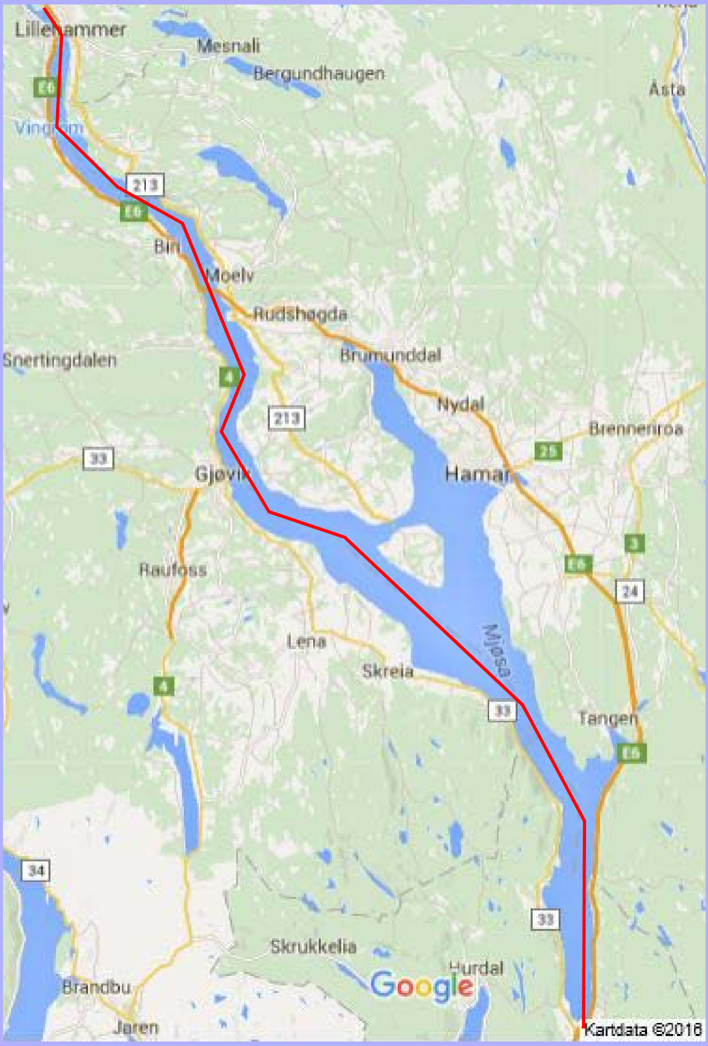
Nils Kr. Rossing
Ine Chatrin H. Hetty

Påstandsmatematikk –

Utforskende aktiviteter med påstander i matematikk
Oppgavehefte u/løsninger



NTNU
Trondheim

Program for lærerutdanning

Skolelaboratoriet
for matematikk, naturfag og teknologi

Oktober 2016

Denne siden er blank

Påstandsmatematikk –

Utforskende aktiviteter med påstander i matematikk
Oppgavedel u/løsninger

Nils Kr. Rossing og
Ine Chatrin H. Hetty

Påstandsmatematikk – Utforskende aktiviteter med påstander i matematikk – Oppgavedel u/løsninger

Trondheim 2016

Layout og redigering: Nils Kr. Rossing, Skolelaboratoriet ved NTNU

Tekst og bilder: Nils Kr. Rossing, Skolelaboratoriet ved NTNU
Teoridel: Ine Chatrin H. Hetty (student), Høgskolen i Sørøst-Norge

Faglige spørsmål rettes til:
Skolelaboratoriet for matematikk, naturfag og teknologi
v/Nils Kr. Rossing, 73 55 11 91
nils.rossing@plu.ntnu.no

Skolelaboratoriet ved NTNU
Realfagbygget,
Høgskoleringen 5,
7491 Trondheim

Telefon: 73 55 11 43
Telefaks: 73 55 11 40
http://www.ntnu.no/skolelab/

Rev 3.1 – 27.10.16

Forord

Det jeg (Nils Kr. Rossing) har valgt å kalle "påstandsmatematikk" oppsto en ettermiddag i 2002 da min datter kom bestyrtet hjem fra ungdomsskolen og kunne fortelle at læreren hadde fortalt at det på verdensbasis hvert minutt ble brent ned regnsk og tilsvarende arealet av 30 fotballbaner. For oss hørtes dette høyst dramatisk ut, og vi satt med en følelse av at all verdens regnskog burde være en saga blott innen noen uker var gått. Vi satte oss derfor ned og begynte å regne på denne påstanden. Heldigvis innså vi etter hvert at situasjonen tross alt ikke var fullt så akutt som vi først trodde. Med det tempoet og uten tilvekst, så vil det tross alt ta ca. 130 år før all regnskog var borte.

Hensikten er ikke å bagatellisere brenning av regnskogen, det er alvorlig nok. For alt vi vet, så er tempoet høyere i dag enn hva det var i 2002. Det som etter hvert ble klart var at det kanskje var en interessant og litt annerledes måte å nærme seg matematikk på, og som kunne motivere andre. Dessuten var det en fin måte å knytte matematikk til ulike fagområder.

Dette heftet er blitt til over flere år og mange har etter hvert bidratt med forslag til oppgaver. Noen av oppgavene har gjennom flere år gått på "folkemunne" og brukt i ulike sammenhenger, mens andre er helt nye.

Det er lagt vekt på at oppgavene skal skape undring og engasjement blant både lærere og elever, og vise at man ikke alltid kan stole på intuisjonen. Oppgavene understreker derfor betydningen av å foreta overslagsberegninger på grunnlag av faktakunnskaper og fornuftige antagelser. Håpet er at oppgavene skal kunne brukes som krydder i både matematikkundervisningen og naturfagene, og inspirere den enkelte lærer til å lage påstander tilpasset sin egen undervisning.

Vi vil takke følgende for å komme opp med gode påstander: John Arthur Innerdal, Astrid Johansen, Karsten Husby, Marit Rossing og Jon Andreas Støvneng som har laget oppgaven om Olav den helliges siste utpust. Per-Odd Eggen som har foreslått oppgaven med en eksploderende boks med butangass og avstanden mellom vannmolekyler i en oppløsning (*... om salt og vann*). En takk til Håvard Bringsli ved Atlanten vgs. og Truls Lind, pensjonert lektor ved Røyken vgs. som har lest og kommentert utgave 2.4. En spesiell takk til Astrid Johansen og Berit Bungum ved Skolelaboratoriet som har lest grundig korrektur og kommet med verdifulle kommentarer til utgave 3.0. Likeså en stor takk også til Anne-Mari Jensen ved Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen som har regnet gjennom alle løsningsforslagene og påpeket flere alvorlige feil.

Ine Chatrin H. Hetty valgte våren 2016 å skrive om temaet påstandsmatematikk i en forberedende oppgave til eksamen i emnet *Pedagogikk og elevkunnskap* ved Høgskolen i Sørøst-Norge, har beskrevet hvordan påstandsmatematikk kan brukes i klasserommet (kap. 2). Nils Kr. Rossing har skrevet resten av heftet og stått for layout og publisering.

Navnet "MathBusters" kom opp under en presentasjon av påstandsmatematikk på et fagseminar ved Skolelaboratoriet i juni 2016[1]. Et navn som egentlig passer bra da påstandsmatematikk gjerne kan handle om å avlive myter ved bruk av matematikk, altså *ikke* å avlive myter innen matematikken, men ved hjelp av matematikk.

1. Foreslått av Jonas Persson på Den Store DeleDagen (DSDD) som avholdes årlig ved Skolelaboratoriet ved NTNU.

Det er mitt håp at dette heftet kan bli starten på at flere begynner å lage sine egne oppgaver for så å dele dem med hverandre som en undervisningsressurs. Jeg er overbevist om at mange alt bruker slike oppgaver og vi vil sette stor pris på om vi får høre om disse.

