Vitensenteret

Prøvetrykk 1.2

Nils Kr. Rossing

Laserkuttede pusle-modeller med løsninger

Desember 2017

Denne siden er blank

Laserkuttede puslemodeller med løsninger

Nils Kr. Rossing

Laserkuttede puslemodeller med løsninger

Trondheim 2017

ISBN 978-82-92088-62-3

Bidragsytere:
Nils Kr. Rossing, *(nkr@vitensenteret.com)* Vitensenteret i Trondheim

Layout og redigering: Nils Kr. Rossing, Vitensenteret i Trondheim

Tekst og bilder: Nils Kr. Rossing, Vitensenteret i Trondheim

Faglige spørsmål rettes til:
Vitensenteret i Trondheim
v/Nils Kr. Rossing, 73 59 77 23
nils.rossing@vitensenteret.com

Kongensgate 1
7013 Trondheim

Postboks 117
7400 Trondheim

Vitensenteret i Trondheim
Telefon: 73 59 61 23
Telefaks: 73 59 61 20
http://www.vitensenteret.com/

Rev 1.2 – 14.12.17

Forord

Utgangspunktet var at det fantes eksempler på laserkuttede puslerier som bl.a. er brukt til "busking" Etter at 360° kinoen ble etablert, ble rommet foran inngangen til kinoen ryddet og pusset opp. Rommet skal både fungere som en del av utstillingen samtidig som det skal være et samlingssted for de som skal inn i 360° kinoen.

Det ble derfor ytret et ønske om at det skulle bygges bord langs veggene som kunne fylles med enkle små bordmodeller og valget falt på puslemodeller. Dette føyer seg inn i en tradisjon da rommet helt fra starten ble brukt som puslerom.

Modellene er laget i laminerte akrylplater som gjør at underliggende lag kommer fram ved gravering. Det anbefales at veggene utsmykkes med plakater eller også modeller da modellene på bordet ellers kan bli litt unnselige.

Det er i versjon 1.1 lagt til forslag til engelske tekster til alle modellene. Disse er tenkt skrevet ut separat og lagt ved siden av modellen.

Trondheim
Desember 2017

Nils Kr. Rossing
Vitensenteret i Trondheim

Innhold

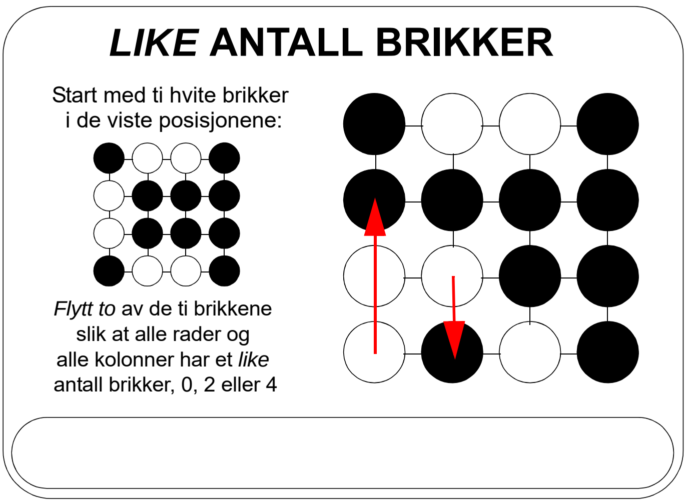
1 Modeller i puslerommet med løsninger 9
1.1 Logiske puslerier 9
1.1.1 Like antall 9
1.1.2 De uslåelige dronningene 10
1.2 Regnepuslerier 11
1.2.1 Riktig sum 11
1.2.2 Alle skal stemme 12
1.2.3 Samme sum langs alle sider 13
1.3 Geometriske puslerier 14
1.3.1 Åtte likesidede trekanter 14
1.3.2 Fire brikker 15
1.3.3 De klaustrofobiske T-ene 16
1.4 Magiske kvadrater 17
1.4.1 Magisk kvadrat I 17
1.4.2 Magisk kvadrat II 18
1.4.3 Albrecht Dürers magiske kvadrat 19
1.5 Logiske paradokser 20
1.5.1 Get off the Earth 20
1.5.2 Currys triangel 22
Vedlegg A Engelske tekster 23
A.1 Like antall brikker 23
A.2 De uslåelige dronningene 23
A.3 Riktig sum 23
A.4 Alle skal stemme 24
A.5 Samme sum langs alle sider 24
A.6 Åtte likesidede trekanter 24
A.7 Fire brikker 24
A.8 De klaustrofobiske T-ene 25
A.9 Magisk kvadrat I 25
A.10 Magisk kvadrat II 25
A.11 Albrecht Dürers magiske kvadrat 25
A.12 Get off the earth 26
A.13 Currys triangel 26

1 Modeller i puslerommet med løsninger

Fra og med 1. desember er det plassert ut puslemodeller i utstillingen. I løpet av den første uka i desember 2017 vil det i alt komme 12-13 modeller i vrimlehallen foran 360° kinoen. Dette heftet gir løsningsforslag til puslemodellene. Tanken er at publikum skal kunne få vite svaret dersom de henvender seg i butikken.

