

har egenvektorer

$$\bar{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{v}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{og } \bar{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Finn de tilhørende egenverdiene

λ_1 , λ_2 og λ_3 .

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 2 \\ \text{A) } \lambda_2 &= 3 \\ \lambda_3 &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 8 \\ \text{B) } \lambda_2 &= 3 \\ \lambda_3 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 3 \\ \text{C) } \lambda_2 &= 3 \\ \lambda_3 &= 8 \end{aligned}$$

Matrisa

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

har 2 som en
egenverdi med
tilhørende egenvektorer

$$\bar{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ og } \bar{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$A) \quad A \cdot \bar{u} = 2\bar{u}$$

$$B) \quad A \cdot \bar{v} = 2\bar{v}$$

$$C) \quad A \cdot (a\bar{u} + b\bar{v}) = 2 \cdot (a\bar{u} + b\bar{v})$$

for alle skalarer a, b

$$D) \quad \text{Både } A), B) \text{ og } C)$$

$$E) \quad \text{Bare } A) \text{ og } B)$$

HVA ER DA SANT?

1) Er $\vec{v} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ en egenvektor til $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$? Hvis ja, med hvilken egenverdi?

A) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor
tilhørende egenverdien -2

B) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor
tilhørende egenverdien 2

C) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor
tilhørende egenverdien 4

D) Nei

2) Er $\vec{w} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ en egenvektor til $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$? Hvis ja, med hvilken egenverdi?

A) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor tilhørende egenverdien -2

B) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor tilhørende egenverdien 2

C) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor tilhørende egenverdien 4

D) Nei

Hva er det

KARAKTERISTISKE
POLYNOMET

til matrisa

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} ?$$

A) $5\lambda^2 - 4$

B) $\lambda^2 - 6\lambda + 1$

C) $x^2 - 6x + 1$

D) $x^2 - 6\lambda + 1$

E) $\lambda^5 - \lambda^2 + \lambda$

F) Ingen av disse

A er ei matrise.

Det karakteristiske
polynomiet til A er

$$x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9$$

Hvilken størrelse
må A ha?

A) 2×2

B) 4×4

C) 9×9

D) 18×18

E) 4×9

F) Umulig å si uten
mer informasjon

A er ei matrise.

Det karakteristiske
polynomiet til A er

$$x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9$$
$$= (x-1)^2(x^2-9)$$

Hva er egenverdiene
til A?

A) 1 og 3

B) 1 og -3

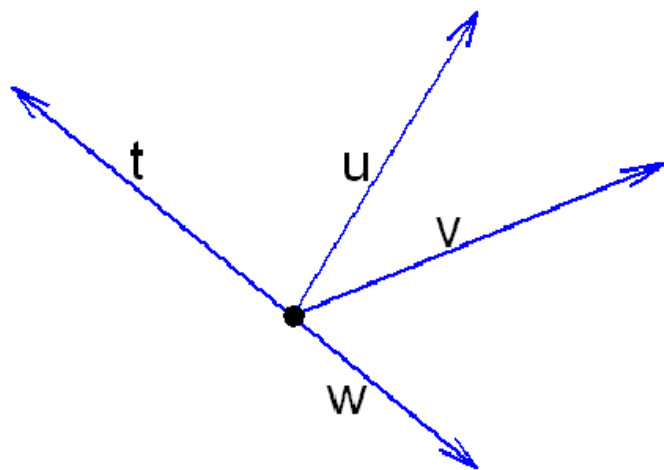
C) 3 og -3

D) 1, 3 og -3

E) 1, 3, -1 og -3

F) Umulig å si uten
mer informasjon

Vektoren $\bar{t}$ er
en egenvektor for
matrisa A .



Hva kan produktet
 $A\bar{t}$ være?

A) $A\bar{t} = \bar{u}$

B) $A\bar{t} = \bar{v}$

C) $A\bar{t} = \bar{w}$

D) $A\bar{t} = \bar{t}$

E) Ingen av disse

F) Flere av disse

1) Er $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ en egenvektor til $A = \begin{bmatrix} 3 & -12 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -4 & 9 & -3 \end{bmatrix}$? Hvis ja, med hvilken egenverdi?

A) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor
tilhørende egenverdien -2

B) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor
tilhørende egenverdien 2

C) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor
tilhørende egenverdien 4

D) Nei

2) Er $\vec{w} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ en egenvektor til $A = \begin{bmatrix} 3 & -12 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -4 & 9 & -3 \end{bmatrix}$? Hvis ja, med hvilken egenverdi?

A) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor tilhørende egenverdien -2

B) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor tilhørende egenverdien 2

C) Ja, $\vec{v}$ er en egenvektor tilhørende egenverdien 4

D) Nei

FLEIP ELLER FAKTA?

Enhver lineær-kombinasjon av to egenvektorer for ei matrise, er også en egenvektor for matrisa.

- A) Fakta, og jeg er sikker
- B) Fakta, men jeg er usikker
- C) Fleip, og jeg er sikker
- D) Fleip, men jeg er usikker

La $\lambda \neq 0$ være en
egenverdi for matrisa A .

Hvis $\bar{v}$ er en
tilhørende egenvektor,

så...

A) ... ligger $\bar{v}$ i nullrommet
til matrisa A

B) ... ligger $\bar{v}$ i nullrommet
til matrisa $A - \lambda I$

C) ... er $\bar{v} \neq \bar{0}$.

D) Mer enn én av
disse stemmer

A) Enhver $n \times n$ -matrise med n lineært uafhængige egenvektorer, er diagonaliserbar

Hva er sandt?

B) Enhver diagonaliserbar $n \times n$ -matrise har n lineært uafhængige egenvektorer

C) Både A) og B)

D) Ingen af disse

A) Enhver $n \times n$ -matrise med n distinkte egenverdier, er diagonaliserbar

Hva er sant?

B) Enhver diagonaliserbar $n \times n$ -matrise har n distinkte egenverdier

C) Både A) og B)

D) Ingen av disse

A) Hvis A er ei diagonaliserbar matrise, så er tallet 0 ikke en egenverdi for A

Hva er sant?

B) Hvis 0 ikke er en egenverdi for A , så er A diagonaliserbar

C) Både A) og B)

D) Ingen av disse

FLEIP ELLER FAKTA?

Inverterbare matriser
er diagonaliserbare.

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

La A være ei matrise,
 $\vec{v}$ en vektor og
 c et tall.

Hvis $A \cdot \vec{v} = c \cdot \vec{v}$,

hva er $A^2 \cdot \vec{v}$?

A) $2c \cdot \vec{v}$

B) $c^2 \cdot \vec{v}$

C) $c \cdot \vec{v}$

D) Ingen av disse

1) Vi vet at $\vec{v}$ er en egenvektor til matrise A med tilhørende egenverdi 2 , og samtidig en egenvektor til matrise B med tilhørende egenverdi -3 .

Uttrykket $2A\vec{v} + 2B\vec{v}$ kan forenkles til $k \cdot \vec{v}$, hvor k er et heltall. Finn verdien til k .

A) $k = -2$

B) $k = 2$

C) $k = -3$

D) $k = 3$

1) Vi vet at $\vec{v}$ er en egenvektor til matrise A med tilhørende egenverdi 2 , og samtidig en egenvektor til matrise B med tilhørende egenverdi -3 .



2) Uttrykket $A^3\vec{v} - B^2\vec{v}$ kan også forenkles til $m \cdot \vec{v}$, hvor m er et heltall. Finn verdien til m .

A) $k = -1$

B) $k = 1$

C) $k = -3$

D) $k = 3$

La

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Hva er

$$D^5 ?$$

A) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 2^5 & 0 \\ 0 & 3^5 \end{pmatrix}$

D) Bli for stygt å
regne ut for hånd

La

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Anta at A har
1 som egenverdi,
med tilhørende
egenvektor

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Hva er $A^{50} \cdot \vec{v}$?

A) $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} a^{50} & b^{50} \\ c^{50} & d^{50} \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 2^{50} \\ 3^{50} \end{pmatrix}$

E) Bli for stygt å
regne ut for hånd

DERIVATION

En ballong fylles med luft.

Volumet er

$$V(r) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

↑ radius

Hva representerer uttrykket

$$\frac{V(10) - V(5)}{10 - 5} \quad ?$$

A) Gjennomsnittlig endring i radius når volumet går fra 5 til 10

B) Gjennomsnittlig endring i volum når radiusen går fra 5 til 10

C) Gjennomsnittlig endring i volum når volumet går fra 5 til 10

En ballong fylles med luft.

Volumet er

$$V(r) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

↑ radius

Hvilket av uttrykkene representerer
endringsraten til volumet idet
radiusen er 5?

