



Algebra fra Scratch

LÆRERVEILEDNING

JOAKIM HØYLAND

Introduksjon

I dette undervisningsdesignet skal elevene møte algebraiske elementer gjennom å programmere i Scratch. Undervisningsdesignet passer fint rett før, eller som en del av, oppstarten av algebraundervisningen på 8. trinn.

Hensikt og læringsmål

Elevene skal generalisere og bruke variabler i Scratch og i algebra.

Læringsmål:

Eleven skal

- oppdage behovet for å generalisere slik at omkretsen blir utregnet riktig uansett type rektangel
- oppdage behovet for å bruke variabler i utregningen
- utfordre sin tolkning av variabelbegrepet
- tilnærme seg et algebraisk symbolspråk

Målgruppe

Designet er tilpasset oppstart av algebra på 8. trinn.

Elevforutsetninger

Eleven må ha grunnleggende forkunnskaper i programmering i Scratch, der de må ha erfaringer med å skape algoritmer, bruke løkker, gjøre enkle utregninger med operatorer, lagre utregning i en variabel, og bruke tilleggsverktøyet "Penn". I matematikk er det en fordel at de vet hva et rektangel er, hvilke egenskaper det har og hvordan man regner omkrets av det.

Utstyr

- Datamaskin med tilgang til scratch.mit.edu der elevene må ha bruker
- Elevene arbeider i par på én datamaskin

Tilpasning

Det er ikke nødvendig at elevene blir ferdig med alle oppgavene for å nå læringsmålene. Elevene kan nå læringsmålet ved å gjennomføre de fire første oppgavene. Oppgave 5, 6 og 7 utfordrer de samme læringsmålene, men på et noe høyere nivå for hver oppgave. Dermed har designet en innebygget nivåtilpasning. Likevel kan det være enkelte elever som har utfordringer med elevforutsetningen ovenfor og som derfor trenger ekstra støtte.

Læreplan

Overordnet del

I overordnet del vil dette opplegget treffe flere områder, men spesielt følgende områder:

- 1.3 Kritisk tenkning og etisk bevissthet
- 1.4 Skaperglede, engasjement og utforskertrang
- 2.2 Kompetanse i fagene og kompetansebegrepet

Matematikk

Kjerneelement

Elevene vil være innom flere av kjerneelementene:

- Utforskning og problemløsning
 - Problemløsning
 - Algoritmisk tenking

- Resonnering og argumentasjon
- Representasjon og kommunikasjon
- Abstraksjon og generalisering
- Matematisk kunnskapsområde
 - Algebra
 - Programmering

Kompetansemål etter 8. trinn

Eleven skal kunne

- utforske algebraiske regneregler
- beskrive og generalisere mønster med egne ord og algebraisk
- lage og forklare regneuttrykk med tall, variabler og konstanter knytte til praktiske situasjonar
- utforske korleis algoritmar kan skapes, testes og forbedres ved hjelp av programmering

Gjennomføring

Designet anbefales en varighet på 90 minutter

Innhold

- 1) Oppstart (10 minutter)
 - a) Spørsmål som parene snakker sammen om først, før det tas i plenum
 - i) “Hva er en variabel i Scratch er, og hva gjør den?” (se “Tips til lærer” lenger ned)
 - ii) “Hva er et rektangel og hvordan regner man omkrets av den?”
 - b) Del ut oppgavene (anbefaler at oppgavene er printet på ark, slik at elevene slipper å bytte mellom vinduer)
 - i) Anbefaler å bruke noen minutter på å forklare rollefordelingen, og kort om oppgave 1, 2, 3 og 4, uten å avsløre det elevene selv skal finne ut.
- 2) Arbeidsøkt (65-70 minutter)
 - a) Elevene arbeider med oppgavesettet (se eget ark)
 - b) Uansett hvor langt elevene har kommet anbefales det sterkt å sette av nok tid til oppsummering

3) Oppsummering (10-15 minutter)

Mot slutten av elevenes arbeid med oppgavene bør du tegne opp på tavla ulike løsninger elevene har laget for å løse oppgave 3.