1.1 Logiske puslerier

1.1.1 Like antall

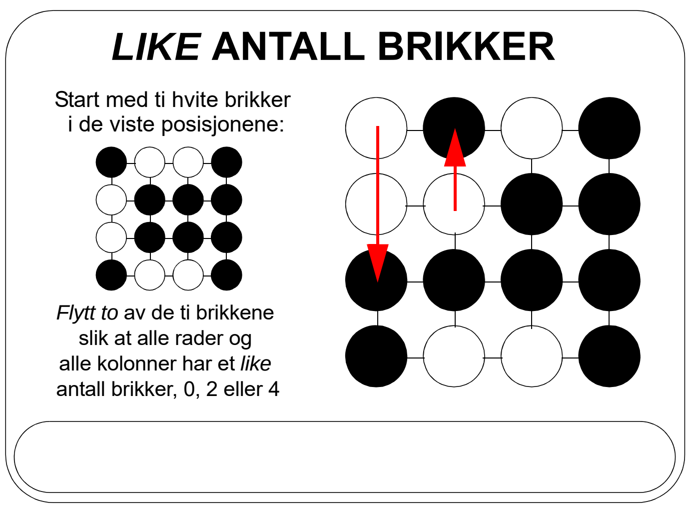


Ideen til modellene er hentet fra Science Museum i Hong Kong.

Selv om løsningen er ganske opplagt når man ser den, så er den ikke helt enkel å oppdage. En blir kanskje lurt av symmetrien i startoppsettet og ser for seg en symmetrisk løsning også etter at de to brikkene er flyttet.

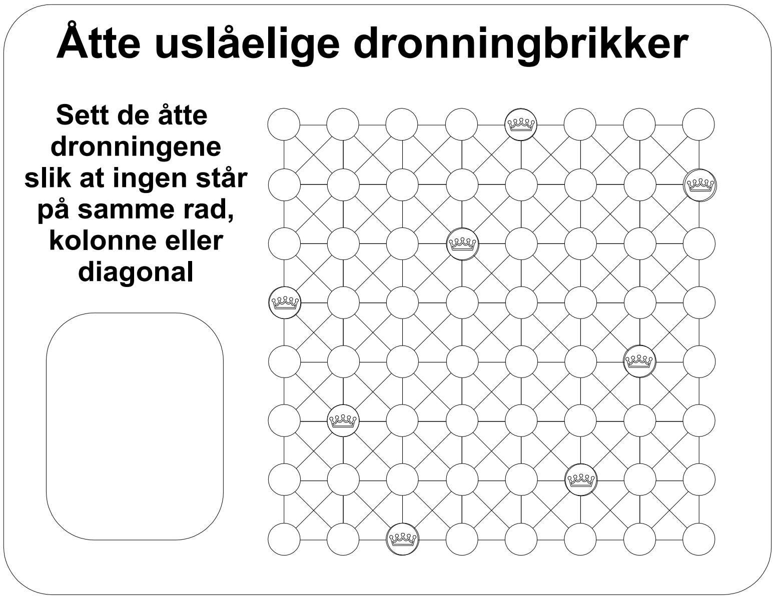
Det finnes selvfølgelig en løsning til som er symmetrisk i forhold til den som er vist over.

I prinsippet er disse like. Om det finnes andre løsninger kan jo være et åpent spørsmål.

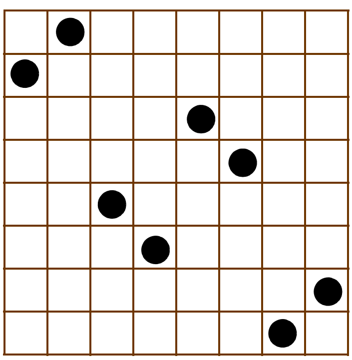


1.1.2 De uslåelige dronningene

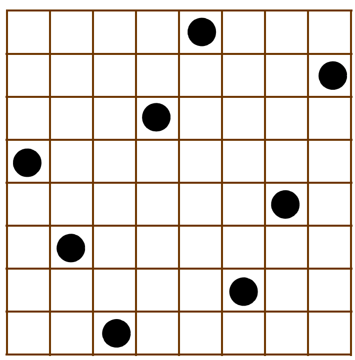
Ideen til denne modellen er hentet fra ideheftet til de australske matematikksentrene utviklet av ***Neville de Mestre*** (1939 –).