A) $\frac{V(5,01) - V(5)}{0,01} \approx 12,69$

B) $\frac{V(4,99) - V(5)}{-0,01} \approx 12,44$

C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{V(5+h) - V(5)}{h}$

D) Alle disse

La

$$f(x) = \pi^2$$

Hva er $f'(x)$?

A) 2π

B) π^2

C) 0

D) 2

E) Kan ikke avgjøres

La

$$f(x) = 2x^{2,5}$$

Hva er $f'(x)$?

A) $2,5 x^{2,5}$

B) $5 x^{2,5}$

C) $2,5 x^{1,5}$

D) $5 x^{2,5}$

E) Kan ikke avgjøres

La

$$f(x) = 3^x$$

Hva er $f'(x)$?

A) $x \cdot 3^{x-1}$

B) 3^x

C) $3x^2$

D) 0

E) Ingen av disse

La

$$f(x) = 3e^x$$

Hva er $f'(x)$?

A) $3xe^{x-1}$

B) $3e^x$

C) $e^x \cdot \ln 3$

D) 3

E) Kan ikke avgjøres

La

$$f(x) = x^e$$

Hva er $f'(x)$?

A) $e x^{e-1}$

B) x^e

C) $x^e \cdot \ln x$

D) $e x$

E) Kan ikke avgjøres

La

$$f(x) = e^7$$

Hva er $f'(x)$?

A) $7e^6$

B) e^7

C) $e^7 \cdot \ln 7$

D) 0

E) Kan ikke avgjøres

La

$$f(x) = 5^x$$

Hva er $f'(x)$?

A) $x \cdot 5^{x-1}$

B) 5^x

C) $5^x \cdot \ln x$

D) $5^x \cdot \ln 5$

E) Kan ikke avgjøres

La

$$f(x) = x e^x$$

Hva er $f'(x)$?

A) $x e^x + x^2 e^x$

B) $e^x + x e^x$

C) $2x e^x + x e^x$

D) e^x

La

$$f(t) = (t^2 + 3)e^t$$

Hva er $f'(t)$?

A) $2te^t + (t^2 + 3)e^t$

B) $(2t + 3)e^t + (t^2 + 3)e^t$

C) $2te^t$

D) $2te^t + t^2e^t$

$$\frac{d}{dx} \frac{x}{e^x} = ?$$

A) $e^x + x e^x$

B) $\frac{e^x - x e^x}{e^{2x}}$

C) $\frac{x e^x - e^x}{x^2}$

D) $\frac{x e^x - e^x}{e^{2x}}$

Hvis

$$h = \frac{ab^2e^b}{c^3},$$

hvad er

$$\frac{dh}{db} ?$$

A) $\frac{2abe^b}{c^3}$

B) $\frac{2abe^b}{3c^2}$

C) $\frac{2abe^b + ab^2e^b}{c^3}$

D) $\frac{2abe^b c^3 - 3c^2 ab^2 e^b}{c^6}$

Hvis

$$f(3) = 2, \quad f'(3) = 4$$

$$g(3) = 1, \quad g'(3) = 3$$

og

$$h(x) = f(x) \cdot g(x).$$

Hvad er $h'(3)$?

A) 2

B) 10

C) 11

D) 12

E) 14

Hvis

$$f(3) = 2, \quad f'(3) = 4$$

$$g(3) = 1, \quad g'(3) = 3$$

og

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Hvad er $h'(3)$?

A) -2

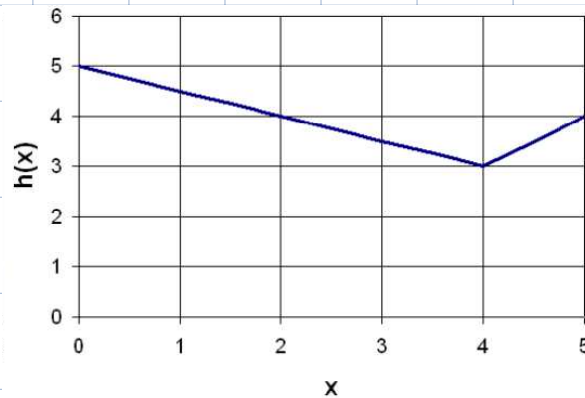
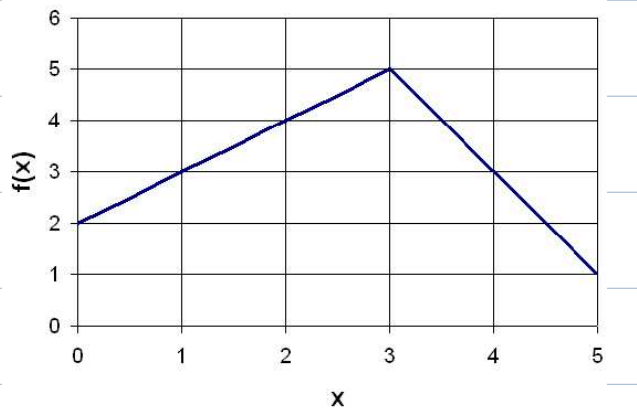
B) 2

C) $-2/9$

D) $2/9$

E) 5

Funksjonene $f(x)$ og $h(x)$
er plottet her :



Hvis

$$g(x) = 2 f(x) h(x),$$

hva er $g'(2)$?

A) $g'(2) = -1$

B) $g'(2) = 2$

C) $g'(2) = 4$

D) $g'(2) = 32$

E) Ingen av disse

$$\frac{d}{dx} (x^2 + 5)^{100} = ?$$

A) $100(x^2 + 5)^{99}$

B) $100x(x^2 + 5)^{99}$

C) $200x(x^2 + 5)^{99}$

D) $200x(2x + 5)^{99}$

$$\frac{d}{dx} e^{x^2} = ?$$

A) $x^2 e^{2x}$

B) $x^2 e^{x^2}$

C) $2x e^{x^2}$

D) $x e^{x^2}$

Hvis

$$\frac{dy}{dx} = 5 \quad \text{og} \quad \frac{dx}{dt} = -2,$$

hva er $\frac{dy}{dt}$?

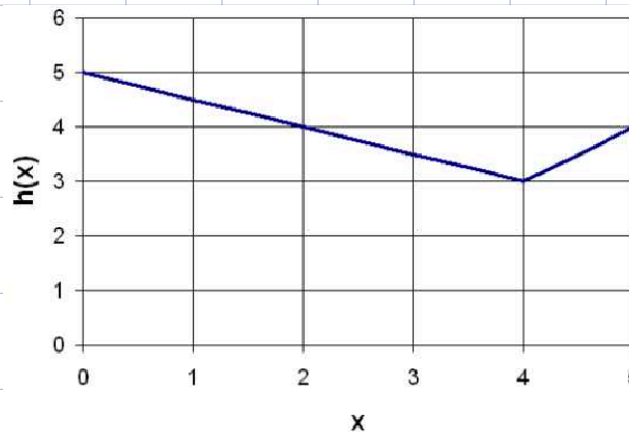
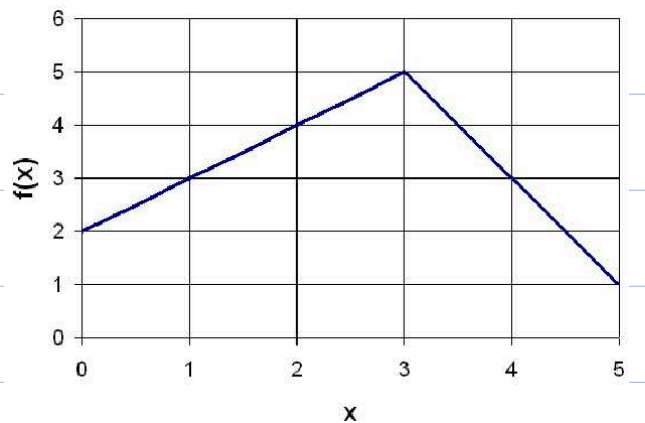
A) 5

B) -2

C) -10

D) Kan ikke avgjøres
uten mer informasjon.

