



# Hopp videre med Kenguru!

- matematiske idéer i problemløsning

Anne-Gunn Svorkmo, Realfagskonferansen, mai 2021



# Mine påstander

- Når elever jobber med problemstillinger i matematikk de blir nysgjerrige på, spør de aldri om hvor lenge det er igjen til friminuttet!
- Elever bruker ofte mye av sin kapasitet på å forstå oppgaven (problemløsning).



# Oppgaver som henger sammen



Små oppgavesett

Når elevene først har fått tak på  
idéen ...

Elevene kan bli utfordret på  
problemstillinger på et høyere nivå



# Matematisk idé

- Det vil si den eller de matematiske tema som utfordres og bearbeides i arbeidet med oppgaven.
- I problemløsningsoppgaver er idéen satt inn i en kontekst. For enkelte kan konteksten gjøre oppgaven mer interessant å arbeide med. Konteksten kan vekke nysgjerrighet eller motivere personer til å finne en løsning på problemet.



# Tavleoppgaven

Løs  
oppgaven  
individuell!

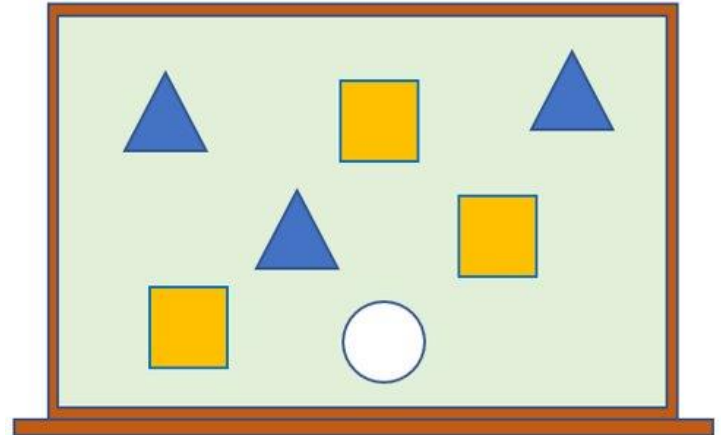
Læreren skriver tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7 på tavla.

Etterpå dekker læreren til tallene med trekanter, kvadrater og en sirkel.

Hvis du legger sammen tallene bak trekantene, får du 15.

Hvis du legger sammen tallene bak kvadratene får du 6.

**Hvilket tall skjuler seg bak sirkelen?**



# Matematisk ide som et verktøy for lærer



Nesten helt lik

Nesten helt lik, men noe er snudd om på

Noe som ligner

Noe litt enklere

Noe mer komplekst og sammensatt

En ny idé!



# En oppgave som nesten er helt lik

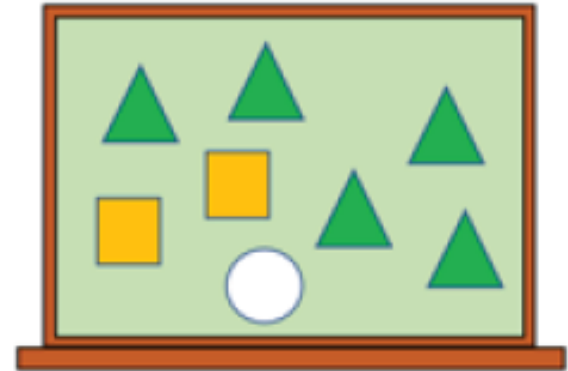
Læreren skriver tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 og 8 på tavla.

Så dekker læreren til tallene med trekanter, kvadrater og en sirkel.

Hvis du legger sammen tallene bak trekantene, får du 20.

Hvis du legger sammen tallene bak kvadratene, får du 15.

Hvilket tall står bak sirkelen?