Nye forslag til påstander tas imot med takk og vil bli inkludert i heftet i den grad tid og ressurser strekker til.

Denne delen av heftet innholder kun oppgavedelen u/løsninger. Om noen ønsker heftet med løsninger vennligst ta kontakt med Nils Kr. Rossing (nils.rossing@plu.ntnu.no)

Skolelaboratoriet ved NTNU
Oktober 2016

Nils Kr. Rossing
Ine Chatrin H. Hetty

Innhold

1 Innledning

Innledningsvis skal vi gjøre oss noen didaktiske betraktninger om bruk av påstandsmatematikk i undervisningen. Lista under gir noen viktige momenter ved bruk av denne type oppgaver:

- Matematikken settes inn i en meningsfull sammenheng og knyttes til andre fag.
- At påstander virker urimelige og virkeligheten ofte viser seg å være *enda* mer "urimelige", viser hvor upålitelig vår synsing er. På denne måten understrekes hvor viktig det er å etterprøve påstander ved beregninger der det er mulig.
- Det eneste elevene får er upresise påstander, dermed må de selv finne ut hvordan de skal gå fram for å kontrollere om påstanden er korrekt. De må også finne ut hva de trenger av opplysninger og hvordan de skal finne dem. Dessuten må de sette opp forutsetninger for de valg de gjør.
- Siden påstandene kan hentes fra alle fagfelt oppnår man en ønsket tverrfaglighet, som viser at matematikk er anvendelig innen mange fagområder.
- Dersom flere elevgrupper løser den samme påstandsoppgaven hver for seg, vil de lett ende opp med forskjellig svar. Dermed blir det nødvendig å argumentere for de valgene de har gjort, og for metoden og det faktagrunnlaget de har valgt. Påstandene i enkelte oppgaver er med vilje gjort upresise for å framprovosere valg med påfølgende diskusjon blant elevene.
- Media er dessuten fulle av udokumenterte påstander som lar seg etterprøve med faktaopplysninger og beregninger. Det er ikke vanskelig å finne eksempler som viser at de antagelser som gjøres ikke alltid er å stole på. Her er det stort rom for kontrollregningsom kan bidra til å bevisstgjøre elevene om hvor viktig det er å etterprøve påstander i media. Dette vil dessuten gi dem tro på at matematikken de har lært i skolen kan brukes i dagligdagse situasjoner.
- Når elevene søker på Internett er det viktig at de kvalitetssikrer de opplysningene de finner, og gjerne oppgir kildereferanser. Ikke alle opplysninger man finner på nettet er korrekte.
- I noen tilfeller kan elevene, is stedet for å søke på nettet, gjøre enkle forsøk for selv å skaffe til veie nødvendige faktaopplysninger (se "... om store oljeflak" på side 24). Andre ganger er det mulig å etterprøve resultatet av beregningene (se "... om å slippe knappenåler ned i et glass med vann" på side 25).
- Det er heller ikke svært vanskelig å skreddersy nye oppgaver til aktuelle tema og fag.

Tanken er at påstandene kan gis som gruppeoppgaver hvor mindre grupper av elever samarbeider om å løse oppgaven. Det er ikke nødvendigvis slik at det skal være konkurranse mellom gruppene, men heller legges vekt på å skape diskusjon og refleksjon over de valg og de metoder som hver enkelt gruppe har valgt. Dermed kan en få fram en situasjon som ligner på den forskere ofte blir stilt overfor når de må forsvare sine resultater og argumentere for sine valg. Se kapittel 2 for et forslag til hvordan oppgavene kan brukes i klasserommet.

Vi har også merket en viss frustrasjon når vi har prøvd ut noen av oppgavene i grupper av lærere. Årsaken er at mange opplever at det mangler en del forutsetninger i påstanden for at det skal være mulig å regne på den. Dette er en sunn reaksjon som gjør at elevene (og lærerne) selv må gjøre valg og sette opp forutsetninger for beregningene. Dette kan minne om hvordan ***Brenda Keogh*** og ***Stuart Naylor*** tenkte da de utviklet grubletegninger ("Concept cartoons") i England på begynnelsen av 90-tallet. De så et behov for å finne fram til måter å utfordre læreres tenkning på når de arrangerte sine etterutdanningskurs[2].

Hvorfor formulere oppgaven som en påstand?

Det er selvfølgelig ingen ting i veien for at oppgavene kan formuleres på tradisjonelt vis ved å stille spørsmål av typen: "Beregn hvor mange ... ", "Finn høyden til ...", "Bestem hvor langt ..." osv. Det er ofte slik matematikkoppgaver er formulert, gjerne ved at alle forutsetninger er gitt slik at det finnes *ett* riktig svar.

Ved å formulere problemstillingen som en påstand av den typen vi har gjort her, vil oppgaven bli rikere samtidig som svaret settes inn i en sammenheng som gjør det lettere å fatte omfanget eller konsekvensene av resultatet. Som nevnt vil det også være flere rette svar avhengig av hvilke forutsetninger den enkelte elev eller elevgruppe legger til grunn for beregningene.

Dessuten er *påstanden* den formen man gjerne møter gjennom media. det er derfor vårt håp at denne formen for "oppgaveløsning" gjør at elever i større grad ser relevansen med det de gjør. I en slik sammenheng vil *relevante* påstander ha mer for seg en de mer spektakulære og sære påstander som preger eksemplene i dette heftet.

Hypotesedanning – Synsing

En variant av å gi elevene en påstand er å be dem gjette svaret på oppgaven. Gjettingen må i så fall være et resultatet av hva de synes kan høres fornuftig ut. Dette kan betraktes som en form for hypotesedanning, men vil i mange tilfeller falle inn under begrepet "gjetting" siden det ofte er vanskelig å danne rimelige hypoteser uten å regne på påstanden. Likevel vil en slik prosess i forkant ofte kunne gi elevene en forståelse av hvor lite pålitelig en slik "gjetting" *kan* være. Dessuten vil de være mer motiverte for å finne svaret siden de alt har engasjert seg i problemstillingen.

Fermi-problemer[3]

Påstandsmatematikk slik den er beskrevet i dette heftet, kan minne om det som går under betegnelsen "Fermi-problemer" eller "Back-of-the-envelope calculations". Den italienske atomfysikeren Enrico Fermi var kjent for sine raske overslag som hadde en forbausende presisjon. Under prøvesprengningen av den første atombomben i New Mexico, slapp Enrico papirlapper for å se hvor langt de drev avgårde på grunn av trykkbølgen fra sprengningen. På bakgrunn av denne "papirlapp-testen" beregnet han sprengkraften til bomben til 10 000 tonn TNT som var forbausende nær den offisielle verdien på 20 000 tonn.

Spørsmålet: *Hvor mange pianostemmere finnes det i Chicago?* er et klassisk Fermi-problem. På bakgrunn av noen utvalgte fakta, rimelige antagelser og intelligent gjetning, kan man komme forbausende nær det riktige svaret. For eksempel kan man resonere som følger:

1. Det bor ca. 9 000 000 mennesker i Chicago

2. http://www.naturfag.no/side/vis.html?tid=1233983
3. Ideen til å inkludere Fermi-problemer i denne sammenhengen var en henvendelse fra Arne Kristian Nordhei fra Bodin vgs. og Jonas Persson ved Skolelaboratoriet

2. I gjennomsnitt bor det ca. 2 personer i hver husholdning
3. Grovt sett kan man anta at hver tjuende husholdning har piano
4. Pianoer som blir regelmessig stemt, stemmes en gang i året
5. I gjennomsnitt tar det ca. 2 timer å stemme et piano inkludert reise til og fra
6. Hver pianostemmer arbeider 8 timer hver dag, fem dager i uka, 50 uker i året (her er det ikke satt av mye tid til ferie)

På bakgrunn av disse antagelsene kan vi regne ut behovet for pianostemminger pr. år:

(9 000 000 personer) / (2 i hver husstand × 1/20 piano i hver husstand) = 225 000 stemminger

Dernest kan vi regne ut hvor mange stemminger en pianostemmer kan gjennomføre pr. år:

(50 uker/år) × (5 dager/uke) × (8 timer/dag) / (2 timer pr. piano) = 1000 stemminger/år

Så kan vi bergene hvor mange som trengs for å fylle behovet:

(behov for 225 000 stemminger/år) / (1000 stemminger pr. år og stemmer) = 225 stemmere

Det riktige antallet er 290 pianostemmere i Chicago[4], altså er beregningen over ikke så fryktelig gal. Siden antallet er noe høyere enn hva vi beregnet er det sannsynligvis rom for litt ferie også.

