

*Nils Kr. Rossing*

## Idehefte for bruk av laserkutter



Denne siden er blank

# Idehefte for bruk av laserkutter

Nils Kr. Rossing



## **Idéhefte for bruk av laserkutter**

Trondheim 2017

ISBN 978-82-92088-57-9

Bidragstere:

*Nils Kr. Rossing, (nkr@vitensenteret.com)* Vitensenteret i Trondheim

Layout og redigering: Nils Kr. Rossing, Vitensenteret i Trondheim

Tekst og bilder: Nils Kr. Rossing, Vitensenteret i Trondheim

Faglige spørsmål rettes til:

**Vitensenteret i Trondheim**

v/Nils Kr. Rossing, 73 59 77 23

[nils.rossing@vitensenteret.com](mailto:nils.rossing@vitensenteret.com)

Kongensgate 1

7013 Trondheim

Postboks 117

7400 Trondheim

Vitensenteret i Trondheim

Telefon: 73 59 61 23

Telefaks: 73 59 61 20

<http://www.vitensenteret.com/>

Rev 3.0 – 31.01.17



---

## Forord

Heftet er blitt til etter som forfatteren har lært seg å bruke laserkutteren som ble satt i drift ved Vitensenteret i Trondheim i januar 2016. Selv om den i stor grad brukes til modellbygging og andre interne prosjekter, er det tanken at den etter hvert skal gjøres tilgjengelig for lærer- og elevprosjekter, og for publikum generelt etter opplæring.

Modellene i heftet er tilfeldig plukket ut etter forfatterens interesser der og da. Noen er tenkt benyttet i framtidige matematikkløyper og andre er laget med tanke på relevans for andre prosjekter. Flere av matematikkmodellene kan også være aktuelle for den nye matematikkutstillingen på Abelloftet ved Vitenfabrikken. De to generatorene er aktuelle som prototyper for den nye elektrisitetsutstillingen ved Vitensenteret i Trondheim. Når det gjelder gravering av fasader er dette en ide som kommer fra *Zeljko Vucic*, lærer ved Sverresborg ungdomsskole. I forbindelse med ideverkstedet under Formidlersamlingen ved VilVite i Bergen februar 2017 kom lamper opp som et aktuelt tema, derfor var det naturlig å inkludere et avsnitt med ideer til lamper. Ellers er mange modeller valgt ut kun for moro, dette gjelder spesielt de to modellene knyttet til anamorfe bilder.

En takk til *Helge Rustad* som konstruerte klokken med planetgir og lot meg publisere konstruksjonen uten vederlag. Christoph Kirfel ved universitetet i Bergen har gitt meg underlaget til Regneparabelen i tillegg til at Kai Håkon Sunde ved VilVite har gitt med graveringsfilene til parabelen, en takk til dem også. En takk også til ledelsen ved Vitensenteret i Trondheim som har gitt meg fri tilgang til laserkutteren, og en takk til mine to kollegaer ved Vitensenteret, *Lars S. Pedersen* og *Roy Even Aune*, som har vært til stor hjelp når jeg har stått fast.

Trondheim  
Januar 2017

Nils Kr. Rossing  
Vitensenteret i Trondheim



## Innhold

<b>1 Innledning .....</b>	<b>9</b>
<b>DEL I – Programvare .....</b>	<b>11</b>
<b>2 Hjelpemidler .....</b>	<b>13</b>
2.1 Utarbeiding av tegninger - fram til ferdig pdf-file .....	13
2.1.1 Håndtegnet design .....	13
2.1.2 Bruk av PowerPoint.....	13
2.1.3 Inkscape.....	15
2.2 Filhåndtering for laserkutting og bruk av FleksiDesigner .....	16
2.2.1 Innledning.....	16
2.2.2 Pdf-filen.....	16
2.2.3 Klargjøring av laserkutteren.....	17
2.2.4 Klargjøring av tegningen for skjæring/gravering.....	19
2.2.5 Utskriftsmenyen og setting av skrive/skjære parametere.....	23
2.2.6 Skjæring og gravering .....	26
2.2.7 Huskeliste for bruk av Laser-kutter:.....	27
2.3 Verktøy for framstilling av lukkede esker .....	28
2.3.1 MakerCase.....	29
2.3.2 Box Designer.....	30
2.3.3 make-a-box.....	31
2.4 Verktøy for framstilling av tannhjul .....	32
2.5 DXF Viewer .....	33
2.6 Verktøy for oppretting av bilder av fasader .....	34
<b>DEL II – Eksempelsamling .....</b>	<b>37</b>
<b>3 Mekanikk .....</b>	<b>39</b>
3.1 Lag en enkel “wobbler” .....	39
3.2 Lag Relaux-triangler som kan brukes som hjul .....	42
<b>4 Elektronikk og elektrisitet .....</b>	<b>46</b>
4.1 Lag “prober” for serie- og parallellkobling av elever .....	46
4.2 Lag en generator med justerbare spoler .....	54
4.3 Lag en hånddrevet elektrisk generator .....	64
<b>5 Lamper .....</b>	<b>70</b>
5.1 Lysende skilt .....	70