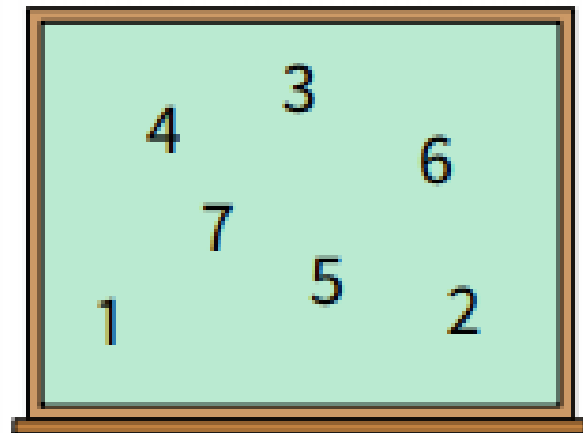
Oppgaven er lik, men noe er snudd om på

Læreren skriver tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7 på tavla.

Du skal dekke til tallene med trekanter, kvadrater og en sirkel slik at:

Hvis du legger sammen tallene bak trekantene, får du 9.

Hvis du legger sammen tallene bak kvadratene får du 18.





# En enklere oppgave

I de seks rutene skriver Sonja tallene:

1, 2, 3, 4, 5, 6

Summen av de to tallene i de gule rutene er 10.

Summen av de tre tallene i de blå rutene er 10.

**Hvilket tall har Sonja skrevet i den hvite ruta?**

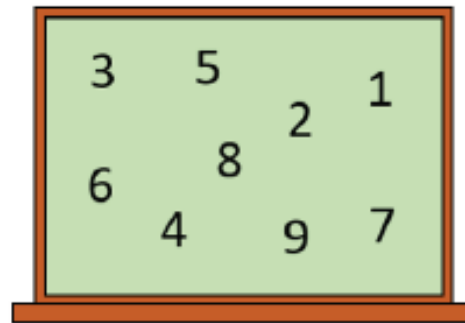
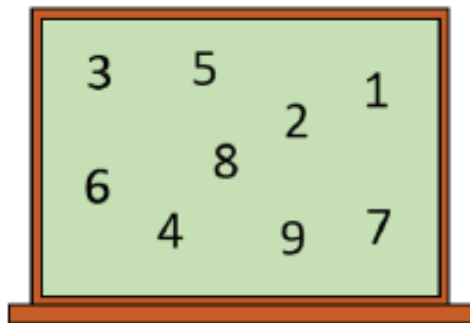
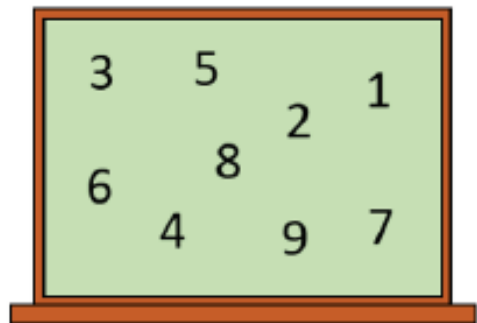



# En mer kompleks og sammensatt oppgave

Læreren skriver tallene 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 og 9 på tre tavler.

På hver av de tre tavlene skal du dekke tallene med trekantene, kvadrater og sirkler slik at summen til tallene bak trekantene er den samme som summen til tallene bak kvadratene og summen til tallene bak sirklene.

Tavlene skal være forskjellige.



# En ny ide!

1 ~~2~~ ~~3~~ 4 5 ~~6~~ 7 8 ~~9~~ ~~10~~

19      8                      18

**Hvilket tall står igjen på tavla til slutt?**

Velger to tall som står på tavla. Setter strek over tallene, summerer tallene og skriver et tall som er en mindre enn summen på tavla.

Eks på start:

- Stryker ut 3 og 6:  
 $3 + 6 = 9$ , skriver 8
- Stryker ut 9 og 10:  
 $9 + 10 = 19$ , skriver 18
- Stryker ut 2 og 18:  
 $2 + 18 = 20$ , skriver 19



## Tavleoppgave 2, slik oppgaven er formulert i Kengurukonkurransen.

Læreren skriver tallene fra 1 til og med 10 på tavla.