Slike overslag er vanlig å gjøre i svært mange sammenhenger, ikke minst i samtaler mellom forretningsforbindelser, forskere, vitenskapsmenn, ingeniører osv. før de går tilbake til kontoret for å gjøre nøyaktige beregninger. Det er vårt håp at påstandsmatematikken skal bidra til at det blir naturlig å gjøre gode overslag i stedet for å gjette ut i lufta.

Kriterier for gode påstander

Her er noen kriterier vi mener bør være oppfylt for at påstanden kan egne seg i denne sammenhengen:

1. *Tverrfaglig*
   Problemstillingen skal involvere matematikk og minst ett annet fagområde. I denne sammenhengen er det naturlig å inkludere et av de andre realfagene, men det er selvfølgelig ingen ting i veien for at det kan inkludere humanistiske fag så fremt problemstillingen lar seg regne på.
2. *Sammensatt problemstilling*
   Påstanden må være sammensatt av flere problemstillinger. F.eks. er påstanden om at lufta i pappesken som skal emballere Eiffeltårnet, er tyngre enn tårnet (se avsnitt 3.3, side 19), er sammensatt av tre problemstillinger: Utformingen og vekta av tårnet, vekta til lufta og utformingen av emballasjen.
3. *Relevans*
   At en påstand oppleves relevant for elevene er ingen ulempe. Bruk av påstander framført i media kan derfor være en kilde til aktuelle problemstillinger egnet for etterprøving i klasse-

4. http://www.wolframalpha.com/input/?t=crmtb01&f=ob&i=how+many+piano+tuners+are+in+chicago

rommet. Påfølgende kontakt med aktuelle journalister som konfronterer dem med beregninger, harde fakta og fornuftige vurderinger vil være motiverende for elevene og til ettertanke for journalistene.

4. *Lar seg beregne*
   Til tross for at man må gjøre en del antagelser, så må det være mulig å regne på problemstillingen. Vanskelighetsgraden må dessuten tilpasses målgruppen. En må også unngå å velge problemstillinger som ligger ferdigløst på nettet.

5. *Overraskende*
   Selv om påstanden kan virke temmelig "grov" så bør resultatet være enda "grovere", i det minste overraskende, slik at en understreker hvor lett det er å ta feil dersom man bare "synser" eller gjetter.

6. *Passe upresis*
   Påstanden bør være passe upresis slik at det blir rom for å gjøre vurderinger. En må gjerne bruke et folkelig språk slik at elevene selv erfarer hvor upresist dagligspråket ofte er.

7. *Inkludere eksperimenter*
   Påstanden må gjerne oppmuntre til å gjennomføre eksperimenter for å skaffe til veie fakta eller etterprøve resultatene av beregningen. Det kan imidlertid ikke være et krav at påstanden skal kunne etterprøves eller at man må gjøre eksperimenter for å etablere faktagrunnlaget. Om dette skulle være et krav så vil det sette store begrensninger på utvalget av påstander.

Strategi for løsing av påstandsmatematikk

I boka: "*Guesstimation 2.0*" gir *Lawrence Weinstein* og *John A. Adam* [7] noen gode råd når man skal løse problemer av den typen vi omtaler i dette heftet:

1. Start gjerne med å gjøre et raskt overslag ved å anslå yttergrensene for svaret du skal fram til. Det er ofte lettere å anslå yttergrensene (x_{min} og x_{max}) enn å anslå verdien. Foreta en kvalifisert gjetning innen dette området eller bruk den geometriske middelverdien:

$$\text{Geometrisk middelverdi} = \sqrt{x_{\text{min}} \cdot x_{\text{max}}} \tag{1.1}$$

2. Selv om vi ønsker ett så nøyaktig svar som mulig, er det viktig å *våge å være upresis*.
3. Dersom problemstillingen er kompleks, forsøk å dele den opp i enklere delproblemer, helt til problemene blir så enkle at svarene lar seg vurdere eller kan finnes ved søk på nettet.
4. Kombiner delsvarene til slutt slik at det er mulig å vurdere påstanden.

Gjeldende siffer

Før vi ser på forslag til oppgaver, må vi si noe om bruk av *gjeldende siffer*. Ved bruk av kalkulator vil man ofte få mange siffer etter komma. Dette gjelder spesielt ved divisjon av tall. Ofte vil bare et fåtall av sifrene gjenspeile virkeligheten, de resterende vil kun være et resultat av regneprosessen. En utregning kan aldri bli mer nøyaktig enn de verdiene utregningen bygger på. Det er derfor viktig at vi reduserer antall siffer i resultatet slik at det gjenspeiler den forventede nøyaktigheten. De sifrene som gjenspeiler den forventede nøyaktigheten kaller vi *gjeldende siffer*.

La oss se på noen eksempler på hvordan vi kan bestemme gjeldende siffer i et tall. Vi henter følgende fra LOKUS Kjemi 1[5]:

Antall gjeldende siffer i et korrekt avrundet måltall regnes fra første siffer som ikke er null:

- *58,5 har tre gjeldende siffer.*
- *0,55 har to gjeldende siffer.*
- *0,002030 har fire gjeldende siffer.*

Når tallet skrives på standardform, $k \cdot 10^n$, der $1 \leq k < 10$ og n er et heltall, er det antall gjeldende sifre i k som avgjør tallets gjeldende sifre:

- $5 \cdot 10^8$ *har ett gjeldende siffer.*
- $5{,}0 \cdot 10^8$ *har to gjeldende sifre.*
- $5{,}01 \cdot 10^8$ *har tre gjeldende sifre.*

I regning der vi for eksempel både har multiplikasjon og addisjon, blir situasjonen mer kompleks, og vi må utvise rimelig skjønn ved avrunding av svaret.

Når vi regner med kalkulator, tar vi med alle dens sifre i mellomregningene og runder av svaret til slutt.

Følgende gjelder for beregninger:

- *Ved regneoperasjoner som multiplikasjon, divisjon og rotutdraging skal svaret ha like mange gjeldende sifre som det er i det tallet i oppgaven som er gitt med det minste antallet gjeldende sifre.*
- *Ved addisjon og subtraksjon skal svaret ikke ha flere sifre etter komma enn det tallet i oppgaven som har færrest sifre.*
- *Skal du presentere mellomsvar, kan du ta med ett siffer mer, men skriv mellomsvaret uten å forhøye.*

I mange av beregningene i dette heftet er det vanskelig å anslå hvor mange gjeldende siffer en faktaopplysning har, her må man derfor utvise et visst skjønn og knytte kommentarer til utregningen.