Funksjonene $f(x)$ og $h(x)$
er plottet her :



A) $g'(2) = -1/2$

B) $g'(2) = 1$

C) $g'(2) = 3$

D) $g'(2) = 4$

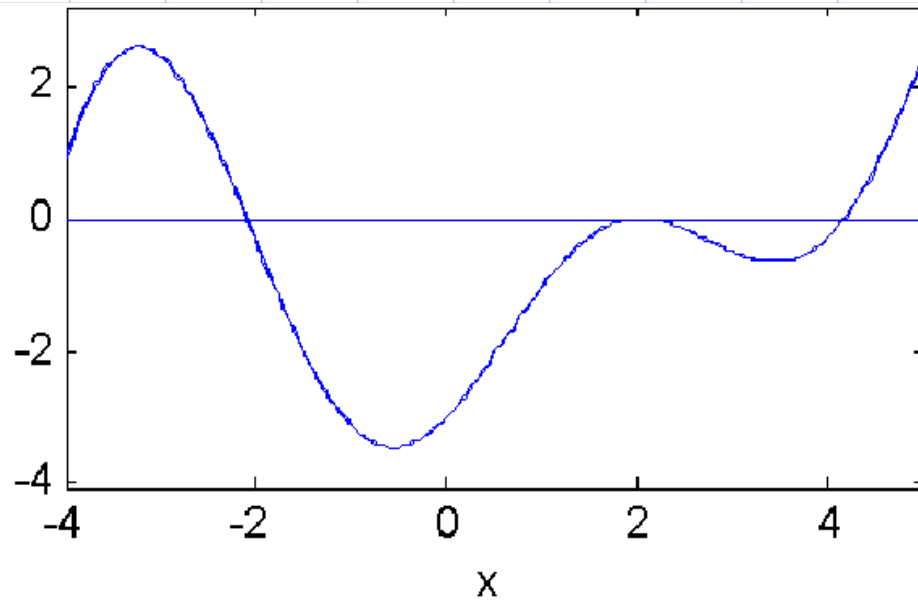
E) Ingen av disse

Hvis

$$g(x) = f(h(x)),$$

hva er $g'(2)$?

Her er $f'(x)$ plottet:



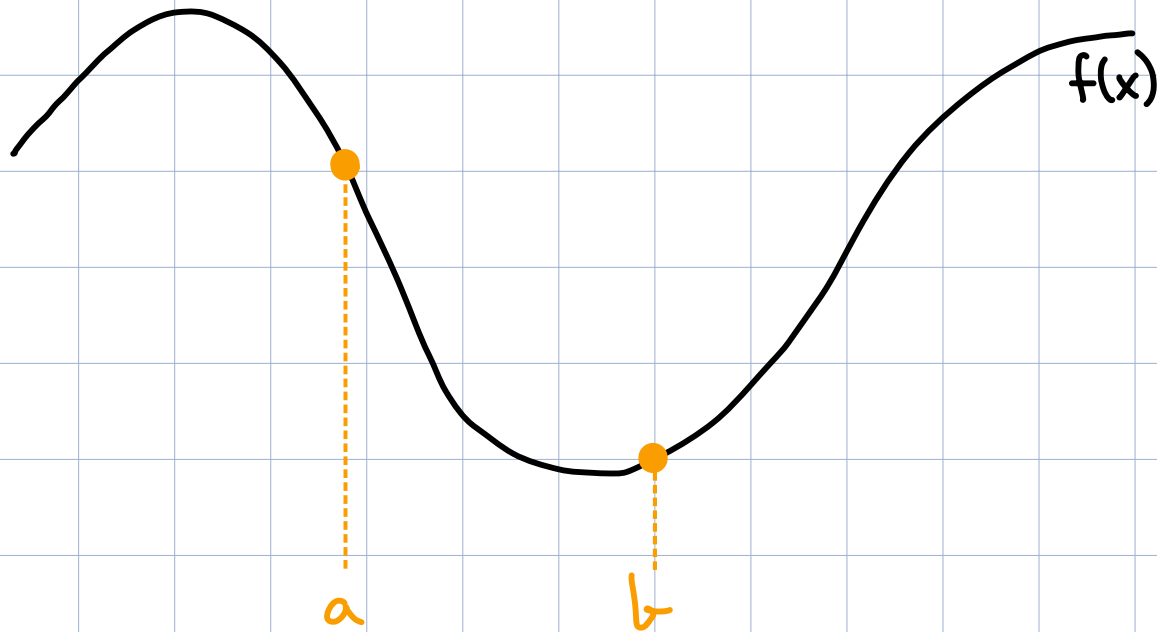
A) $x = -3,2$ B) $x = -2$

C) $x = -0,8$ D) $x = 2$

E) $x = 4$

Hvor på intervallet $[-4, 4]$
oppnår f sitt globale maksimum?

Hvilket alternativ representerer stigningstallet til ei rett linje mellom de to markerte punktene?



A) $m = \frac{f(a) + f(b)}{a + b}$

B) $m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

C) $m = \frac{a}{b}$

D) $m = \frac{f(a) - f(b)}{b - a}$

Hva er ligninga til

tangenten til $y = x^2$

i $x = 4$?

A) $y = (2x)x + 4$

B) $y = 8x + 4$

C) $y = 8x - 16$

D) $y = 16x - 48$

Hva er ligninga til
tangenten til $y = 2e^x$
i $x = 1$?

A) $y = 2e^x x$

B) $y = 2ex$

C) $y = 2e^x x + 2e$

D) $y = 2ex + 2e$

Anta at

$$f(2) = 15 \quad \text{og} \quad f'(2) = 3.$$

Estimér $f(2,5)$.

A) 10,5

B) 15

C) 16,5

D) 18

Arealet til en sirkel,

$$A = \pi r^2,$$

endrer seg når radiusen endres.

Hvis radiusen endres med tiden,
hva blir endringa i areal?

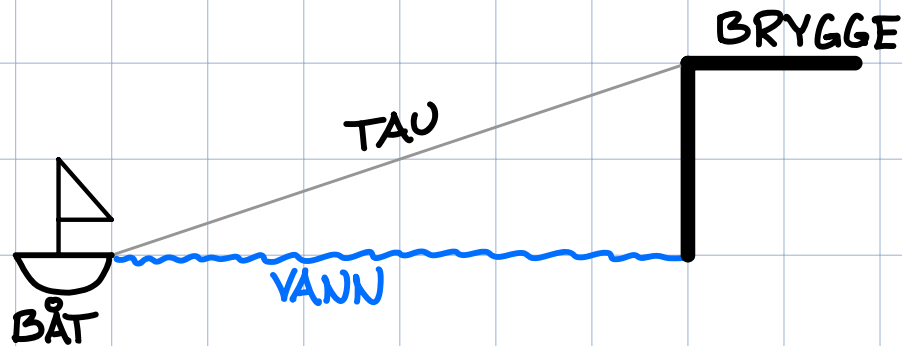
A) $\frac{dA}{dt} = 2\pi r$

B) $\frac{dA}{dt} = 2\pi r + \frac{dr}{dt}$

C) $\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$

D) Umulig å si

En båt trekkes mot land:



Hvordan henger

endringen i taulengden

sammen med

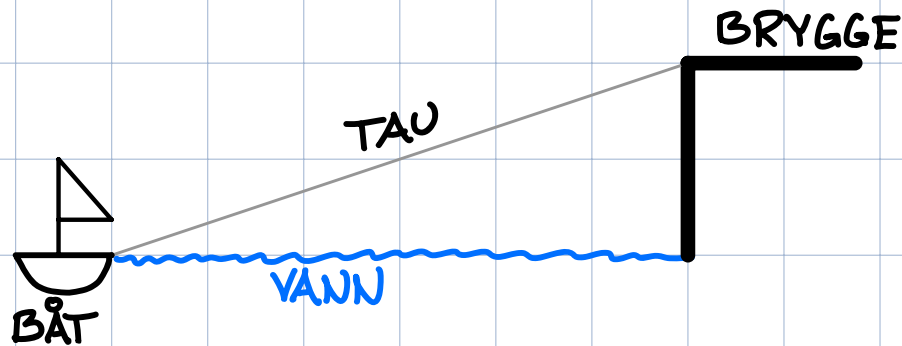
endringen i avstanden til land?

A) Den ene er et konstant multiplum av den andre.

B) De er like

C) Det avhenger av hvor langt fra land båten befinner seg

En båt trekkes mot land:



A) Fakta , og jeg er sikker

B) Fakta , men jeg er usikker

Solveig trekker inn én meter tau i sekundet (konstant hastighet).

C) Fleip , og jeg er sikker

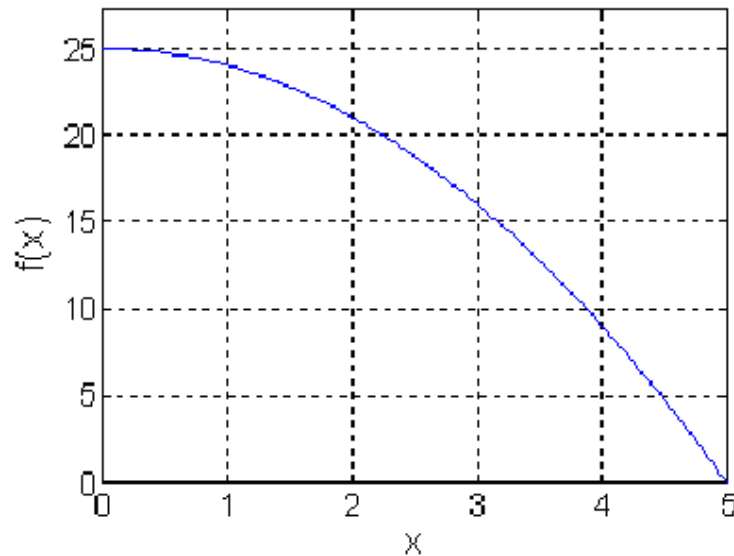
D) Fleip , men jeg er usikker

FLEIP ELLER **FAKTA**?