## 6 Idehefte for bruk av laserkutter



---

5.2	Lag en IQlight lampeskjerm .....	74
5.3	“Slide Together” - polyedere .....	86
<b>6</b>	<b>Astronomi .....</b>	<b>94</b>
6.1	Lag en planisfære .....	94
<b>7</b>	<b>Oppbevaring .....</b>	<b>98</b>
7.1	Lag en skreddersydd koffert .....	98
7.2	Lag en åpen oppbevaringsboks (skuff) .....	101
<b>8</b>	<b>Matematiske problemløsningsoppgaver .....</b>	<b>103</b>
8.1	Lag matematiske puslespill med tall .....	103
8.2	Lag logiske problemløsningsoppgaver .....	115
8.3	Lag intransitive terninger .....	120
8.4	Lag en regneparabel .....	127
<b>9</b>	<b>Kognitive paradokser .....</b>	<b>131</b>
9.1	Currys triangel .....	131
9.2	“Get of the earth” .....	136
<b>10</b>	<b>Anamorfe bilder .....</b>	<b>143</b>
10.1	Anamorf bilde med konisk speil .....	143
10.2	Anamorfe bilder med dobbelt motiv .....	150
<b>11</b>	<b>Bruksgjenstander .....</b>	<b>154</b>
11.1	Lag en skål .....	154
11.2	Lag et “Ren oppvask”/”Skitten oppvask” skilt .....	157
<b>12</b>	<b>Tegnemaskiner .....</b>	<b>160</b>
12.1	Stor spirograf .....	160
12.2	Cycloid tegnemaskin .....	163
12.3	Urverk med planetgir .....	171
12.4	Ideer til andre design .....	175
<b>13</b>	<b>Referanser .....</b>	<b>177</b>







# 1 Innledning

Heftet er ment å være et idehefte for lærere som ønsker å se mulighetene ved bruk av skjæring med laser. Tanken er at det i størst mulig grad skal være mulig å bruke tilgjengelig tegneverkstøy, som f.eks. PowerPoint, slik at tegningene kan lages på skolen for deretter å sendes eller komme til Vitensenteret for å utføre selve skjæringen. Siden et greit datagrensesnitt er pdf-filer så kan nær sagt et hvilket som helst tegneverkstøy brukes. Det er til og med mulig å lage en tegning for hånd for så å scanne den inn og lagre i pdf-format. Det er imidlertid forskjell på vektorbaserte pdf-filer og pikselbaserte pdf-filer. Vektorbaserte filer egner seg godt for å skjære konturer. Pikselbaserte filer må benytte rasterbasert skjæring og vil ta lengre tid. Denne type filer egner seg derfor bedre til gravering.

Dokumentet gir også en enkel innføring i bruk av FlexiDesigner som når dette heftet skrives, er det programmet som er koblet opp mot Laserkutteren ved Vitensenteret i Trondheim. Senere kan det bli mulig å benytte andre og billigere tegneprogrammer som f.eks. CoreDRAW. Også programmer som FrameMaker, Inkscape kan brukes til selve tegneprosessen så lenge filene lagres i et format som FlexiDesigner eller CoreDRAW kan lese.