Aktuelle kompetansemål

Her er noen aktuelle kompetansemål fra læreplanen i matematikk etter 10. trinn som kan oppfylles ved bruk av påstandsmatematikk:[6]

Fra temaet *Tall og algebra*:

Mål for opplæringen er at eleven skal:

- *utvikle, bruke og gjere greie for ulike metodar i hovudrekning, overslagsrekning og skriftleg rekning med dei fire rekneartane*

5. http://www3.lokus.no/index.jsp?siteNodeId=90662269&marketplaceId=34417953&languageId=1&didLogin=true
6. Utvalget er hentet fra http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget

- *analysere samansette problemstillingar, identifisere faste og variable storleikar, kople samansette problemstillingar til kjende løysingsmetodar, gjennomføre berekningar og presentere resultata på ein formålstenleg måte*

Fra temaet *Måling*:

Mål for opplæringen er at eleven skal:

- *gjere overslag over og berekne lengd, omkrins, vinkel, areal, overflate, volum, tid, fart og massetettleik og bruke og endre målestokk*

Fra forskerspiren i naturfag etter 10. trinn henter vi følgende relevante kompetansemål:

- *Planlegge og gjennomføre undersøkelser*
- *Teste holdbarheten i hypoteser*
- *Bruke digitale hjelpemidler*
- *Bruke argumentasjon og vise at uenighet kan være fruktbart*

2 Bruk av påstandsmatematikk i klasserommet[7]

Påstandsmatematikk kan implementeres i ulike former i matematikkundervisningen. Den kan lages som et større tverrfaglig undervisningsopplegg, den kan planlegges som en enkelttime eller oppgaver kan gis som "krydder" og lekser. Mulighetene er mange, og det er kun du som lærer som setter begrensningene.

I et samfunn som stadig fornyer seg trengs det også ny forståelse av matematikkfaget. I Stortingsmelding 28, *Fag – Fordypning – Forståelse – En fornying av Kunnskapsløftet* (2015–2016), omtales det internasjonale forskningsprosjektet Education 2030, et prosjekt som har som mål å utvikle et rammeverk for hvilke kompetanser elever i OECD-landene vil ha behov for sett i et lengre perspektiv fram mot 2030. Her trekkes kompetanser som problemløsning og kritisk tenkning fram. Videre nevnes at sosiale kompetanser som samarbeidsevne og kommunikasjon, metakompetanser som selvrefleksjon og kunnskaper om fag, metoder og framgangsmåter vil være viktige kompetanser elever vil ha behov for i framtiden. Dette er kompetanser de kan tilegne seg ved bl.a. å arbeide med påstandsmatematikk. Nettopp derfor er denne måten å nærme seg matematikken på være en metode lærere kan se nærmere på.

Å presentere elevene for matematiske påstander kan gjøres på mange ulike måter. Eksempelvis kan man legge opp til en dialog i klasserommet hvor en påstand presenteres i plenum. Dialogen kan legge tilrette for at elevene blir aktive i læringssituasjonen. Som lærer kan man starte med å presentere en påstand for elevene for deretter la elevene tenke over påstanden selv. Deretter går de sammen to og to for å utveksle tanker og ideer, før temaet tas i fellesskap. Dialogen er viktig i undervisningen, den gir læreren mulighet til å observere elevene for å tilpasse undervisningen til den enkelte eleven. Samtidig skal undervisningen utnytte det potensialet og de ressursene som alle elever har (Freire, 1999).

Velger man et undervisningsopplegg som går over flere timer, vil det også være fruktbart å inkludere et gruppearbeid med påstander. Da kan elever deles inn i grupper dels med bakgrunn i interesser som skaper motivasjon, og dels den kunnskapen som læreren besitter i form av å skape god gruppedynamikk og innsikt i hvilke elever som kan være med på "å dra" hverandre. Den sosiokulturelle læringsteorien underbygger viktigheten av at læring skjer i sosial samhandling (Lyngsnes og Rismark, 1999).

Gruppearbeid vil gi elevene muligheter til å trene mange av de kompetanser man ser at elevene vil ha behov for i framtiden. I gruppene må de diskutere, ta valg og avgjørelser og være kritiske. Deler man dem inn i små grupper på ca. 4 elever, vil det være nok arbeid til hele gruppa slik at alle blir involvert. Den konstruktivistiske og sosiokulturelle læringsteorien peker på at kunnskap konstrueres ut ifra nettopp en undersøkende og problemorientert arbeidsform ved at gruppen må undersøke påstanden og dens gyldighet. Her vil elevene få et reelt behov for å arbeide med de grunnleggende ferdighetene, uttrykt som "literacy". De må søke informasjon for å danne seg et faktagrunnlag, de må diskutere med gruppa underveis og de må regne for å kunne kontrollere om påstanden stemmer. Matematikken settes inn i en sammenheng, og gjør det meningsfullt å regne,

7. Utarbeidet av Ine Chatrin H. Hetty (01.07.16)

lese og skrive. Den situerte læringsteorien vektlegger betydningen av at læringsaktiviteten planlegges slik at den enkelte elev hever sitt kunnskapsnivå, opplever å ha en funksjon i fellesskapet, og slik utvikler seg som lærende person.

"Påstandscafé"

Når elevene har arbeidet med en påstand i en gruppe, behøver ikke læringsutbyttet stoppe her. Alt det arbeidet de fram til nå har gjort, kan danne et grunnlag for ytterligere læring. Ved å inkludere bruk av *påstandscafé* kan man regulere omfanget av aktiviteten.

Hva menes med en påstandscafé? Elevene har arbeidet med påstander i grupper, det kan være den samme eller ulike påstander. Man kan så arrangere en caféaktivitet i klasserommet med en varighet på en time eller mer, avhengig av hvor omfattende man ønsker å gjøre aktiviteten. Gruppene får da i oppgave å velge en representant som fungerer som cafévert i eksempelvis 10–15 minutter. Eleven som sitter som cafévert har som oppgave å presentere gruppens påstand, arbeid og konklusjon ovenfor en annen gruppe elever som "besøker" bordet. Når verten har presentert påstanden, vil elevene som er på "besøk", stille spørsmål, komme med kritiske innspill eller støttende bekreftelser. Påstandscaféen kan organiseres på utallige måter.

En måte å gjøre det på er at elevene rullerer gruppevis til en annen cafévert som representerer en annen gruppe. Da vil det for en gruppe med fire elever være tre elever som går på "Påstandscafé-besøk", mens den siste eleven vil være igjen som cafévert for gruppa. Etter at de 3 elevene har hørt på en annen cafévert presentere det hans gruppe har arbeidet med, vil de møtes ved sitt opprinnelige bord, og gruppe, og en av de tre elevene tar over som ansvarlig for gruppas cafébord, og blir da cafévert, slik at eleven som så langt har vært cafévert for gruppa følger med de to andre elevene til et nytt cafébord. Slik får alle elevene anledning til å være cafévert og besøker. Påstandscaféen kan også organiseres slik at elevene får prøvd seg som cafévert flere ganger. Dermed vil elevene få muligheten til å forbedre seg, hvis det var noe de følte de kunne sagt, presentert eller forsvart på en annen måte enn da de var cafévert første gangen. De får anledning til å være besøkere flere ganger med den erfaringen det gir. En erfaring de tar med seg neste gang de skal være cafévert.

Det er viktig å være bevisst på at elevene får mulighet til å gi viktige *framovermeldinger*[8] til medelever, som kan være til hjelpe neste gang de skal være cafévert. Det å bevisstgjøre elevene på at de skal gi gode konstruktive framovermeldinger til hverandre er viktig.

Hensikten er at elevene skal få trening i snakke matematikk, de må forsvare arbeidet sitt, og de vil kunne få spørsmål som de må ta stilling til. Det er også en viktig øvelse å lytte våkent og kritisk til en forklaring for så å stille relevante spørsmål. De må også forsvare valg av regneoperasjoner og metoder brukt for å komme fram til sine konklusjoner. Elevene på gruppa skifter deretter på å være cafévert for nye grupper av elever. Slik vil det være små cafébord rundt i klasserommet som gir muligheter for gode, konstruktive samtaler. En slik metode vil dessuten være virkelighetsnær i forhold til hvordan man i arbeidslivet og i politiske prosesser forsvarer, diskuterer og utveksler lærdom, tanker og kunnskap.