Hun ber elevene leke seg med følgende spill:

En elev stryker ut to tall og skriver i stedet et nytt tall som er 1 mindre enn summen av disse to tallene.

Så stryker en annen elev ut to tall og skriver ned det tallet som er 1 mindre enn summen av de to tallene. Slik fortsetter det til det er bare ett tall igjen.

**Hvilket tall står igjen på tavla til slutt?**



# Løs oppgaven på jamboard



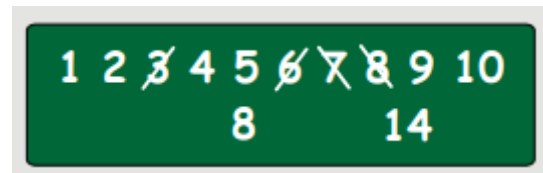
*Breakoutrooms, tilfeldige grupper, 3 på hver gruppe.*

Løs oppgaven *Tavleoppgave 2* sammen, og løs den på to forskjellige måter:

1. Gjett og sjekk
2. Løse et enklere problem

Diskuter fordeler med hver av strategiene.

Hvordan arbeide med oppgaven i egen klasse?



**Hvilket tall står igjen på tavla til slutt?**



# Pilarer



Problemløsningsoppgaver → små problemer og litt større og mer komplekse problemer

Oppgaver kan løses på mer enn en måte

Oppgaver med mer enn en løsning

Oppgaver som ikke har løsning

Elever lager oppgaver → stille interessante (gode) spørsmål



# Den gode oppgave

- Spørsmålet er heller ikke om det er en god oppgave eller ikke, men hva oppgaven har til hensikt.
- Hva skal elevene lære?
- Hvordan skal elevene arbeide med oppgaven?

What is it  
good for?

(Liljedahl, 2021)



# Nøkkelen til læring ligger ikke i selve oppgaven

... det som betyr noe er hva læreren gjør med oppgaven.

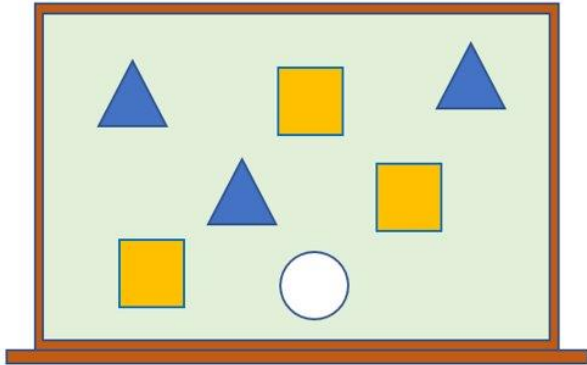
- Når elevene skal arbeide med en oppgave i matematikk, må læreren «pakke ut» det faglige innholdet i oppgaven og gjøre det tilgjengelig for elevene.

Valenta (2015)





# Hvilke faglige muligheter?



Ulike og mulige summer av ensifrede tall

Partall/ oddetall

Kombinatorikk (Systematikk)

Telle- og regnestrategier

Problemløsningsstrategier

Oppgaver med mer enn en løsning

Notasjon (kommutativ/assosiativ egenskap)

Riktig bruk av likhetstegnet

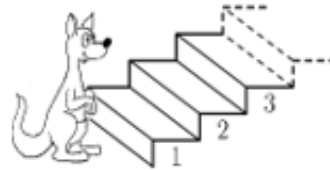
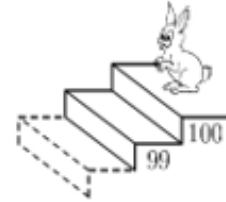


# Trappa

Kengurukonkurransen 2019

13. Hver gang kenguruen hopper opp 7 trinn, hopper kaninen ned 3 trinn.

På hvilket trappetrinn møtes de?