Dette er en relativt krevende oppgave med ikke mange løsninger. Oppgaven kan gjøres lettere ved at kravet forenkles til at dronningene ikke skal stå på samme rad eller kolonne med en annen dronning. Den blir vesentlig vanskeligere dersom man *også* krever at de ikke skal stå på samme diagonal. Figuren under viser en løsning av hvert slag**, men det finnes flere**



Ingen på samme rad og kolonne



Ingen dronninger kan slå hverandre og ingen på diagonalene

1.2 Regnepuslerier

1.2.1 Riktig sum

Denne oppgaven er hentet fra ***Svein H. Torkildsens*** bok “Et ess i ermet, matematikk med en kortstokk”[1]. Hensikten er å legge sifrene 1 til 9 slik at vi får en riktig summasjon. Til denne oppgaven finnes det mange løsninger

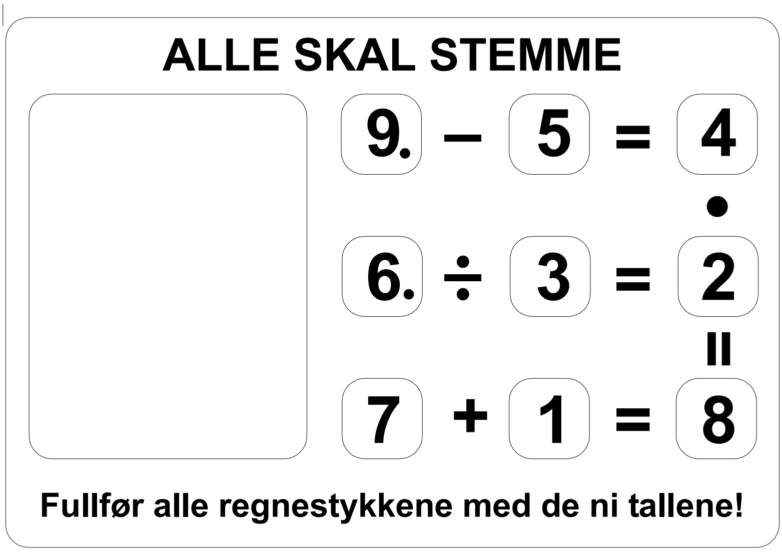
Det interessante er at alle summene i løsningene har en tverrsum lik 18. Under er vist noen løsninger. Jeg har i alt funnet 90 løsninger på oppgaven.

124+659=783	154+629=783	195+642=837	241+596=837	276+318=594
125+739=864	159+327=486	215+478=693	245+718=963	276+543=819
127+359=486	167+382=549	218+376=594	246+735=981	283+671=954
127+368=495	182+493=675	218+736=594	248+319=567	286+173=459
139+725=864	186+543=729	219+438=657	248+715=963	291+546=837
142+596=738	187+362=549	234+657=891	249+318=567	293+175=468
142+695=837	187+452=639	235+746=981	257+391=648	294+381=675
145+695=837	193+275=468	237+654=891	273+546=819	324+567=891
152+487=639	194+382=576	239+418=657	273+681=954	324+657=891

1. I salg ved Nasjonalt senter for matematikk

1.2.2 Alle skal stemme

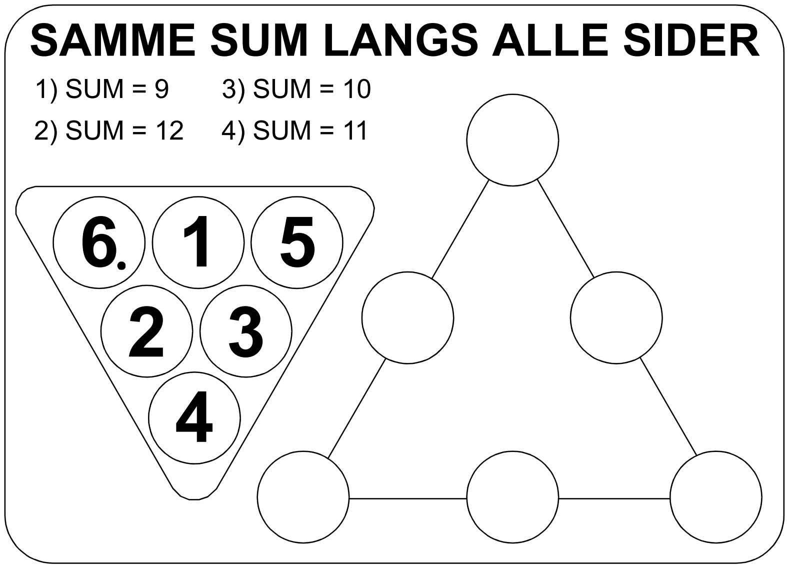
Dette pusselet er hentet fra Science museum i Hong Kong og går ut på at de 9 sifrene 1 – 9 skal danne fire oppgaver med de fire regneartene, organisert som en "kryssord" og hvor alle regnestykkene skal stemme.