8. Framovermeldinger er brukt om tilbakemeldinger som fremmer læring. Framovermeldinger må være konkrete og begrunnede og inspirere til å arbeide videre med stoffet. Se: http://lektorosland.blogspot.no/2012/09/framovermelding-og-sonen-for-nrmeste.html

En påstandscafé vil kunne gi elevene mulighet til å presentere påstandene for hverandre flere ganger. Dermed vil den fungere som en prosessorientert aktivitet, slik at elevene vil være aktive i læringsprosessen over lengre tid. En kan også la elevene vurdere hverandre, som er ett av de fire hovedprinsippene for god underveisvurdering utarbeidet av Utdanningsdirektoratet (Utdanningsdirektoratet, 2012).

Som lærer vil man også ha mulighet til å høre på elevenes presentasjoner og diskusjoner, enten mens de fungerer som cafévert, eller man kan ha individuelle samtaler med elevene mens de andre er på cafébesøk rundt i klasserommet. Det skal ikke glemmes, slik Hattie sier, at tilbakemeldinger fra lærer er den tilbakemelding som teller aller mest av ulike typer tilbakemeldinger elever får (Hattie, 2013).

Ved å planlegge undervisningsopplegg slik som dette, vil man utfordre elevenes kritiske evner, og man bygger kompetanse hos elevene som forbereder dem på den framtiden de vil møte. Siden vi i liten grad vet hva framtiden vil bringe, er det er viktig å ruste barna med kompetanser slik at de er i stand til å takle det uforutsette. Påstandsmatematikk har mange elementer som bidrar til dette.

3 Eksempler på påstander

Her følger noen eksempler på påstander.

3.1 ... om brenning av regnskog

Berører fag som geografi, kroppsøving og matematikk.
Målgruppe fra ungdomskole og oppover.

3.1.1 Påstand:

Jeg har hørt[9] ...

... at det hvert minutt brennes et område med regnskog som er like stort som 30 fotballbaner.

Kan dette være riktig ... 30 fotballbaner? Om tempoet på brenning av regnskogen var så høyt, ville ikke all regnskog være borte i løpet av noen uker?

Hvor lang tid vil det egentlig ta å brenne ned all regnskogen på jorda?

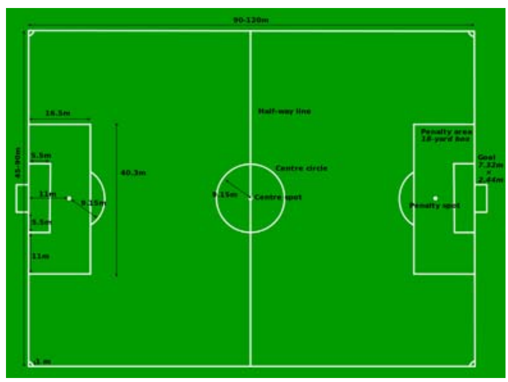
3.1.2 Faktaunderlag

Hvor stor er en fotballbane?
https://no.wikipedia.org/wiki/Fotballbane

Hvor mange minutter er det i året?

Hvor stor andel av jorda er dekket av regnskog?
http://www.rainforestadventure.com/about-the-rainforest/

Hvor stor er jorda og hvor stort overflateareal har den?
https://no.wikipedia.org/wiki/Jorden



3.2 ... om å helle vann i havet

Denne oppgaven berører fag som kjemi og matematikk.
Målgruppen er fra Vg2 og oppover.

---

9. Bildet er hentet fra: http://metrobloggen.se/christianbloggen/om-regnskog/

3.2.1 Påstand

Det påstås ...

... at dersom du tar et glass med vann og heller i havet utenfor Cuba, så vil du, dersom du rører omkring i havene slik at vannmolekylene spres jevnt ut over i alle verdens hav, kunne fylle det samme glasset med vann fra en norsk fjord og det ville være minst ett molekyl fra det opprinnelige glasset i vannet du henter opp fra fjorden.

3.2.2 Faktaunderlag

Hvor mye vann inneholder et typisk glass med vann?

Hvor mange vannmolekyler er det i glasset?
https://en.wikipedia.org/wiki/Avogadro_constant

Hvor mange liter vann er det i alle verdenshavene?
http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/etopo1_ocean_volumes.html

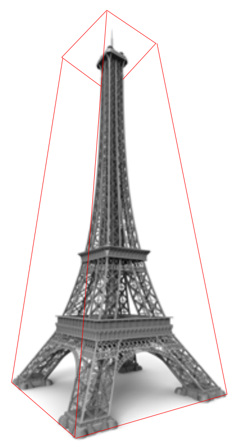
3.3 ... om å pakke inn Eiffeltårnet

Denne oppgaven berører fagene naturfag, fysikk og matematikk.
Målgruppe fra ungdomsskole og oppover.

3.3.1 Påstand

Det påstås ...

... at dersom man pakker inn hele Eiffeltårnet i en pappeske så vil lufta inne i boksen veie nesten like mye som selve tårnet. Kan det virkelig stemme? Luft veier da nesten ingenting.



3.3.2 Faktaopplysninger

Hvor stort er Eiffeltårnet?
https://no.wikipedia.org/wiki/Eiffelt%C3%A5rnet

Hvor tungt er Eiffeltårnet?
https://no.wikipedia.org/wiki/Eiffelt%C3%A5rnet

Hvor mye veier luft?
https://no.wikipedia.org/wiki/Luft

3.4 ... om Mjøsa og jordkrummingen

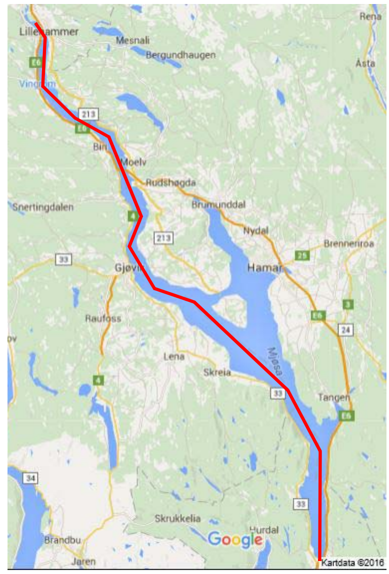
Denne oppgaven berører fag som geografi og matematikk.
Målgruppen er fra videregående skole og oppover.

3.4.1 Påstand

Jeg har hørt ...

... at om en kunne strekke en helt stram tråd fra Lillehammer til Minnesund, så ville midten av tråden være nesten 100 meter under vannoverflata på Mjøsa.

Kan det stemme og hva kan det komme av?



3.4.2 Faktaopplysninger

Hvor langt er det fra Lillehammer til Minnesund?
https://no.wikipedia.org/wiki/Mj%C3%B8sa

Hva er diameteren på jorda?
https://no.wikipedia.org/wiki/Jorden

3.5 ... om å lagre data på harddisk

Denne oppgaven berører fag som teknologi og matematikk.
Målgruppen er fra ungdomsskole til videregående skole.

3.5.1 Påstand

Jeg har hørt ...

... at på en ekstern harddisk på 1 Tbyte er det mulig å lagre over 100 000 bibler. Kan det være mulig, bibelen er da en svært tykk bok?

3.5.2 Faktaopplysninger

Hvor stor er bibelen?
http://amazingbibletimeline.com/bible_questions/q10_bible_facts_statistics/ (eng.)

Hvor mye plass tar ett tegn

Hvor mye data er 1 Terra byte (1 Tbyte)
http://www.whatsabyte.com/

3.6 ... om å forstørre opp vannmolekyler

Denne oppgaven berører fag som kjemi og matematikk.
Målgruppen kan være elever fra ungdomsskole til videregående skole.

3.6.1 Påstand

Jeg har hørt ...

> *... at dersom vi forstørrer opp alle vannmolekylene i et glass med vann, slik at de blir på størrelse med klinkekuler, så kunne de dekke jorda med et 100 meter tykt lag.*
>
> *Kan det være riktig?*

3.6.2 Faktaopplysninger

Antall vannmolekyler i et glass med vann
https://no.wikipedia.org/wiki/Avogadros_konstant

Antall mol i et glass med vann

Størrelsen på klinkekuler

Størrelsen på jorda
https://nn.wikipedia.org/wiki/Jorda

3.7 ... om vind og vindturbiner

Denne oppgaven berører fag som naturfag, fysikk og matematikk. Målgruppen er fra ungdomsskole til videregående skole.