- a) La gruppene diskutere følgende spørsmål før det tas i plenum
 - i) “Hvorfor brukte dere bokstavene a og b i stedet for tall når dere skulle regne ut omkretsen av rektangelet/rektanglene?”
 - ii) “Hvilke av løsningene på oppgave 3 som elevene ser på tavla er riktige, og hvorfor?”
- b) La elevene foreslå hvordan løsningene på oppgave 3 (som står på tavla) kan skrives på et “matematisk” språk. Først i grupper, deretter i plenum. Du kan godt introdusere begrepene *algebra* og *algebraisk symbolspråk* på dette tidspunktet.
- c) Oppsummer forskjellen mellom en variabel i programmering og variabel i algebra.

Tips til lærer

Generalisering

For å løse oppgaven, både i programmering og algebraisk er elevene nødt til å generalisere. Dette kan du som lærer observere i elevenes diskusjoner og besvarelser. Designet opererer i en overgang fra det vi kaller *algebraisk tenkning* (tidlig algebra / pre-algebra) til *algebra*. I algebra skal elevene gjøre generaliseringer, og vise til det gjennom å bruke det algebraisk symbolspråket. Det er anbefalt at elevene utfordres til å generalisere allerede på barneskolen, men uten krav til å bruke et algebraisk symbolspråk. I algebraisk tenkning er målet at elevene skal se noe generelt i et mønster (for eksempel en tallrekke), som de kan bruke for å beskrive en større helhet.

I dette designet må elevene se noe generelt i omkretsen til alle typer rektangler og bruke det til å klare å regne ut omkretsen riktig for alle rektangler. For å få til dette er de nødt til å bruke variabler. For å gjøre overgangen til algebra enklere er variablene navngitt a og b . Her kan det være fornuftig analysere elevenes generalisering i lys av et rammeverk, for å kunne veilede de bedre. Vi foreslår et rammeverk for generalisering fra Radford (2006) som er nærmere forklart i Tabell 1. Rammeverket har en nivådeling der øverste nivå er *symbolsk algebraisk generalisering*. Når eleven gjør utregningen i Scratch er de nødt til å bruke bokstavene a og b som gjør at de i besvarelsen trolig er på symbolsk algebraisk generalisering. Samtidig kan elevene vise et lavere nivå i sine samtaler og i oppgave 4.

Tabell 1: Radfords rammeverk for generalisering (oversatt fra Radford, 2006)

| <u>Naiv induksjon</u> | <u>Generalisering</u> | | | |
|---|---|--|--|--|
| | Aritmetisk | Algebraisk | | |
| | | Faktuell | Kontekstuell | Symbolsk |
| Eleven generaliserer ikke. Baserer seg på gjetning og/eller prøving og feiling. | Eleven ser noe generelt, men overfører det kun til noen få tilfeller. Elevene bruker fortsatt tall. | Eleven viser til ubestemte størrelser og ser det generelle. Ubestemte størrelser er ikke navngitt. for eksempel ved å bruke tall, figurer eller konkrete | Eleven viser til ubestemte størrelser og ser det generelle. Ubestemte størrelser er navngitt ut fra kontekst (for eksempel lengde og bredde) | Eleven viser til ubestemte størrelser og ser det generelle. Ubestemte størrelser er navngitt med et algebraisk symbolspråk |

Variabler

For at elevene skal forstå og lære seg algebra er det nødvendig at de har en god forståelse av variabelbegrepet. Forskning viser at mange elever har misoppfatninger knyttet til variabler, som gjør vanskelig å utvikle sin forståelse i algebra. Dette designet legger til rette for at elevene skal gjøre erfaringer med bruk av variabler i programmering i Scratch, som er overførbare til algebra. Målet er at de skal unngå noen av de vanlige misoppfatningene. Tabell 2 viser et rammeverk fra Küchemann (1981) som er til hjelp for å analysere elevenes tolkninger. De tre nederste kategoriene (korrekte tolkningene) har stigende abstrakt nivå.