(A) 53

(B) 60

(C) 63

(D) 70

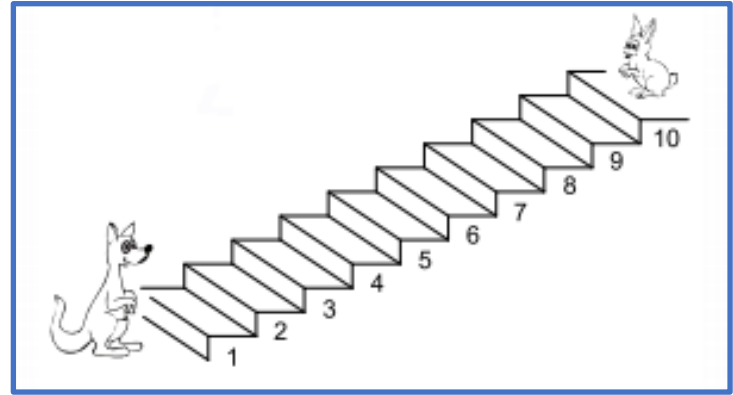
(E) 73



# En enklere utgave

Kenguruen hopper 3 trinn opp hver gang  
kaninen hopper 2 trinn ned.

**På hvilket trinn møtes de?**



A) 3

B) 4

C) 5

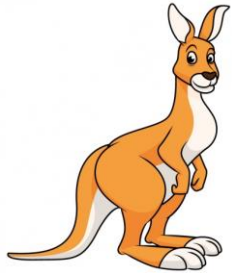
D) 6

E) 7



# Trapp = Tallinje

Hvor mange trinn må kenguruen hoppe, hver gang kaninen hopper 2, hvis de skal møtes på trinn nummer 60?



0

60

94

100



# Paradis Kengurukonkurransen 2020

6. Elin har tegnet et stort hoppeparadis på asfalten.  
Hver gang hun skal hoppe, hopper hun til den ruta hvor tallet er 3 større enn det tallet hun står på. Hun starter i rute 1.

**Hvilket tall er det største Elin kan hoppe til?**

(A) 11

(B) 14

(C) 18

(D) 19

(E) 24

1	5	8	11
4	7	10	14
24	23	13	18
21	19	16	20



# Kalle Kanin

<https://www.matematikkseptere.no/nyheter/fra-l%C3%A6replan-til-praksis-med-mattelist>



**MATEMATIKKSENTERET**

# Kaja Kanin



Løs oppgaven på jamboard



- Kaja Kanin skal hoppe opp ei trapp med fem trinn. Hun kan bare hoppe ett eller to trinn i hvert hopp. Hun hopper aldri ned.

På hvor mange ulike måter kan Kaja Kanin komme seg opp trappa?

Vis resonnementene dine, slik at du argumenterer for løsningen din.

Finner du noen mønster i det tallmaterialet du har fått?

Hvordan kan du vite at du har funnet alle løsningene?



# Matematisk ide - et verktøy for lærer når

- oppgaver skal velges
- nye oppgaver skal lages
- oppgaver skal tilpasses til elever
- elever skal utfordres på et høyere nivå
- det skal legges til rette for dybdelæring
- ...





# Ressurser

- [Matematikkenteret.no/Kenguru](https://matematikkenteret.no/Kenguru)
  - Hopp videre med Kenguru
- [Mattelist.no](https://mattelist.no) Kaja Kanin, [Mattelist.no/432](https://mattelist.no/432)
- [Matematikk.org](https://matematikk.org) Sommerkalender (nyhet!) og Julekalender
- [Nysgjerrigper](https://nysgjerrigper.no); Mattegrublerier  
[www.nysgjerrigper.no/laerer/undervisningsopplegg/mattegrublerier/](https://www.nysgjerrigper.no/laerer/undervisningsopplegg/mattegrublerier/)
- Valenta, A. (2015). *Matematikk lærerkompetanse*. Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen.