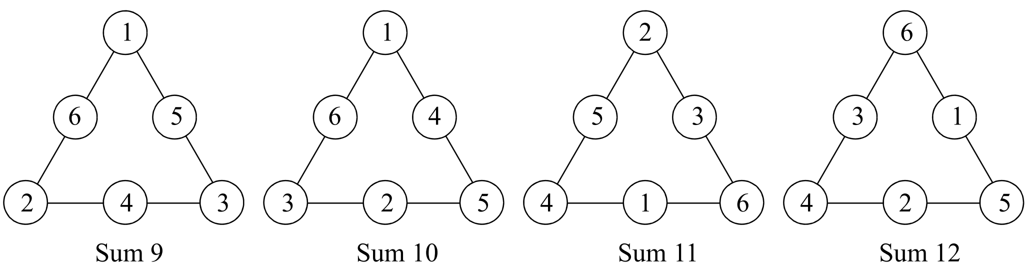
Det finnes bare en løsning som er vist i figuren over.

1.2.3 Samme sum langs alle sider

Ideen til denne modellen er hentet fra ideheftet til de australske matematikksentrene utviklet av ***Neville de Mestre*** (1939 –) på 70-, 80- og 90-tallet. Heftet er oversatt til norsk og selges ved Matematikksenteret.



En tenker seg en progresjon, hvor man først legger tallene slik at summen blir 9, deretter 12 for så å legge brikkene slik at summen blir 10 og 11. På denne måten er det håp om at publikum skal se mønsteret i løsningene.



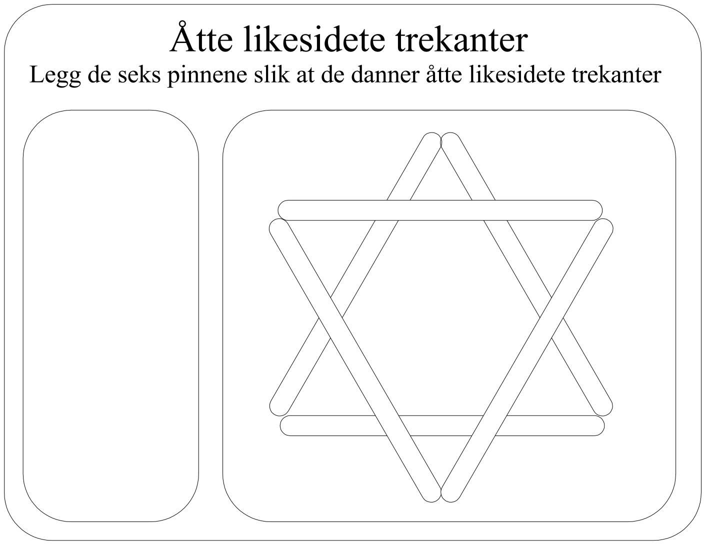
Nå kan vi lete etter mønster:

- Summen 9 dannes ved at de tre minste tallene plasseres i hjørnene
- Summen 12 dannes ved at de tre største tallene plasseres i hjørnene
- Summen 10 dannes ved at oddetallene plasseres i hjørnene
- Summen 11 dannes ved at partallene plasseres i hjørnene

1.3 Geometriske puslerier

1.3.1 Åtte likesidede trekanter

Ideen til denne er hentet fra Science museum i Hong Kong og løsningen finner man i det jødiske flagget. Dette har, om pinnene legges symmetrisk, seks små likesidede trekanter langs kanten i tillegg til de to store.

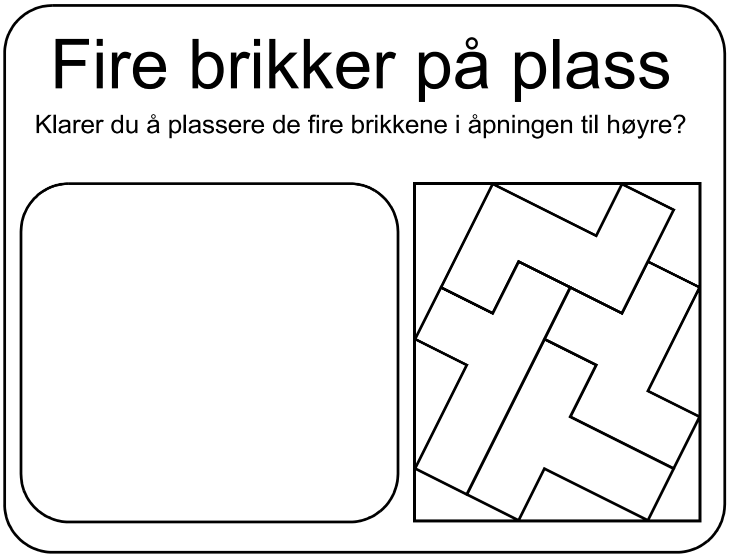


Egentlig er det sekskanten i midten som er bæreren av det jødiske symbolet. Man finner symbolet i jødiske synagoger langt tilbake i tid hvor det har gått under ulike navn, hvor *David stjernen* kanskje er det mest brukte.