Jo nærmere land båten kommer, desto raskere beveger den seg.

INTEGRASJON

Her er $f(x)$ plottet:



A) 13

B) 17

C) 65

D) 85

Hvilket alternativ er det
beste estimatet til

$$\int_0^3 f(x) dx \quad ?$$

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis en tråd kortes
opp i n biter og bit
 j har lengde Δx_j ,
så må

trådens totale lengde

ha vært $\sum_{j=1}^n \Delta x_j$.

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

Du har ei gulrot på 30cm
som du kutter i

SKIKKELIG TYNNE SKIVER.

Tverrsnittet til gulrota har areal
 $f(x) = \pi \cdot r(x)^2$ for $0 \leq x \leq 30$.

Hvis vi kutter i punktene
 $x_1, x_2, \dots, x_n,$

hva er en god tilnærming
til gulrotas volum?

A) $\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot x_i$

B) $\sum_{i=1}^n (f(x_{i+1}) - f(x_i)) \cdot x_i$

C) $\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot (x_{i+1} - x_i)$

D) Ingen av disse

Vann renner ut av et rør med

$f(t)$ liter/minutt

Du samler opp vannet som kommer mellom $t=2$ minutter og $t=4$ minutter.

Hvilket alternativ representerer mengden vann du samler opp?

A) $\int_2^4 f(t) dt$

B) $f(4) - f(2)$

C) $\frac{f(4) - f(2)}{2}$

D) $(4-2) \cdot f(4)$

Hvis

- $f(t)$ måles i liter/minutt og
- t måles i minutter,

hva er da

enheden til $\int_2^4 f(t) dt$?

A) liter/minutt

B) liter

C) minutter

D) liter/minutt/minutt

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis

$$f'(x) = g'(x),$$

så er

$$f(x) = g(x).$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

En antiderivert
til $6x^2$ er ...

A) $2x^3$

B) $2x^3 + 5$

C) $2x^3 + 18$

D) $2x^3 - 6$

E) Hver av disse

Hva er

$$\int 5e^x dx \text{ ?}$$

A) $5e^x + C$

B) $e^x + C$

C) $5xe^x + C$

D) $\frac{5e^{x+1}}{x+1} + C$

E) Ingen av disse

Hva er

$$\int \frac{5}{x^2} dx \text{ ?}$$

A) $-\frac{5}{x} + C$

B) $\frac{5}{x^2} + C$

C) $-\frac{10}{x^3} + C$

D) $\frac{30}{x^4} + C$

E) Ingen av disse

Vi har

$$\int_0^5 f'(t) dt = f(5) \dots$$

A) ... alltid

B) ... noen ganger

C) ... aldri

FLEIP ELLER FAKTA?

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 f(t) dt$$

- A) Fakta , og jeg er sikker
- B) Fakta , men jeg er usikker
- C) Fleip , og jeg er sikker
- D) Fleip , men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis $a=b$, så er

$$\int_a^b f(x) dx = 0$$

- A) Fakta, og jeg er sikker
- B) Fakta, men jeg er usikker
- C) Fleip, og jeg er sikker
- D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis $a \neq b$, så er

$$\int_a^b f(x) dx \neq 0$$

- A) Fakta, og jeg er sikker
- B) Fakta, men jeg er usikker
- C) Fleip, og jeg er sikker
- D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis $a \neq b$ og

$$\int_a^b f(x) dx = 0,$$

så er $f(x) = 0$.

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis $a \neq b$ og

$$\int_a^b |f(x)| dx = 0,$$

så er $f(x) = 0$.

- A) Fakta, og jeg er sikker
- B) Fakta, men jeg er usikker
- C) Fleip, og jeg er sikker
- D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis

$$\int_0^2 f(x) dx = 3 \quad \text{og} \quad \int_2^4 f(x) dx = 5,$$

så er

$$\int_0^4 f(x) dx = 8.$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

Hvis

$$\int_0^2 f(x) dx = 3 \quad \text{og} \quad \int_2^4 f(x) dx = 5,$$

hva er da

$$\int_0^2 2f(x) dx \quad ?$$

A) $3/2$

B) 3

C) 4

D) 6

E) 8

F) Umulig å si uten mer informasjon

Hvis

$$\int_0^2 f(x) dx = 3 \quad \text{og} \quad \int_2^4 f(x) dx = 5,$$

A) $3/2$

B) 3

C) 4

D) 6

E) 8

hva er da

$$\int_0^2 f(2x) dx \quad ?$$

F) Umulig å si uten mer informasjon

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis $\int_0^2 (f(x) + g(x)) dx = 10$

og $\int_0^2 f(x) dx = 3,$

så må $\int_0^2 g(x) dx = 7.$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 g(x) dx$$

=

$$\int_1^4 (f(x) + g(x)) dx$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis

$$f(x) \leq g(x)$$

for hver $2 \leq x \leq 6$, så må

$$\int_2^6 f(x) dx \leq \int_2^6 g(x) dx.$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Hvis

$$\int_2^6 f(x) dx \leq \int_2^6 g(x) dx,$$

så må

$$f(x) \leq g(x)$$

for hver $2 \leq x \leq 6$.

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

Tegn en skisse
av funksjonen
 $f(x) = -x^3$

og avgjør om

$$\int_{-5}^5 f(x) dx$$

er ...

A) ... positivt

B) ... negativt

C) ... null

FLEIP ELLER FAKTA?

$$\int 2x e^{x^2} dx = e^{x^2} + C$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

$$\int \cos x \cdot \sin^6 x \, dx = ?$$

A) $\frac{1}{7} x^7 + C$

B) $\frac{1}{7} \sin^7 x + C$

C) $\frac{1}{7} \cos^7 x + C$

D) Substitusjon fungerer ikke her

$$\int \frac{1}{5x} dx = ?$$

A) $\ln(5x) + C$

B) $\frac{1}{5} \ln x + C$

C) $\frac{1}{5} \ln(5x) + C$

D) Substitusjon fungerer ikke her

FLEIP ELLER FAKTA?

Substitusjon kan være
nyttig for å finne

$$\int e^x \sqrt{1 + e^x} dx.$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Substitusjon kan være
nyttig for å finne

$$\int \frac{e^x - e^{-x}}{(e^x - e^{-x})^3} dx.$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

Hvilken substisjøn egner seg
best hvis vi vil finne

$$\int e^{\cos \theta} \cdot \sin \theta d\theta \quad ?$$

A) $u = \cos \theta$

B) $u = \sin \theta$

C) $u = e^{\cos \theta}$

Hvilken substisjøn egner seg
best hvis vi vil finne

$$\int x^2 \sqrt{x^3 + 5} dx \quad ?$$

A) $u = x^2$

B) $u = x^3$

C) $u = x^3 + 5$

D) $u = \sqrt{x^3 + 5}$

FLEIP ELLER FAKTA?

Substitusjon kan være
nyttig for å finne

$$\int x \sin(x^2) dx$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

Substitusjon kan være
nyttig for å finne

$$\int x \sin x \, dx .$$

A) Fakta , og jeg er sikker

B) Fakta , men jeg er usikker

C) Fleip , og jeg er sikker

D) Fleip , men jeg er usikker

Hvilken teknikk ville du
bruke for å regne ut

$$\int x e^{4x} dx \quad ?$$

A) Delvis integrasjon

B) Substitusjon

C) Her er det umulig å
finne en antiderivert

$$\int x e^{4x} dx = ?$$

A) $\frac{1}{8} x^2 e^{4x} + C$

B) $\frac{1}{4} x e^{4x} - \frac{1}{16} e^{4x} + C$

C) $\frac{1}{4} x e^{4x} - \frac{1}{4} e^{4x} + C$

D) $\frac{1}{16} e^{4x} - \frac{1}{4} x e^{4x} + C$

FØRSTEORDENS ODE-ER

Hvilken av disse er

IKKE

ei differensialligning?

A) $6 \frac{dx}{dy} + 3xy$

B) $8 = y'/y$

C) $2f''(x) + 7f'(x) = f(x)$

D) $h(x) + 2h'(x) = g(x)$

E) Alle disse er differensialligninger

Hvilken av disse

KAN IKKE

være ei

LØSNING

av ei differensialligning?

A) $z(t) = 6$

B) $y = 3x^2 + 7$

C) $x = 0$

D) $y = 3x + y'$

E) Alle disse kan
være løsninger

FLEIP ELLER FAKTA?

Ei diffligning er
en type funksjon.