På nettet finnes det en rekke hjelpeprogrammer som genererer filer for å skjære ut strukturer med laserkutter, som f.eks. *make-a-box* som automatisk lager bokser etter mål og som kan fuges sammen på ulike måter. Eller programmer for design av tannhjul og gir.

Heftet inneholder også flere eksempler på gjenstander, fra de enkleste til mer avanserte hvor en til fulle kan utnytte laserkutterens potensial. Det innrømmes at utvalget eksempler er noe preget av forfatterens interesser og behov.

Et viktig spørsmål er hvordan skal det prosjektet se ut som er best egnet som en oppgave for elever i ungdoms- eller videregående skole? Det er ikke vanskelig å se for seg hvilke kvaliteter en slik oppgave bør ha. Det er desto vanskeligere å finne konkrete prosjekter av denne typen.

Her er en liste med forslag til kvaliteter som et slikt prosjekt bør ha:

- Elevene bør stå mest mulig fritt til å velge et produkt etter eget ønske og motivasjon
- Produktet må kunne konstrueres av elevene selv
- Oppgaven må ikke være for krevende, men kunne tilpasses nivået til den enkelte eleven
- Oppgaven bør være åpen eller halvåpen slik at elevene kan gi produktet sitt eget særpreget
- Det bør ha potensial til å kunne videreutvikles i nye produkter
- Det bør ha en praktisk anvendelse eller være en pyntegjenstand
- Den bør inkludere mer enn ett fagområde, f.eks. at eleven anvender matematikk i konstruksjonsfasen

Det er ikke avgjørende at elevprosjektet skal oppfylle alle disse kriteriene, men at man tilstreber og nærme seg flest mulig av dem. Det viktigste er at den valgte oppgaven er fundert på elevenes egne interesser og at vanskelighetsgraden tilpasses den enkelte elevs ferdigheter slik at de har mulighet til å lykkes, men må strekke seg for å oppnå suksess.





---

# Del I

# Programvare





## 2 Hjelpemidler

### 2.1 Utarbeiding av tegninger - fram til ferdig pdf-file

Den kanskje enkleste måten å overføre tekst og tegninger på er som pdf-filer. Portable Document Format (PDF) ble utviklet av Dr. John Warnock ved Adobe i 1991 og er etter hvert blitt dominerende med hensyn til å overføre dokumenter mellom ulike brukere, som i utgangspunktet, bruker ulike tekstbehandlingsprogrammer. Pdf-filer kan framstilles av de fleste tekstbehandlere. Her er noen enkle alternativer for å frambringe pdf-filer til vårt formål, det finnes selvfølgelig mange flere:

- Det lages et håndtegnet design med papir og blyant (tynn tusj) som skannes inn som et dokument og lagres i pdf-format
- Designfilen hentes som en ferdig pdf-file fra nettet. Her finnes det en mengde ulike ting som er klar for å laserkuttes
- Man lager tegningen i et tegneprogram og lagrer den som en pdf-file.
- Man tegner designet i programmet FlexiDesign som leveres sammen Epilog maskinene.

Vi skal her se nærmere på hvordan vi kan bruke håndtegnede tegninger og PowerPoint for å lage enkle design.

#### 2.1.1 Håndtegnet design

Det er fullt mulig å tegne konturene for skjæring for hånd. En kan da gjøre følgende:

- Merk opp konturene med tynne tydelige streker. Bruk gjerne sort tusj eller en kulepenn.
- Scan inn tegningen ved hjelp av en scanner og velg sort/hvitt, dvs. ikke farger eller gråtoner siden dette handler om skjæring
- Lagre resultatet som pdf-fil
- Hent opp tegningen i FlexiDesigner
- Høyreklikk på tegningen og velg “unmask” om mulig. Marker det øverste laget i tegninga ved å klikke på den svarte flaten som framkommer og trykk “Delete” (se side 20).
- Velg å skrive ut som raster, men sett hastighet og effekt som ved skjæring

Det er viktig å velge sort/hvitt og ikke farge eller gråtone. Det siste vil gi usynlige punkter over arket som også vil bli gravert eller skåret.