1.3.2 Fire brikker

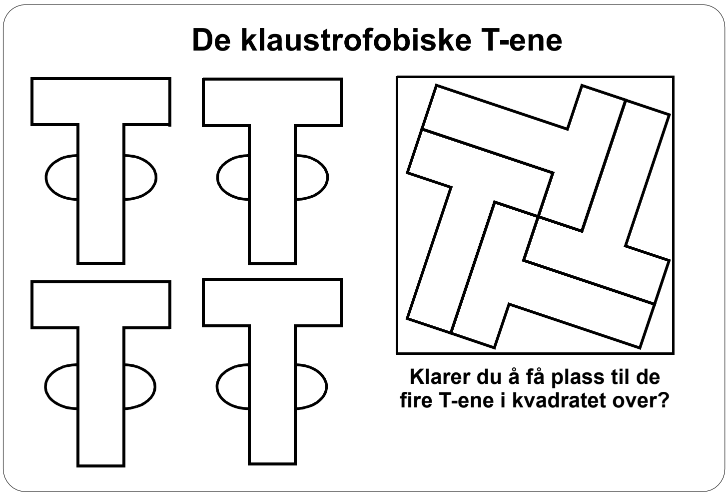
Dette pusselet er funnet på nettet

Dette pusselet føyer seg inn i en lang rekke av puslerier som handler om å plassere brikker innenfor et avgrenset område. Det spesielle i dette tilfelle er at brikkene må passes inn i hverandre for så å legges skrått inn i det aktuelle arealet. Dette siste krever at brukeren tenker nytt.

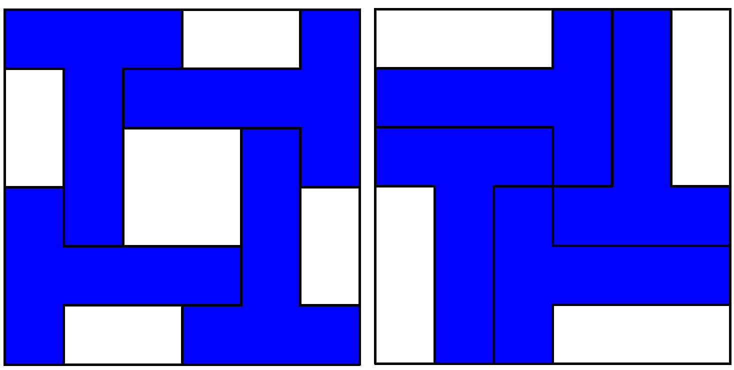


1.3.3 De klaustrofobiske T-ene

Dette pusselet er hentet fra nettet og har flere løsninger. Den som er vist på figuren under minner litt om løsningen på den forrige “Fire brikker”, ved at den legges på skrå inn i et kvadratisk hull

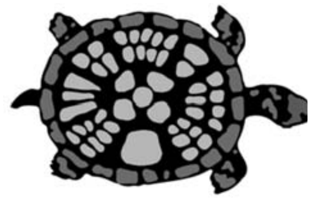


To andre løsninger faller kanskje mer naturlig ved at de er symmetrisk og at brikkene legges med sidene parallelt med sidekantene i den kvadratiske åpningen.



1.4 Magiske kvadrater

1.4.1 Magisk kvadrat I



Magiske kvadrat var kjent helt tilbake i det gamle Kina hvor legenden forteller at keiser Lou så en skilpadde med et mønster på skallet som lignet på et magisk kvadrat med 9 ruter. Et magisk kvadrat består av et antall mindre ruter fylt med tall fra 1 og oppover til alle rutene er fylt. For et magisk kvadrat med 9 ruter benyttes tallene 1 – 9, for et magisk kvadrat med 16 ruter benyttes tallene 1 – 16 osv. Disse tallene skal plasseres i rutene slik at summen langs hver rad, summen langs hver kolonne og langs de to diagonalene skal bli den samme. For et 3 x 3 ruters kvadrat blir summen lik 15, mens for et 4 x 4 kvadrat blir summen 34. I vårt tilfelle skal summen bli 15.

Det finnes flere løsninger på et 3 x 3 magisk kvadrat. Ser vi imidlertid nøyere etter så ser vi at alle disse løsningene i bunn og grunn er varianter av den samme løsningen. Det handler om å speile og vende på den opprinnelige løsningen. Det underlige er at jo større kvadratet er jo flere løsninger finnes.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

2	9	4
7	5	3
6	1	8

6	7	2
1	5	9
8	3	4

6	1	8
7	5	3
2	9	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

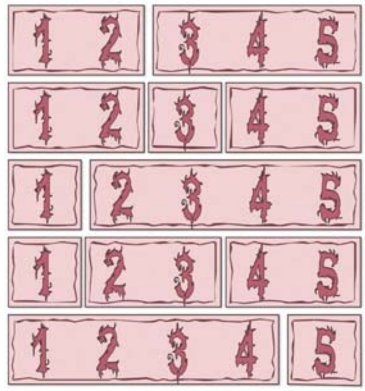
8	3	4
1	5	9
6	7	2

4	3	8
9	5	1
2	7	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

1.4.2 Magisk kvadrat II

Dette er et noe spesielt 5 x 5 ruters magisk kvadrat hvor vi kun benytter tallene 1 – 5. I tillegg henger flere av tallene sammen. Ideen er hentet fra boka *“Impossible foldings puzzles and other Mathematcal Paradoxes”* av **Gianni A. Sarcone** og **Marie-Jo Waeber**, hvor dette magiske kvadratet går under betegnelsen “*The broken magic square*”.