A) Fakta , og jeg er sikker

B) Fakta , men jeg er usikker

C) Fleip , og jeg er sikker

D) Fleip , men jeg er usikker

Hvilken av disse

ER EN LØSNING

av diffligninga

$$\frac{dy}{dt} = 72 - y ?$$

A) $y(t) = 72t - \frac{1}{2}t^2$

B) $y(t) = 72 + e^{-t}$

C) $y(t) = e^{-72t}$

D) $y(t) = e^{-t}$

Mengden **giftige kjemikalier**
i en innsjø artar med
30% i året.

Hvis $p(t)$ er den totale
mengden **giftige kjemikalier**
som funksjon av tiden t ,

HVILKEN DIFFLIGNING

beskriver situasjonen?

målt i år

A) $p'(t) = -30$

B) $p'(t) = -0,30$

C) $p'(t) = p - 30$

D) $p'(t) = -0,3p$

E) $p'(t) = 0,7p$

Se på difflikninga

$$f'(x) = 2f(x) + 3x.$$

Hvis vi setter funksjonen

$$f(x) = 3e^{2x} + 6x$$

inn i likninga, får vi

$$6e^{2x} + 6 = 2(3e^{2x} + 6x) + 3x$$

HVA BETYR DET?

A) f er en løsning

B) f er en løsning
hvis $x = 2/5$

C) f er ikke
en løsning

D) Det sier oss
ikke noe.

Hvilken difflikning
har funksjonen

$$f(x) = 0,4e^{2x}$$

som løsning?

A) $\frac{df}{dx} = 0,4f$

B) $\frac{df}{dx} = 2f$

C) $\frac{df}{dx} = 2f + 0,4$

D) $\frac{df}{dx} = 0,4f + 2$

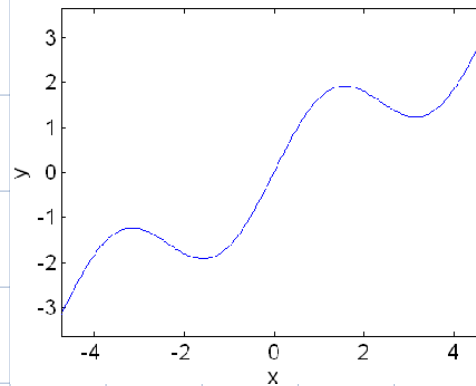
E) Ingen av disse

Hvilken av disse

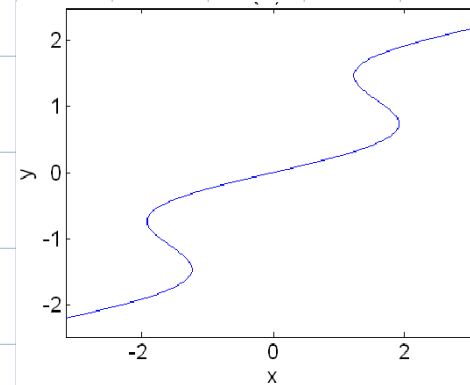
KAN IKKE
VÆRE EN LØSNING

av noen difflikning?

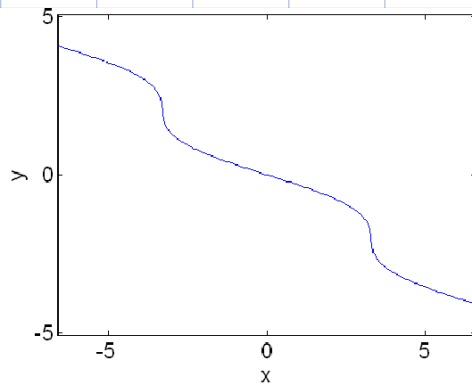
A)



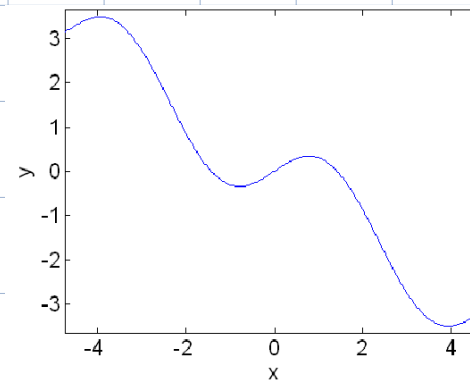
B)



C)



D)



Difflikninga

$$\frac{dy}{dx} = 2y$$

forteller oss at

TANGENTEN TIL
EN LØSNINGSKURVE

i et vilkårlig punkt

HAR STIGNINGSTALL ...

A) ... lik 2

B) ... lik x-koordinaten

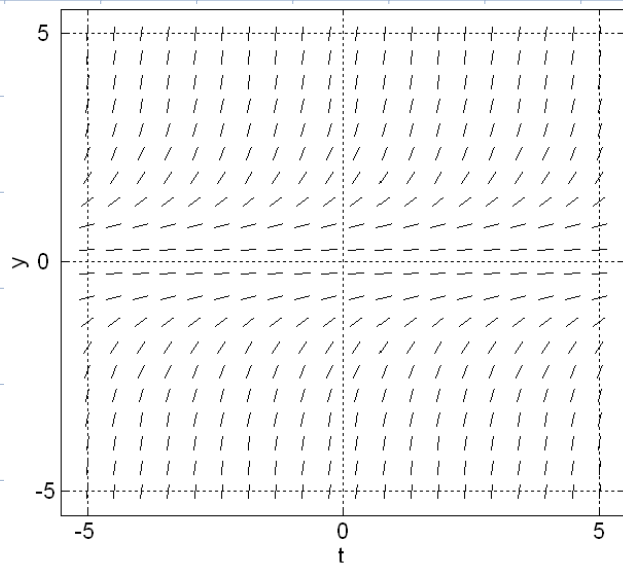
C) ... lik y-koordinaten

D) ... lik to ganger
x-koordinaten

E) ... lik to ganger
y-koordinaten

F) Ingen av delene

Her er retningsfeltet
til ei diffligning:



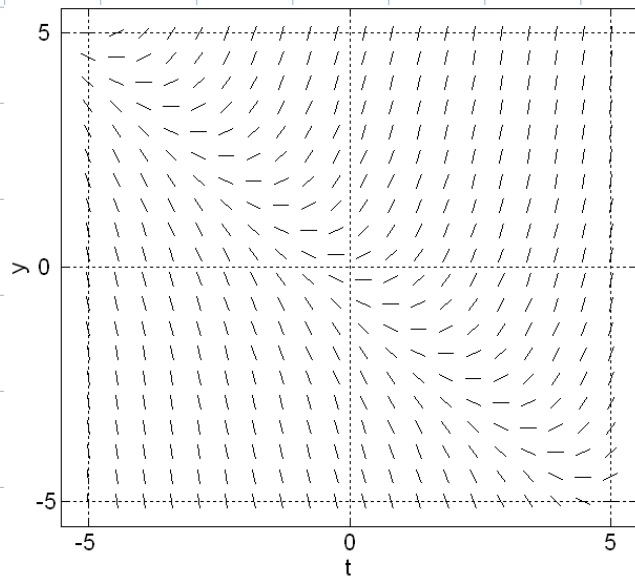
A) $\frac{dy}{dt} = f(y)$

B) $\frac{dy}{dt} = f(t)$

C) $\frac{dy}{dt} = f(y, t)$

Hvilken form har
diffligninga?

Her er retningsfeltet
til ei diffligning:



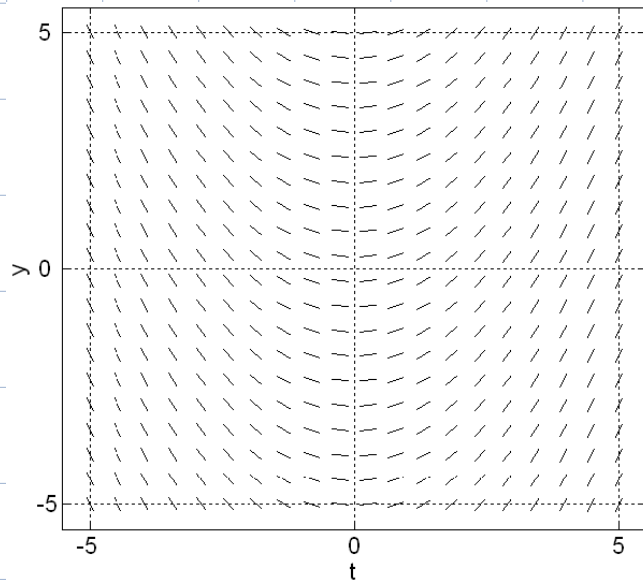
A) $\frac{dy}{dt} = f(y)$

B) $\frac{dy}{dt} = f(t)$

C) $\frac{dy}{dt} = f(y, t)$

Hvilken form har
diffligninga?