3.7.1 Påstand

Det påstås ...

> *... at på en vindfull dag ved kysten kan det hvert sekund passere over ett tonn med luft forbi vingene i en middels stor vindturbin.*
>
> *Kan dette være riktig?*

3.7.2 Faktaopplysninger

Hvor fort går vinden en "vindfull dag"?
http://www.vindportalen.no/Vindportalen/Vindkraft/Vind-fysikk/Hva-er-vind/Karakterisering-av-vind

Hvor stor er en middels stor vindturbin?
http://www.fornybar.no/vindkraft/teknologi#vind2.1

Hva veier luft?
https://no.wikipedia.org/wiki/Lufttetthet

Hvor mange kg er det i ett tonn?

Forøvrig er Vindportalen et godt sted å starte:
http://www.vindportalen.no/, ev. http://www.fornybar.no/vindkraft/.

3.8 ... om jordrotasjon

Denne oppgaven berører fag som geografi, fysikk og matematikk.
Målgruppen er ungdomsskole og videregående skole.

3.8.1 Påstand

Noen mener ...

... at på grunn av jordrotasjonen har en person som befinner seg i Oslo en fart på flere 100 km/timen.

Kan det være riktig? Ville vi ikke ha merket det?

3.8.2 Faktaopplysninger

Hvor stor er jorda?
https://nn.wikipedia.org/wiki/Jorda

Hvor fort roterer jorda?
https://nn.wikipedia.org/wiki/Jorda

Hvor langt er et døgn?

3.9 ... om små flater

Denne oppgaven berører nesten utelukkende matematikkfaget. Målgruppen er primært barneskolen.

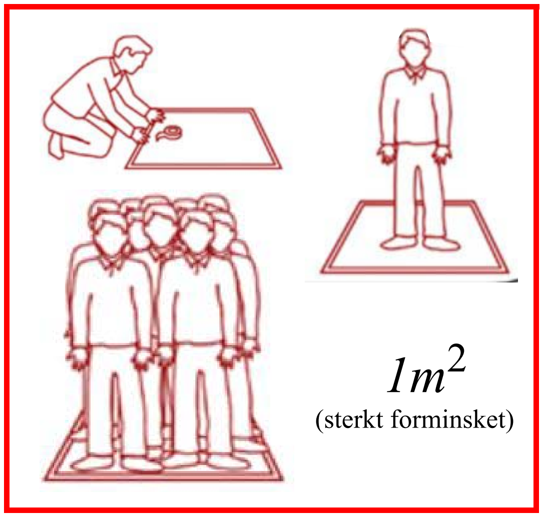
3.9.1 Påstand

Noen mener ...

... at dersom vi deler opp én kvadratmeter i en million like store deler så er hver enkelt del umulig å se med det blotte øye.

Kan dette være riktig?

Hvor stor er egentlig en milliontedels kvadratmeter?



http://www.ontariosciencecentre.ca/Tour/Science-HotSpot/

3.9.2 Faktaopplysninger

Måleenheter

Arealberegning

3.10 ... om Hellige Olavs siste åndedrag[10]

Denne oppgaven berører fysikk og matematikkfaget.
Målgruppen er primært videregående skole.

3.10.1 Påstand

Det påstås[11] ...

... at hver gang vi trekker pusten, nesten 1000 år etter slaget på Stiklestad, så vil ett av luftmolekylene som Hellige Olav pustet ut den siste gangen på Stiklestad den 29. juli i 1030 være blant de vi puster inn.

Kan det være riktig?

10. Oppgaven er laget av Jon Andreas Støvneng ved Institutt for fysikk ved NTNU
11. Peter Nicolai Arbos romantiske maleri Olav den Helliges død fra 1859, Kilde: https://no.wikipedia.org/wiki/Olav_den_hellige

3.11 ... om små beholdere med butangass som kan gjøre stor skade

Denne oppgaven berører fysikk, kjemi og matematikkfaget.
Målgruppe er primært videregående skole.

3.11.1 Påstand

Det påstås[12,13] ...

... at en liten beholder med butan av den typen som brukes til skibrennere og gassbluss, har nok sprengkraft i seg til å løfte en enebolig 10 meter opp fra bakken.

Kan det være tilfelle?

3.11.2 Faktaopplysninger

- Hva er en typisk størrelse på slike gassbeholdere?
  https://www.oslosportslager.no/produkt/primus-power-gas-liten-100-gram-gass-for-gassbrennere-8664.aspx
- Hvor mye energi er det i en slik boks med butan?
  http://gasnor.no/naturgass/typiske-data-energi/ (energiinnhold)
  http://www.rapidtables.com/convert/electric/joule-to-kw.htm (omregning)
- Hva type hus snakker vi om og hva er vekta til et hus?
  http://www.nordiccrane.no/2013/07/flytting-av-hus-i-oppdal/
- Hvor mye energi skal til for å løfte et hus?

3.12 ... om store oljeflak

Denne oppgaven berører fysikk, kjemi og matematikkfaget.
Målgruppe er ungdomsskole og videregående skole.

---

12. Ideen til påstanden kommer fra Per-Odd Eggen som også har funnet artikkelen og regnet gjennom oppgaven.
13. Bildet er lånt fra: https://www.colourbox.com/image/little-fine-island-planet-a-piece-of-land-in-the-air-lawn-with-house-and-tree-pathway-in-the-grass-detailed-ground-in-the-base-concept-of-success-and-happiness-idyllic-ecological-lifestyle-image-4591884

3.12.1 Påstand

Det påstås ...

... at om man heller 1 liter olje på sjøen, så vil den etter en stund dekke en flate som er større enn en fotballbane.

Kan det være tilfelle?

3.12.2 Faktaopplysninger

Hva er en typisk størrelse på et oljemolekyl?
Bruke gjerne søkeordet: "size of oil molecule"

Hvor tykt blir et slikt oljesjikt?

Formler for volum og areal.

3.13 ... om å slippe knappenåler ned i et glass med vann

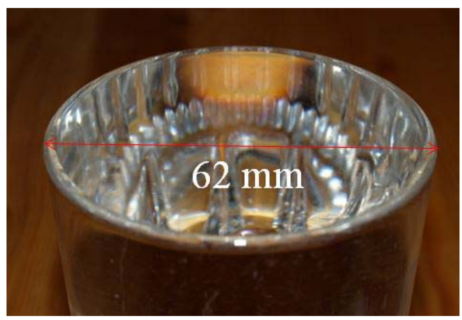
Denne oppgaven berører fysikk og matematikkfaget.
Målgruppe er ungdomsskole.

3.13.1 Påstand

Det påstås ...

... at om du fyller opp et melkeglass med vann slik at overflata går akkurat kant i kant med kanten av glasset, så kan du fortsatt slippe over 100 knappenåler ned i glasset før det renner over.

Kan det stemme?



3.13.2 Faktaopplysninger

Hvor stort er et typisk melkeglass?

Hvor stor er en knappenål?

Hvor mye vann kan vi fylle i et glass som er "fullt", før det renner over?

3.14 ... om solceller som eneste kilde til elektrisk energi

Denne oppgaven berører naturfag, geografi og matematikkfaget.
Målgruppe er videregående skole.

3.14.1 Påstand

Det påståes at ...

... om Norges elektrisitetsproduksjon i sin helhet skal erstattes med solenergi fra solceller alene, så trenger vi en solcellepark på størrelse med arealet av Oslo kommune.