Også dette kvadratet har flere løsninger. For å lykkes må brikkene plasseres slik at hver rad og hver kolonne inneholder alle tallene 1 – 5 slik at summen alltid blir lik 15, samtidig som summen langs diagonalene også skal bli 15. Det første man kan gjøre er å sørge for at hver rad inneholder alle de 5 tallene 1 – 5. Deretter må tallene i hver rad omgrupperes slik at hver kolonne tillegg inneholder de fem tallene. Til slutt kontrollerer man at diagonalene stemmer.

1.4.3 Albrecht Dürers magiske kvadrat

Jeg har valgt å henge opp et tredje kvadrat. Dette er etter hvert blitt meget kjent, både fordi det er gjengitt på ett av ***Albrecht Dürers*** (1471 – 1528) mest kjente grafiske snitt: *Melancolia I* og fordi det har slike forbløffende egenskaper. Kvadratet er et 4 x 4 ruters kvadrat som er fylt med tallene 1 – 16.

ALBRECHT DÜRERS

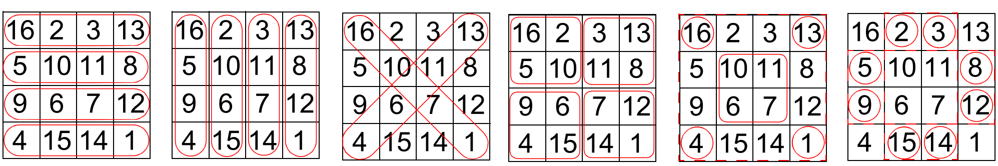
MAGISKE KVADRAT (1514)

16	2	3	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Finn så mange kombinasjoner av fire tall som gir summen 34

Hvor mange fant du?

Dürers magiske kvadrat er hengt opp på veggen og publikum utfordres til å finne kombinasjoner av fire tall som til sammen gir summen 34. De kan ev. merke av på et papir og gå til butikken og kontrollere om de har funnet alle kombinasjonene. Det viser seg at det finnes ganske mange kombinasjoner, også ut over de vanlige som alltid skal være til stede i et magisk kvadrat. I figurene under har jeg merket av de jeg har funnet.



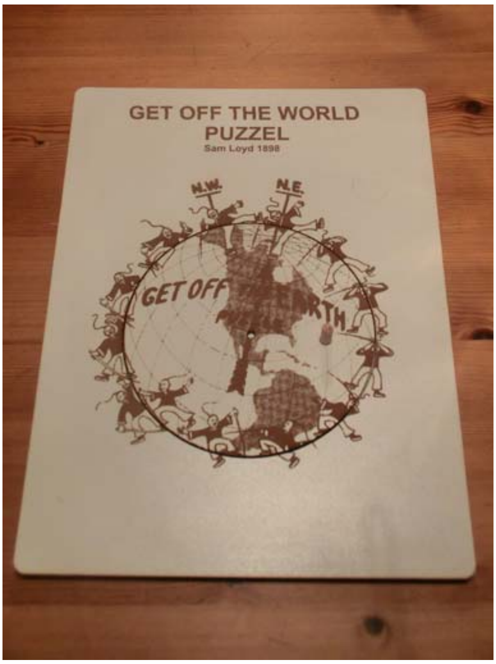
Av figuren over ser vi ***18 forskjellige kombinasjoner*** av fire tall som gir summen 34.

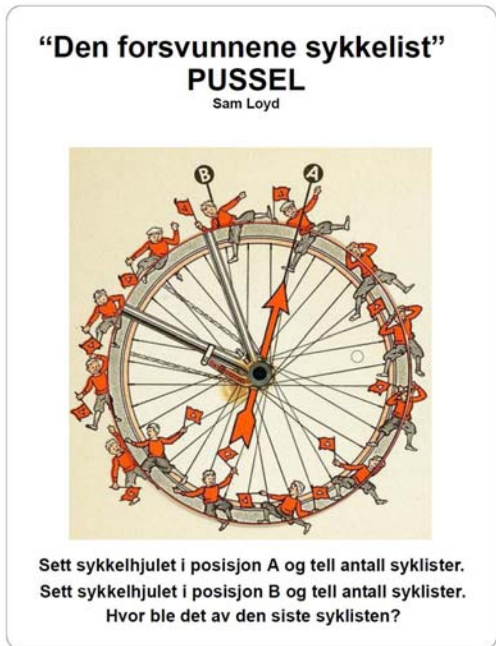
Til slutt vet vi at Albrecht Dürer ferdigstilte Melancolia I i året 1514 som dannes av de to nederste tallene i midten.