Her er retningsfeltet
til ei diffligning:



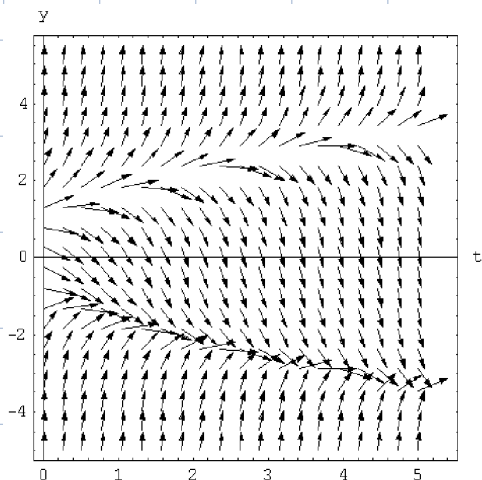
A) $\frac{dy}{dt} = f(y)$

B) $\frac{dy}{dt} = f(t)$

C) $\frac{dy}{dt} = f(y, t)$

Hvilken form har
diffligninga?

Her er retningsfeltet
til ei diffligning:



La funksjonen $y=y(t)$
være en løsning.
Anta at $y(0)=0$.

Hva vil du anslå
at $y(5)$ er?

A) $y(5) \approx -3$

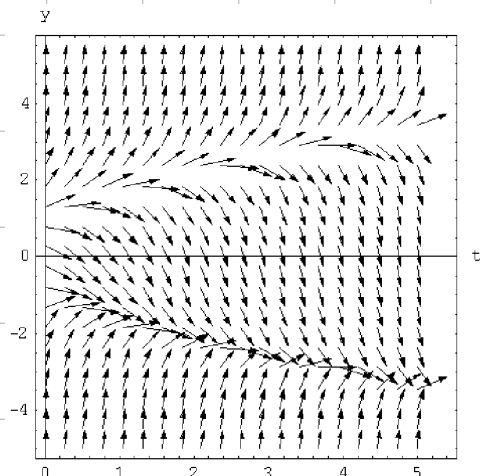
B) $y(5) \approx 3$

C) $y(5) \approx 0$

D) $y(5) < -5$

E) Ingen av disse

Her er retningsfeltet
til ei diffligning:



La funksjonen $y=y(t)$
være en løsning.
Anta at $y(0) = -4$.

Hva vil du anslå
at $y(5)$ er?

A) $y(5) \approx -3$

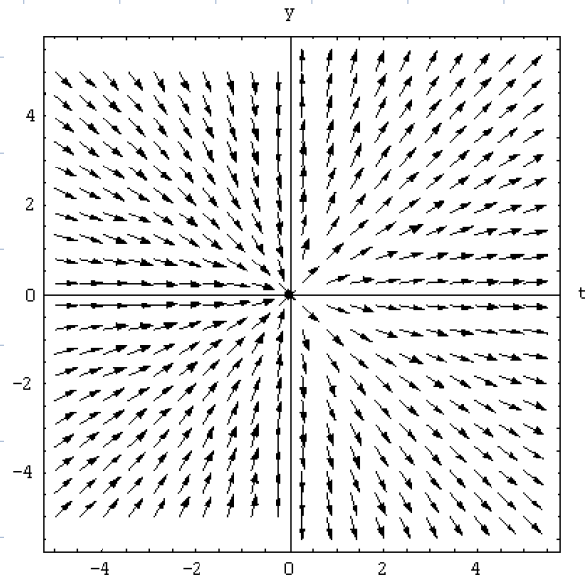
B) $y(5) \approx 3$

C) $y(5) \approx 0$

D) $y(5) < -5$

E) Ingen av disse

Her er et
retningsfelt:



A) $y' = yt$

B) $y' = y/t$

C) $y' = -yt$

D) $y' = -y/t$

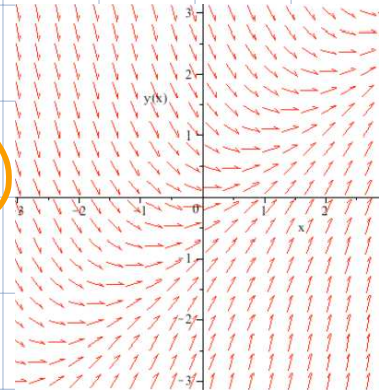
Hva er **difflikninga**?

Hvilket alternativ er
retningsfeltet

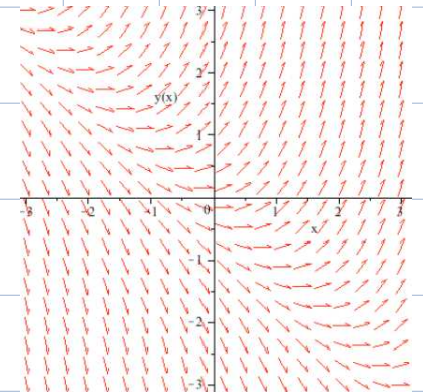
til differentiallinga

$$\frac{dy}{dx} = x + y ?$$

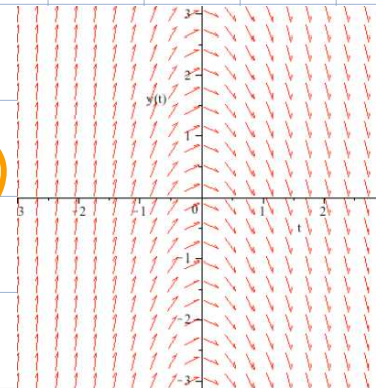
A)



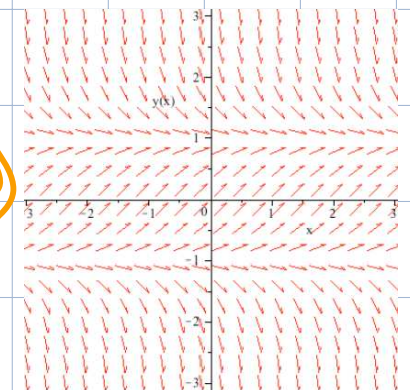
B)



C)

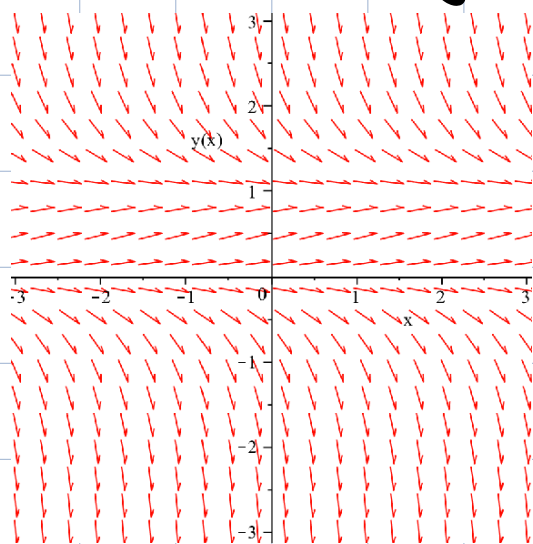


D)



Under er retningsfeltet
til differensialligninga

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{1-y}$$



Hvis y er en løsning
med $y(0) = 2$,

HVA SKJER MED $y(x)$

når $x \rightarrow \infty$?

A) Nærmer seg $y=1$
nedenfra

B) Nærmer seg $y=1$
ovenfra

C) Vokser mot ∞

D) Vokser mot $-\infty$

E) Er konstant

Hva er den
"SEPARERTE"

formen til
diff ligninga

$$\frac{df}{dx} = 2f + e^{3x} \quad ?$$

A) $\frac{1}{2f} df = e^{3x} dx$

B) $df = 2f + e^{3x} dx$

C) $\frac{1}{f} df = (2 + e^{3x}) dx$

D) $-2f df = e^{3x} dx$

E) Ligninga er
ikke separabel.

Hvilket alternativ er
en

INTEGRERENDE
FAKTOR

for diff ligninga

$$y' + 3ty = \sin t \quad ?$$

A) $e^{\frac{3t^2}{2}}$

B) e^3

C) $e^{\sin t}$

D) $e^{-\cos t}$

E) e^{3y}

F) Alle disse

Hvilket alternativ er
en

INTEGRERENDE
FAKTOR

for diffligninga

$$y' + 2y = 3t \quad ?$$

A) e^{2t}

B) e^{2t+5}

C) $e^2 e^{2t}$

D) $7e^{2t}$

E) Alle disse

F) Ingen av disse

Hvilket alternativ er
en

INTEGRERENDE
FAKTOR

for difflikninga

$$3y' + 6ty = 8t?$$

A) e^{3t^2}

B) e^{t^2}

C) e^6

D) Alle disse

E) Ingen av disse

F) Ligninga kan ikke løses
v.h.a. integrerende faktor

ANDREORDEUS ODE-ER

Hvilket alternativ er

IKKE

en løsning av

$$y'' = -a \cdot y$$

for noen verdi av a ?