3.14.2 Faktaopplysninger

Hva er Norges årlige behov for elektrisk energi?
https://no.wikipedia.org/wiki/Energi_i_Norge
https://www.ssb.no/befolkning/nokkeltall

Hvor stor er den gjennomsnittlige solinnstrålingen i Norge i løpet av et år?
http://solenergi.no/om-solenergi/solinnstraling/

Hvor mye elektrisk energi er det rimelig at en solcelle kan produsere?
https://no.wikipedia.org/wiki/Solcelle

Hvor stor er Oslo kommune?
https://no.wikipedia.org/wiki/Oslo

Hva gjør man med tilførsel av elektrisk energi på natta?

3.15 ... om SMS og den slags

Denne oppgaven berører naturfag og matematikkfaget.
Målgruppe er ungdomsskole og videregående skole.

3.15.1 Påstand

Det påståes at ...

... at dersom vi samler alle SMS-meldinger som sendes fra norske mobiltelefoner i løpet av ett, år så vil teksten fylle mer en 1000 bøker.

3.15.2 Faktaopplysninger

Hvor mange meldinger sendes det årlig på SMS i Norge?
http://medienorge.uib.no/statistikk/medium/ikt,oppdatering/340

Hva er gjennomsnittlig lengde på en SMS-melding?
https://no.wikipedia.org/wiki/Short_Message_Service

Skal vi ta med mellomrom og smiles?

Hvor stor er en typisk bok og hvor mange tegn er det på hver side?
http://bokarbeid.no/antall-boksider/

3.16 ... om sukker i vann[14]

Denne oppgaven berører kjemi og matematikkfaget.
Målgruppe er videregående skole.

3.16.1 Påstand

Det påståes at ...

> *... at dersom vi blander ut en teskje sukker i en liter vann så vil det være nesten 1000 vannmolekyler mellom hvert sukkermolekyl i oppløsningen.*

3.16.2 Faktaopplysninger

Hvor mye sukker rommer en teskje?

Hvor mange sukkermolekyler er det i ett gram med sukker?

Hvor mange vannmolekyler er det i 1 liter vann?

3.16.3 Refleksjon om løselighet

Når det gjelder løselighet, så er det minst fire forhold som kan tas i betraktning:

1. Stoffer som ikke er polarisert løses i liten grad i vann. Disse blir ”ekskludert” siden vannmolekylene tiltrekker hverandre i stor grad, men tiltrekker i liten grad stoffer som ikke er polarisert.
2. For tungløselige salter har ionene ladning og vil derfor tiltrekke seg vannmolekyler. De tungtløselige saltene har imidlertid også ioner som tiltrekker hverandre i større grad enn de tiltrekker seg vann.
3. Lettløselige salter (og andre lettløselige faste stoffer, som f. eks. sukker) er mest relevante for problemstillingen i denne sammenhengen. Her tiltrekker ionene/molekylene vann sterkere enn den ”interne” tiltrekningen. I disse tilfellene vil løseligheten bestemmes av om det er plass for vannmolekyler mellom partiklene. Løseligheten vil ofte (men ikke alltid) øke med økende temperatur.
4. Etanol er eksempel på et stoff som kan blandes med vann i alle blandingsforhold. Der kan man kanskje si at begge stoffene er løsningsmidler til hverandre.

3.16.4 En didaktisk tilnærming

Som i de fleste andre påstandsoppgaver vil det være et lurt pedagogisk trekk å be elevene på forhånd å sette opp hypoteser om hva de selv tror vil være resultatet av beregningen. F.eks. kunne en bedt dem velge blant følgende forslag:

14. Påstanden er foreslått av Per-Odd Eggen ved Skolelaboratoriet ved NTNU som også er ansvarlig for utformingen og refleksjonene omkring løselighet

I en 1 molar løsning vil det mellom hvert molekyl av det oppløste stoffet være ca.:

- $6{,}022 \times 10^{23}$ vannmolekyler
- 1 000 000 000 000 vannmolekyler
- 1 000 000 vannmolekyler
- 1000 vannmolekyler

Eller i en 1 molar løsning vil det mellom hvert molekyl av det oppløste stoffet i gjennomsnitt være ca.:

- ... 56 vannmolekyler
- ... 28 vannmolekyler
- ... 14 vannmolekyler
- ... 10 vannmolekyler
- ... 4 vannmolekyler

Hva vil det være i en 1/3 molar løsning?

3.17 ... om protoner, nøytroner og havet

Denne oppgaven berører kjemi, fysikk og matematikkfaget.
Målgruppe er videregående skole.

3.17.1 Påstand

Det påståes at ...

> *... dersom vi tok alt vannet i samtlige hav og fjernet alt tomrommet mellom atomkjernene slik at hydrogen- og oksygenkjerne ble liggende tett sammen, så kunne vi fått plass til alt vannet i havene i et svømmebasseng.*

3.17.2 Faktaopplysninger

Hvor mye vann er det i alle verdenshavene?
http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/etopo1_ocean_volumes.html

Hvor mange vannmolekyler er det i 1 liter vann?
https://en.wikipedia.org/wiki/Avogadro_constant

Hva er den kjemiske formelen for vann?

Hvor store er kjernen i hydrogen og oksygenatomene?
https://en.wikipedia.org/wiki/Proton
https://www.physicsforums.com/threads/size-of-a-neutron.228633/

Hvor mange protoner og nøytroner finnes det i kjernen til oksygen og hydrogen?
https://no.wikipedia.org/wiki/Oksygen
https://www.google.no/?gws_rd=ssl#q=Hydrogen

3.18 ... om riskorn, sjakkbrett og vismenn

Denne oppgaven berører biologi og matematikkfaget.
Målgruppe er ungdomsskolen og videregående skole.

3.18.1 Påstand

Det påståes at ...

... dersom vi la ett riskorn i den første ruta på et sjakkbrett, to i den neste, fire i den tredje og på den måten doblet antallet riskorn for hver rute, så ville vi når vi kommer til den 64. ruta ha brukt riskorn tilsvarende hele den årlige produksjonen av ris i verden.

Kan det virkelig bli så mye?

3.18.2 Faktaopplysninger

Hvor mye ris produseres det årlig i verden?
http://www.roperld.com/science/cropsworld_us.htm

Hvor mange riskorn går det på ett kg?
http://www.funtrivia.com/askft/Question85077.html

Hvor mange riskorn trenger en for å "fylle" sjakkbrettet som antydet i påstanden?
https://en.wikipedia.org/wiki/Wheat_and_chessboard_problem

3.19 ... om søppelberget og høyden til Nidarosdomen

Denne oppgaven berører naturfag (miljø) og matematikkfaget.
Målgruppe er ungdomsskolen og videregående skole.

3.19.1 Påstand

Det påståes at ...

... dersom vi tok alt søppelet som "produseres" i Norge hvert år og samlet i en haug, så ville haugen bli like høy som Nidarosdomen.

3.19.2 Faktaopplysninger

Hvor mye søppel produseres det i Norge hvert år?
http://www.miljostatus.no/tema/Avfall/Avfall-og-gjenvinning

Hvor høy er Nidarosdomen?
http://www.adressa.no/pluss/nyheter/article10804584.ece
eller
http://trondelagfotoklubb.no/blog/2013/09/22/pa-taket-av-trondheim-en-vandring-pa-nidarosdomens-tak/

Hvordan ser haugen med søppel ut og hvor bratt kan sidene i en slik haug være?
https://en.wikipedia.org/wiki/Angle_of_repose

3.20 ... om bilkjøring og solsystemet

Denne oppgaven berører naturfag og matematikkfaget.
Målgruppe er ungdomsskolen og videregående skole.

3.20.1 Påstand

Det påstås at ...

... dersom vi la sammen distansen som alle nordmenn kjører bil årlig, så vil vi komme lenger enn den årlige distansen jorda tilbakelegger i sin bane rundt sola.

3.20.2 Faktaopplysninger

Hva er den totale kjørelengden for norske bilister?
https://www.ssb.no/transport-og-reiseliv/statistikker/klreg/aar/2016-04-22

Hva er avstanden fra jorda til sola?
https://no.wikipedia.org/wiki/Solen

3.21 ... om avgitt energi fra mennesker og fra sola

Denne oppgaven berører fysikk, naturfag og matematikkfaget.
Målgruppe er ungdomsskolen og videregående skole.