1.5 Logiske paradokser

1.5.1 Get off the Earth[2]

Dette paradokset er en kopi av ***Sam Loyds*** (1841 – 1911) klassiske pussel fra 1898. Layouten er hans originale. Det finnes svært mange varianter av dette pusselet. Poenget er at en av figurene langs kanten av jorda forsvinner når pilen beveger seg fra nord-øst (N.E.) til nord-vest (N.W.). Det gå fra å være 13 til å bli 12 figurer. Selv den gangen synes det å ha vært stilt spørsmålstegn ved å lage en slik modell med kinesere. Han laget derfor en til med syklister. Det er denne vi har brukt i vår utstilling.

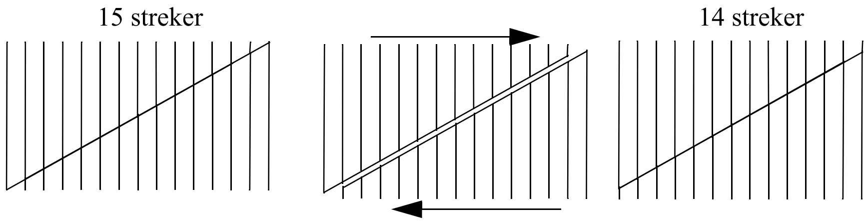




Dette kan i første omgang virke temmelig mystisk. Figuren under gir imidlertid en god forklaring på hva som skjer. Her ser vi et gitter med 15 vertikale linjer avdelt med en diagonal linje. Dersom vi flytter nedre del av figuren et intervall mot venstre så vil vi se at antall linjer reduseres til 14, samtidig som lengden av linjene øker.

2. Se flere detaljer i boka Nils Kr. Rossing, *Idehefte for bruk av laserkutter*, Rev. 1.0, Vitensenteret 2017 side 137

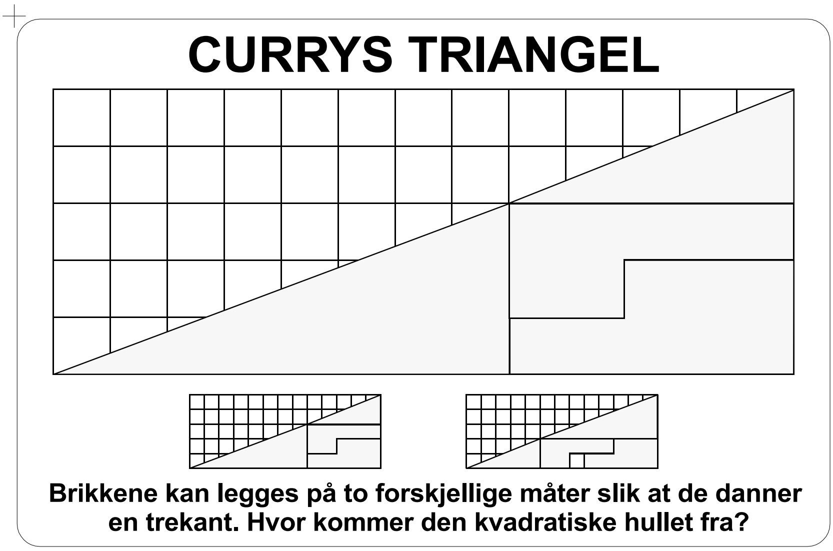
På samme måte kan vi si at figuren som forsvinner når vi går fra nord-øst til nord-vest, vil fordele seg på de 12 gjenværende slik at disse blir litt bredere.

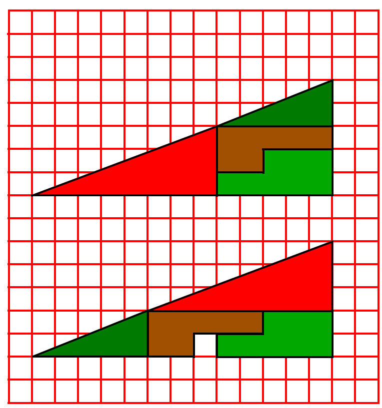


1.5.2 Currys triangel

Ideen er unnfanget av amatørmagikeren ***Paul Curry*** i 1953 og er senere brukt i mange sammenhenger.[3]

Brikkene i denne modellen kan legges på to måter og likevel framstår den en rettvinklet trekant.