A) $y = 2 \sin(6t)$

B) $y = 4 \cos(5t)$

C) $y = 3 \sin(2t) + 8 \cos(2t)$

D) $y = 2 \sin(3t) + 2 \cos(5t)$

Hvilket alternativ er

IKKE EKVIVALENT

med ligninga

$$y'' + 3y' + 2y = 0 \quad ?$$

A) $2y'' + 6y' + 4y = 0$

B) $y'' = 3y' + 2y$

C) $-12y'' = 36y' + 24y$

D) $3y'' = -9y' - 6y$

E) Alle er
ekvivalente

Hvilket alternativ er

EN LØSNING

av ligninga

$$y'' + 4y' + 3y = 0 \quad ?$$

A) $y = e^{2t}$

B) $y = e^t$

C) $y = e^{-t}$

D) $y = e^{-2t}$

E) Ingen av disse

F) Alle disse

Finn den

GENERELLE LØSNINGA

til difflikninga

$$y'' + 3y' + 2y = 0.$$

A) $y(t) = C_1 e^{-t/2} + C_2 e^{t/2}$

B) $y(t) = C_1 e^{-2t} + C_2 e^{-t}$

C) $y(t) = C_1 e^{-2t} + C_2 e^t$

D) $y(t) = -2C_1 e^{-2t} - C_2 e^{-t}$

E) Ingen av disse

Finn den

GENERELLE LØSNINGA

til differensialligninga

$$y'' + 2y' + 2y = 0.$$

A) $y(x) = c_1 e^{-x/2} \cos(x) + c_2 e^{-x/2} \sin(x)$

B) $y(x) = c_1 e^{-x} \cos(x) + c_2 e^{-x} \sin(x)$

C) $y(x) = c_1 e^{-x} \cos\left(\frac{x}{2}\right) + c_2 e^{-x} \sin\left(\frac{x}{2}\right)$

D) $y(x) = c_1 + c_2 e^{-2x}$

E) Ingen av disse

Uten å bruke
"prøv og feil":

Hvilken av funksjonene er
EN LØSNING

av differensialligninga

$$y'' + 10y = 0 \quad ?$$

A) $y = 10 \sin(10t)$

B) $y = 60 \cos(\sqrt{10}t)$

C) $y = \sqrt{10} e^{-10t}$

D) $y = 20 e^{\sqrt{10}t}$

E) Flere enn én
av disse

Solveig trenger en
PARTIKULÆRLØSUNG

til ligninga

$$y'' + 7y' + 12y = 5e^{-2t}.$$

Hva bør hun **tippe**?

A) $y_P = c e^{-4t}$

B) $y_P = c e^{2t}$

C) $y_P = c e^{-2t}$

D) $y_P = c \sin(2t)$

E) Ingen av disse

Hva er en

PARTIKULÆRLØSUNG

av ligninga

$$y'' + 7y' + 12y = 5e^{-6t} ?$$

A) $y_P = \frac{5}{6} e^{-6t}$

B) $y_P = \frac{5}{31} e^{-6t}$

C) $y_P = \frac{5}{20} e^{-6t}$

D) $y_P = e^{-3t}$

E) Ingen av disse

Se på ligninga

$$y' = 2y + \sin(3t).$$

Hvilket alternativ
vil dere

GJETTE PÅ

som løsning?

A) $y = c_0 e^{2t} + \sin(3t)$

B) $y = c_0 e^{2t} + \sin(3t) + \cos(3t)$

C) $y = c_0 e^{2t} + c_1 \sin(3t)$

D) $y = c_0 e^{2t} + c_1 \sin(3t) + c_2 \cos(3t)$

E) $y = c_0 e^{2t} + c_1 e^{-2t} + c_2 \sin(3t) + c_3 \cos(3t)$

F) Ingen av disse

Tea har ei diffligning
med

$$y = A \sin(3x) + B \cos(3x)$$

som generell løsning.

Hvilken betingelse ville
fortelle Tea at $A = 0$?

A) $y(0) = 0$

B) $y'(0) = 0$

C) $y(1) = 0$

D) Ingen av disse

Marianne har ei
difflikning med

$$y = Ae^{3x} + Be^{-3x}$$

som generell løsning.

Hvis Marianne vet at

$$y=0 \text{ når } x=0,$$

så vet hun også ...

A) ... at $A=0$

B) ... at $B=0$

C) ... at $A=-B$

D) ... at $A=0=B$

Hva er

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}^5 ?$$

A) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 2^5 & 0 \\ 0 & 3^5 \end{pmatrix}$

D) For vanskelig å regne ut for hånd

Finn funksjoner

$y_1(t)$ og $y_2(t)$

som oppfyller systemet

$$\begin{cases} y_1' &= -2y_1 \\ y_2' &= 3y_2 \end{cases}$$

A) $y_1(t) = c_1 e^{-2t}$
 $y_2(t) = c_2 e^{3t}$

B) $y_1(t) = c_1 e^{3t}$
 $y_2(t) = c_2 e^{-2t}$

C) $y_1(t) = c_1 e^{-2t}$
 $y_2(t) = c_2 e^{-2t}$

D) $y_1(t) = c_1 e^{3t}$
 $y_2(t) = c_2 e^{3t}$

E) Vi må lære mer
lineáralgebra før vi
kan løse dette

Se på ligninga

$$y'' = -ay.$$

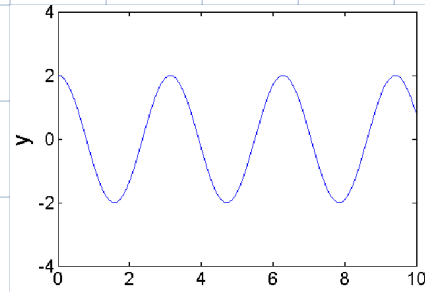
Her er noen
løsninger for ulike
verdier av $a > 0$.

Hvilket alternativ svarer
til den

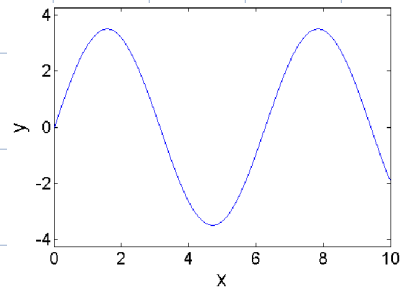
STØRSTE VERDIEN

av a ?

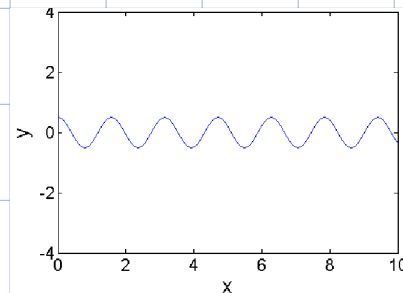
A)



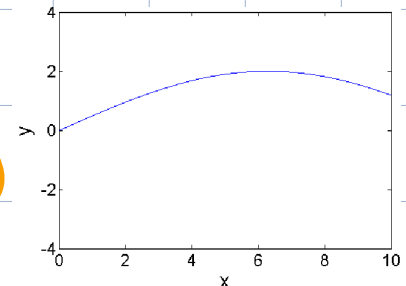
B)



C)



D)



SYSTEMER AV ODE-ER

Er

$$x_1 = x_2 = x_3 = e^t$$

en løsning av følgende system av difflikninger?

$$\begin{cases} x_1' = 3x_1 - x_2 + x_3 \\ x_2' = 2x_1 - x_3 \\ x_3' = x_1 - x_2 + x_3 \end{cases}$$

A) Ja

B) Nei, fordi dette ikke er en løsning av denne likninga

C) Nei, fordi dette ikke er en løsning av denne likninga

D) Nei, fordi dette ikke er en løsning av denne likninga

Hvilket alternativ er
en løsning av
systemet

$$\begin{cases} y_1' = 4y_1 - y_2 \\ y_2' = 2y_1 + y_2 \end{cases} ?$$

A) $x_1 = e^{2t}$
 $x_2 = e^{2t}$

B) $x_1 = e^{2t}$
 $x_2 = 2e^{2t}$

C) $x_1 = e^{3t}$
 $x_2 = e^{-3t}$

D) Ingen av disse

E) Alle disse

Ligninga $\bar{y}' = A\bar{y}$ har løsning

$$\bar{y} = c_1 e^{-4t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^{3t} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Hvilket alternativ er **DET SAMME** som $\bar{y}$?