3.21.1 Påstand

Det påstås at ...

... energiutstrålingen pr. kg fra et menneske er større enn utstrålingen pr. kg for Sola.

Det kan da umulig være riktig.

3.21.2 Faktaopplysninger

Hvor stor er massen til Sola og hvor mye energi utstråler den?
https://no.wikipedia.org/wiki/Solen
https://snl.no/solenergi

Hvor mye energi utstråler et menneske?
https://no.wikipedia.org/wiki/Joule

3.22 ... om fylling av bensin og energiforbruket til lyspærer

Denne oppgaven berører naturfag og matematikkfaget.
Målgruppe er ungdomsskolen og videregående skole.

3.22.1 Påstand

Det påstås at ...

... energioverføringen pr. tidsenhet når vi fyller bensin på bilen tilsvarer energiforbruket pr. tidsenhet av flere hundre lyspærer.

3.22.2 Faktaopplysninger

Hva er energiinnholdet i bensin?[15]
http://www.ssb.no/a/magasinet/miljo/tabell.html

Hvor lang tid tar det å fylle bensintanken til en bil?

Hvor stor effekt bruker en lyspære?

15. Bildet er tatt av FOTO: Petter Handeland (http://www.klikk.no/motor/bil/article866477.ece)

4 Flere ideer til påstandmatematikk

I dette avsnittet finner du flere forslag til påstander som kan utforskes.

Det påstås ... :

- *... at risikoen for å omkomme ved bilkjøring er over 100 ganger større enn med fly.*
- *... at skal vi få samme kjørelengde på en elektrisk bil som en bensindrevet bil, så må el-bilen frakte med seg mer enn 1 tonn med batterier.*
- *... at familiens bil forbruker ca. 10 ganger så mye energi i løpet av ett år som familien som bruker bilen.*
- *... at vi kan kjøre over 1000 km med på en sukkerbit dersom vi klarte å omdanne all massen i sukkerbiten til ren energi i følge Einstein.*
- *... at om man kolliderer med en fjellvegg i høy fart så utsettes man for en kraft tilsvarende flere tonn.*
- *... at en Cola-boks inneholder omtrent like mye energi som en syklist i full fart.*
- *... at energien i en sjokolade er nok til å bringe deg opp på Norges høyeste fjell.*
- *... at du etter å ha kjørt ca. 10 meter med bilen har slitt av ett lag med gummimolekyler på dekkene til bilen.*

  Gjennomsnittlig kjørelengde mellom hvert skifte av dekk:
  https://www.naf.no/tips-og-rad/bilhold/dekk/nyttig-informasjon-om-bildekk/

- *... at dersom vi satte ned fartsgrensene våre med 10 km i timen så ville norske trafikanter tilsammen bruke flere 10 år mer på veiene.*
- *... at antall celler i kroppen i et menneske er omtrent det antallet stjerner som finnes i Melkeveien, den galaksen vi bor i.*
- *... at dersom vi skulle fylle havbassenget ved MARINTEK på Tyholt i Trondheim med en vanlig hageslange så ville det tatt over en måned.*
- *... at dersom vi tok alle mennesker på jorda og stuvet dem sammen så tett vi klarte så ville alle få plass på et område tilsvarende Buskerud fylke ([6] side 20).*
- *... at dersom man tørket ut alt vannet i Trondheimsfjorden, så ville man blant annet sitte igjen med ca. 1 kg med gull (spørs om det er verdt å prøve)*[16]

16.Foreslått av Eva H. Hagen, Vitensenteret i Trondheim

- *... at antall molekyler i en dråpe vann er mer enn nok til å gi hvert levende menneske mer enn 1000 vannmolekyler hver.*
- *... at vi bruker mer enn 100 liter vann til å pusse tennene hvert år*
- *... at det gjennom en vanlig lyspære går mer enn en milliard elektroner hvert sekund*
- *... at om vi strekker ut alle DNA-molekylene i kroppen og legger dem etter hverandre, så vil det rekke rundt hele jorda.*

  Ulempen med denne påstanden er at svaret i sin helhet finnes på nettet: http://hypertextbook.com/facts/1998/StevenChen.shtml Beregningen viser at den totale DNA-strengen blir nesten 67 ganger tur-retur sola som befinner seg ca. 150 millioner km fra jorda.

- *... at dersom man befinner seg på planeten Merkur, så vil sola se ut som om den er dobbelt så stor som sett fra jorda.*
- *... at man ved normal bruk bruker mindre enn 100 kr. for å lade mobiltelefonen daglig i ett år. Kan det være så lite?*

  Ulempen med denne påstanden er at svaret (ikke utregningen) finnes på nettet: http://www.aftenbladet.no/digital/Hvor-mye-koster-det-a-lade-mobilen-766801_1.snd Gitt tre forslag: kr. 300,-, kr. 30,-, eller kr. 3,-, så svarer 38% 300,- kr., 24% 30 kr. og 29% vil ikke mene noe. Bare 9% anslo kostnaden til 3,- kr. som er i nærheten av det riktige svaret.

- *... at dersom man byttet ut alle glødelampene som fortsatt finnes i dette landet med LED-lamper, så vil vi årlig spare like mye energi som et Alta-kraftverks årlige produksjon*[17]

17.Foreslått av Ingeborg Ranøyen eller Berit Reitan

5 Referanser

[1] John Avison (1989), *The world of physics*, Thomas Nelson & Sons

[2] Freire, P. (1999). *De undertryktes pedagogikk*. Ad notam Gyldendal. ?

[3] Rismark, M., & Lyngsnes, K. (1999). *Didaktisk Arbeid*. Oslo: Gyldendal Akademisk. ?

[4] Hattie, John. (2013). *Synlig læring- for lærere*. Oslo: Cappelen Damm as.

[5] Utdanningsdirektoratet. (2012). *Ungdomstrinn i utvikling*. Hentet mai 12, 2016 fra Utdanningsdirektoratet: http://www.udir.no/globalassets/upload/ungdomstrinnet/rammeverk/ungdomstrinnet_bakgrunnsdokument_vurdering_for_laring_vedlegg_5.pdf

[6] Weinstein L and Adam J.A. (2008). *Guesstimation: Solving the World's Problems on the Back of a Cocktail Napkin.* Princeton University Press

[7] Weinstein L and Adam J.A. (2012). *Guesstimation 2.0: Solving Today's Problems on the Back of a Napkin.* Princeton University Press

Problemstillingene i heftet er blitt til over flere år og mange har bidratt med forslag til oppgaver. Det er gjerne oppgaver som gjennom flere år har gått rundt på folkemunne og brukt i ulike sammenhenger. Påstander som både skaper undring og engasjement og lærer elever og andre at en ikke alltid kan stole på sin intuisjon, men viser betydningen av å kunne bruke matematikk til gjøre overslagsberegninger. Oppgavene vil derfor som oftest kreve at det gjøres antagelser og foretas valg på grunnlag av faktakunnskaper. Håpet er at oppgavene skal kunne brukes som krydder både i matematikken og i naturfagene.

Nils Kr. Rossing
Førstelektor ved Skolelaboratoriet og
E-post: nils.rossing@plu.ntnu.no
Prosjektleder ved Vitensenteret
E-post: nkr@vitensenteret.com

Ine Chatrin Halfdansen Hetty
Lærerstudent ved Høgskolen i Sørøst-Norge
E-post: inechatrin@hotmail.com

Rev. 3.0 – 1.10.16

Trykk: NTNU-trykk

NTNU
Trondheim

Program for lærerutdanning

Skolelaboratoriet
for matematikk, naturfag og teknologi

Tlf. 73 55 11 43
Faks 73 55 11 40
http://www.skolelab.ntnu.no