Dersom du legger en linjal langs kanten på oversiden av de to figurene, vil du se at skråkanten til den øverste trekanten buer litt nedover, mens skråkanten på den nederste trekanten buer litt oppover. Det kommer av at skråen til de to trekantene er litt forskjellige. Det samme finner du om du beregner arealene:

Arealet av enkeltdelene = 1/2(8 x 3) (stor trekant) + 1/2(5x2) (liten trekant) + 8 + 7 = 32

Arealet av enkeltdelene pluss det mystiske arealet = 32 + 1 = 33

Arealet av hele trekanten når en trekker en linje fra øverste høyre hjørne til venstre hjørne
= 1/2 (13x5) = 32,5

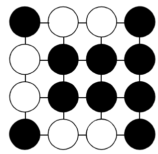
3. Nils Kristian Rossing, "Den matematiske krydderhylle", Fagbokforlaget

Vedlegg A Engelske tekster

A.1 Like antall brikker

Even number of checkers

Start with ten white checkers
in the shown positions:



Move two of the ten checkers
so every row and
every column has an even
number of checkers (0, 2 or 4).

A.2 De uslåelige dronningene

Eight unbeatable queens

Place the eight queens
so that none of them are on the
same row, column or diagonal.

A.3 Riktig sum

Correct sum

Place the nine numbers in a way
that makes the sum correct.

Can you find multiple ways to place
the pieces that gives correct answers?

A.4 Alle skal stemme

Every calculation shall be correct

Complete the four calculations
with the nine available numbers!

A.5 Samme sum langs alle sider

Equal sum along all sides

1) SUM = 9   2) SUM = 12   3) SUM = 10   4) SUM = 11

Can you discover a pattern?

A.6 Åtte likesidede trekanter

Eight equilateral triangles

Place the six rods in such way that you get
eight equilateral triangles (all three sides equal).
Tip: The eight triangles do not have to be the same size

A.7 Fire brikker

Four pieces in place

Are you able to fit all four pieces
in the open rectangle to the right?

A.8 De klaustrofobiske T-ene

The claustrophobic T's

Are you able to fit all four T's
in the square to the right?

A.9 Magisk kvadrat I

Magic square I

Put the nine numbers in the square to the right,
so the sum of every row, column and diagonal is equal to 15.

A.10 Magisk kvadrat II

Magic square II

Put the 12 pieces with numbers inside the square,
so the sum of every row, column and diagonal is equal to 15.

A.11 Albrecht Dürers magiske kvadrat

Albrecht Dürer's magic square

Find as many combination of four numbers
from the square that makes the sum of them equal to 34.
How many combinations did you find?

A.12 "Den forsvunne syklisten"

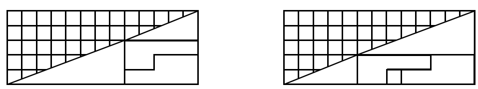
"The lost cyclist"

Put the wheel in position A and count the number of cyclists.
Turn the wheel to position B and count the number again.
Where has the last cyclist gone?

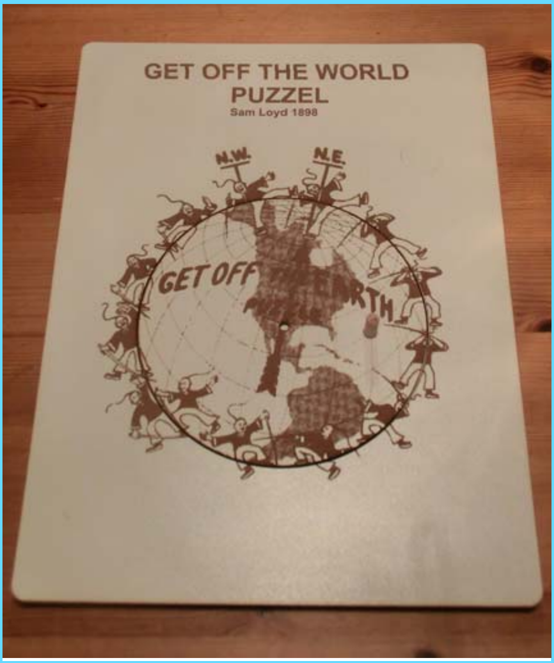
A.13 Currys triangel

Curry's triangle

The pieces can be placed in two different ways
so they form a triangle.



Where does the square hole come from?



Heftet er en beskrivelse av puslemodeller brukt i Vitensenteret puslerom. Utstillingen sto ferdig i begynnelsen av desember 2017 og er ment dels som puslerier mens man venter på å slippe inn i 360° kinoen, men også som en selvstendig utstilling som brukes av publikum på lik linje med resten av utstillingen.

Heftet er primært en hjelp for guidene når de får spørsmål fra publikum knyttet til løsningene på pusleriene. Men kan også brukes som ideheftet for å raskt å lage laserkuttede puslemodeller for en aktivitetsdag eller "busking".

Skjære og graveringsfilene til modellene kan fås ved å henvende seg til forfatteren.

Nils Kr. Rossing
Prosjektleder ved Vitensenteret i Trondheim
Dosent ved Skolelaboratoriet ved NTNU
e-post: nkr@vitensenteret.com

ISBN 978-82-92088-62-3
Rev. 1.2 - 14.12.17