Tabell 2: Küchemanns rammeverk for tolkning av bokstaver i algebra (oversatt fra Küchemann, 1981)

| Kategori | Beskrivelse | Validering |
|-------------------------------|---|---------------------------------|
| <i>Ignorert</i> | Eleven ignorerer bokstavene når de gjør utregninger, enten ved å fjerne bokstavene eller å ikke ta de med i utregningen, slik som for eksempel: $2a + 4b + 6c = 12abc$ | Ukorrekte tolkninger |
| <i>Tillagt verdi</i> | Bokstaven blir tillagt en verdi med feilaktig grunn. For eksempel ved å tro at bokstav c alltid har verdi 3, fordi bokstaven er nummer tre i alfabetet. | |
| <i>Objekt</i> | Bokstaven tolkes som initial til et objekt. For eksempel b for banan. Det vil skape utfordringer når eleven for eksempel møter på uttrykket $b \cdot l$ eller b^l . | |
| <i>Ukjent</i> | Bokstaven står for én ukjent verdi. Denne tolkningen er korrekt i for eksempel ligninger. I ligningen $2x+5=20$ kan x kun være 5, og bare 5. | Korrekte algebraiske tolkninger |
| <i>Generalisert størrelse</i> | Eleven ser at bokstaven står for mer enn bare én størrelse. Denne tolkningen er korrekt i følgende eksempel: $c + d = 10$, der c og d er positive tall. | |
| <i>Variabel</i> | Eleven ser at bokstaven står for en ubestemt størrelse, som kan variere. Denne tolkningen er korrekt for y og x i for eksempel funksjoner. | |

I designet møter elevene på variabler som tilhører kategorien *variabel*. Målet er at elevene skal gjøre seg erfaringer som utfordrer deres tolkning slik at dem når det høyeste abstrakte nivået. Trolig vil flere av elevene ikke nå den mest abstrakte kategorien i løpet av 90 minutter, men det er likevel et utgangspunkt for videre arbeid.

Muligheter for videre arbeid

- Det er naturlig å bringe inn mer algebra etter dette designet.
- Man bør fortsette å utfordre elevenes generaliseringer.
- Man bør fortsette å utfordre elevenes tolkninger av bokstavene de bruker i algebra.
- Man bør vurdere å la elevene få Küchemanns rammeverk, slik at de også får oversikt over de ulike tolkningene.

Vurdering

| Kriterier | Lav måloppnåelse | Middel måloppnåelse | Høy måloppnåelse |
|---|--|--|--|
| regner ut riktig omkrets av det dynamiske rektangelet i Scratch (se Tabell 1) | Bruker tall i sin utregning Viser til nivået <i>naiv induksjon</i> eller <i>aritmetisk generalisering</i> | Bruker variabler i sin utregning Viser til <i>faktuell eller kontekstuell algebraisk generalisering</i> | Bruker variabler med navnene <i>a</i> og <i>b</i> i sin utregning. Viser til nivået <i>symbolsk algebraisk generalisering</i> |
| forklarer hvorfor man må bruke variabler i utregningen av omkrets | Viser ikke forståelse for hvorfor det er lurt å bruke variabler i sin utregning | Viser noe usikkerhet i sin begrunnelse på hvorfor hen har valgt å bruke variabler | Begrunner godt hvorfor hen har valgt å bruke variabler. |
| Generaliseringsnivå i overgang til et "matematisk" språk (se Tabell 1) | Viser til nivået <i>naiv induksjon</i> | Viser til <i>aritmetisk generalisering</i> , eller <i>faktuell/kontekstuell algebraisk generalisering</i> | Viser til nivået <i>symbolsk algebraisk generalisering</i> |
| Tolkning av variabel (se Tabell 2) | Viser tolkning til en av de algebraisk ukorrekte kategoriene | Viser tolkning til kategorien <i>ukjent</i> | Viser tolkning til kategorien <i>variabel</i> (eventuelt <i>generalisert størrelse</i> , men det er lite sannsynlig innenfor oppgavens rammer) |

Referanser

Küchemann, D. (1981). Algebra. I K. M. Hart (Red.), *Children's understanding of mathematics: 11-16* (s. 102-119). London: John Murray.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education, North American chapter* (s. 2-21).