A) $y_1 = -2c_1 e^{-4t} + c_2 e^{-4t}$ og $y_2 = 2c_1 e^{3t} + 3c_2 e^{3t}$

B) $y_1 = -2c_1 e^{-4t} + c_2 e^{3t}$ og $y_2 = c_1 e^{-4t} + 3c_2 e^{3t}$

C) $y_1 = -2c_1 e^{-4t} + c_1 e^{-4t}$ og $y_2 = 2c_2 e^{3t} + 3c_2 e^{3t}$

D) $y_1 = -2c_1 e^{-4t} + 2c_1 e^{3t}$ og $y_2 = c_2 e^{-4t} + 3c_2 e^{3t}$

E) Alle disse

F) Ingen
av disse

FLEIP ELLER FAKTA?

$$\bar{y} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ 0 \end{pmatrix}$$

er en løsning av

$$\bar{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \bar{y}.$$

- A) Fakta, og jeg er sikker
- B) Fakta, men jeg er usikker
- C) Fleip, og jeg er sikker
- D) Fleip, men jeg er usikker

$$\bar{y} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ 0 \end{pmatrix}$$

ER en løsning av

$$\bar{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \bar{y}.$$

FLEIP ELLER FAKTA?

$$k \cdot \begin{pmatrix} e^{2t} \\ 0 \end{pmatrix}$$

er også
en løsning $\forall k \in \mathbb{R}$.

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

$$\begin{pmatrix} e^{2t} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ og } \begin{pmatrix} e^{-4t} \\ -2e^{-4t} \end{pmatrix}$$

ER løsninger av

$$\bar{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \bar{y}.$$

A) Fakta, og jeg er sikker

B) Fakta, men jeg er usikker

FLEIP ELLER FAKTA?

$$\begin{pmatrix} e^{2t} + e^{-4t} \\ -2e^{-4t} \end{pmatrix}$$

C) Fleip, og jeg er sikker

D) Fleip, men jeg er usikker

er også
en løsning $\forall k \in \mathbb{R}$.

Ligninga $\bar{y}' = A\bar{y}$ har løsning 2x2-matrise



$$\bar{y} = e^{-2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + e^{-4t} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Hvilket alternativ er **OGSÅ EN LØSNING?**

A) $\bar{y} = 2e^{-2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

D) Alle disse

B) $\bar{y} = 3e^{-2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - 4e^{-4t} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

E) Ingen
av disse

C) $\bar{y} = \frac{1}{4}e^{-4t} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

1) Generell løsning:

$$y_1 = c_1 e^{2t} - \frac{c_2}{4} e^{-3t}; \quad y_2 = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-3t}$$

2) Bruk betingelsene $y_1(0) = 1$ og $y_2(0) = 6$
til å bestemme c_1 og c_2 :

HVA BLIR c_1 OG c_2 ?

A) $c_1 = -2$; $c_2 = 4$

C) $c_1 = 2$; $c_2 = 4$

B) $c_1 = -2$; $c_2 = -4$

D) $c_1 = 2$; $c_2 = -4$

HVILKET SYSTEM

av førsteordens
ligninger er

EKVIVALENT MED

ligninga

$$y'' + 2y' + y = 2 \quad ?$$

$$A) \begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = y_1 - 2y_1' + 2 \end{cases}$$

$$B) \begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = -2y_1 + y_2 + 2 \end{cases}$$

$$C) \begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = -y_1 - 2y_2 + 2 \end{cases}$$

$$D) \begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = -y_1 + 2y_2 + 2 \end{cases}$$

HVILKEN LIGNING

er

EKVIVALENT MED

følgende system af
førsteordens ligninger?

$$\begin{cases} x' = -3x + y \\ y' = x - y \end{cases}$$

A) $x'' + 5x' + 5x = 0$

B) $x' = -3x + x' + 3x$

C) $y'' + 5y' + 5y = 0$

D) $y' = -2y - (y' + 2y)$

E) Flere af disse

F) Ingen af disse

Husk at vi beskrev
denne situasjonen

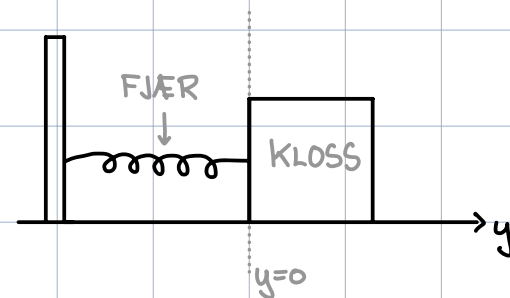
med ligninga

$$y'' + 9y = 0.$$

Hva representerer
variabelen y her?

D) Massens hastighet

E) Ingen av disse



- null friksjon
- null luftmotstand

A) Fjæras avstand fra likevekt

B) Massens avstand fra likevekt

C) Fjæras hastighet

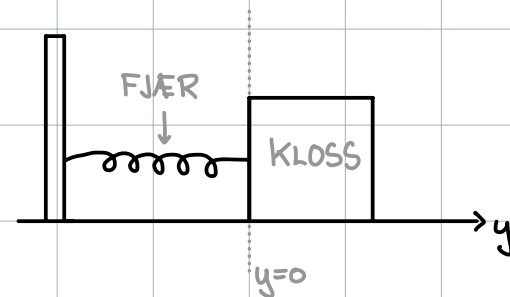
Ligninga

$$y'' + 9y = 0$$

kan gjøres om til et system av førsteordens ligninger ved å introdusere en ny variabel

$$x = y'.$$

Hva representerer x ?



- null friksjon
- null luftmotstand

- A) Massens avstand fra likevekt
- B) Massens hastighet
- C) Massens akselerasjon
- D) Ingen av disse

Se på ligninga $\bar{y}' = A\bar{y}$.

Anta at A har
egenverdiene

4 og -3

med tilhørende egenvektorer

$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ og $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, hhv.

Hvilken form har
løsningen av ligninga?

A) $\bar{y} = c_1 e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + c_2 e^{3t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

B) $\bar{y} = c_1 e^{4t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^{-3t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

C) $\bar{y} = c_1 e^{4t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + c_2 e^{-3t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

D) $\bar{y} = c_1 e^{-4t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^{3t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Se på ligninga $\bar{y}' = A\bar{y}$.

Anta at A har
egenverdiene

-5 og -2

med tilhørende egenvektorer

$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ og $\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$, hhv.

Hvilken form har
løsningen av ligninga?

A) $\bar{y} = \begin{pmatrix} -k_1 e^{-5t} + 2k_2 e^{-2t} \\ -4k_1 e^{-5t} + 5k_2 e^{-2t} \end{pmatrix}$

B) $\bar{y} = \begin{pmatrix} -k_1 e^{-2t} - 4k_2 e^{-5t} \\ 2k_1 e^{-2t} + 5k_2 e^{-5t} \end{pmatrix}$

C) $\bar{y} = \begin{pmatrix} -k_1 e^{-5t} - 4k_2 e^{-2t} \\ 2k_1 e^{-5t} + 5k_2 e^{-2t} \end{pmatrix}$

D) $\bar{y} = \begin{pmatrix} -k_1 e^{-2t} + 2k_2 e^{-5t} \\ -4k_1 e^{-2t} + 5k_2 e^{-5t} \end{pmatrix}$

Se på ligninga $\bar{y}' = A\bar{y}$.

Anta at A har
egenverdiene

-4 og 3

med tilhørende egenvektorer

$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ og $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, hhv.

Er

$$\bar{y} = e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

en løsning av ligninga?

A) Ja

B) Nei, fordi den ikke
inneholder denne
egenverdien

C) Nei, fordi den er
en vektor

D) Nei, av en grunn
som ikke er nevnt her

Se på ligninga $\bar{y}' = A\bar{y}$.

Anta at A har

4

som sin eneste egenverdi
med tilhørende egenvektorer

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ og $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Hvilken form har
løsningen av ligninga?

A) $\bar{y} = c_1 e^{4t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 e^{4t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

B) $\bar{y} = c_1 e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 e^{-4t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

C) $\bar{y} = c_1 e^{4t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 t e^{4t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

D) $\bar{y} = c_1 e^{-4t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Se på ligninga $\bar{y}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \bar{y}$.

Denne matrisa har

2

som sin eneste egenverdi
og hver egenvektor
er et skalarmultiplum av

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Er

$$\bar{y} = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

en løsning av ligninga?

A) Ja

B) Nei

Se på ligninga $\bar{y}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \bar{y}$.

Denne matrisa har

2

som sin eneste egenverdi
og hver egenvektor
er et skalarmultiplum av

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Er

$$\bar{y} = t e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

en løsning av ligninga?

A) Ja

B) Nei

Se på ligninga $\bar{y}' = A\bar{y}$.

Anta at A har
-4

som sin eneste egenverdi
og at hver egenvektor
er et skalarmultiplum av
 $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Hvilken form har
løsningen av ligninga?

A) $\bar{y} = c_1 e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + c_2 t e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

B) $\bar{y} = c_1 e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + c_2 e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

C) $\bar{y} = c_1 e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + c_2 \left(t e^{-4t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + e^{-4t} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$