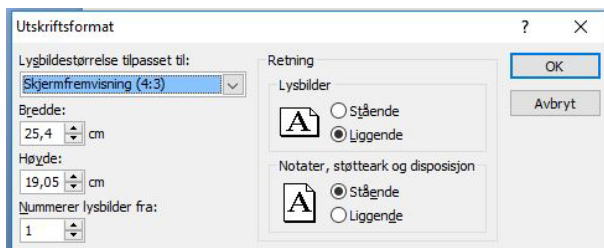
#### 2.1.2 Bruk av PowerPoint

Som eksempel har vi benyttet en relativt gammel versjon av PowerPoint, versjon 2007, for å demonstrere mulighetene. Også Word kan brukes som tegneverktøy, men kan være litt mer krunglete å bruke siden man må sørge for at tegnelementene ikke fester seg til linjene i teksteditoren. Dette avsnittet er ment å vise hvor lav terskelen kan være for å komme i gang, ikke som eksempel på det optimale tegneverktøyet.



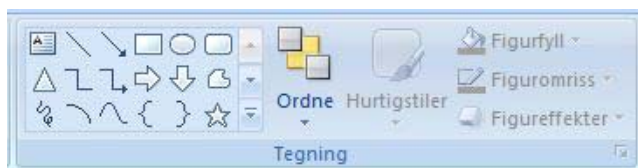
## Start med et hvitt ark med ønsket størrelse

Når du åpner PowerPoint så får du gjerne opp et hvitt ark ev. med tekst-rammer. Dette er fint å arbeide med, men fjern tekstrammene. Dersom man ønsker et ark som er større en standard lysbilde, så kan gå inn under fanen “Utforming” og velge utskriftsformat. Da får man opp en menyboks hvor man kan velge ulike arkstørrelser (se figur til høyre).



## Tegnemenuen

Tegnemenuen finner man på menylinjen når man f.eks. befinner seg i fanen “Hjem”.



1. Til venstre kan man velge mellom en rekke skalerbare former eller kommandoer for strektegninger.
2. I midten har man mulighet til å flytte objekter foran eller bak hverandre slik at de helt eller delvis kan overskygge hverandre. *Dette kunne ha vært en nyttig kommando dersom man vil maskere ut deler av konturen. Erfaringen viser imidlertid at laserkutteren også vil kutte/gravere linjer eller tekst som er skult i PowerPoint.* Dette trenger imidlertid ikke være noe problem dersom de ekstra konturene faller i områder som likevel vil bli skåret bort.
3. De øvrige menygruppene vil vi foreløpig se bort fra

Når man først har tegnet et objekt og markerer dette så får man opp en ny meny på menylinjen. Ved å velge “Format” får man opp følgende meny:



4. I område 4 finner vi to viktige undermenyer
  - *Rediger figur* – Gir mulighet til å redigere på punktene i en figur.
  - *Tekstboks* – Gir mulighet til å skrive inn frittstående tekst.
5. **I område 5** kan man blant annet sette tykkelse og farge på linjer og flater. Dette kan være av interesse dersom man ønsker å tilordne ulik farge forskjellig betydning mht. graveringsdybde.



6. **I område 6** kan teksten gis ulik utforming.
7. **Område 7** er et nyttig område som gir mange muligheter:
  - *Juster* – gir mulighet til å justere ulike objekter i forhold til hverandre, for eksempel legge dem på linje. Her kan en også la objektene feste seg til rutenettet slik at de kan posisjoneres nøyaktig i forhold til hverandre.
  - *Grupper* – Gir mulighet til å gruppere objekter og oppløse grupper av objekter.
  - *Roter* – Gir mulighet til å rotere og speile objekter
8. **Område 8** har en meget nyttig kommando som gir mulighet til å sette nøyaktige mål på objekter i x- og y-retning samt rotere et vilkårlig antall grader.

### **Import av pdf-filer**

Import av pdf-filer kan i enkelte tilfeller være svært nyttig da dette kan gi mulighet til enkel editering av filene. Nyere versjoner (fra utgave 2010) av PowerPoint har denne muligheten, men ikke utgave 2007.

### **Import av tannhjul**

For å kunne skrive ut et objekt må det lagres i et vektorformat og ikke bit-map. Tannhjulprogrammet lager såkalte DXF-filer som ikke lar seg importere i PowerPoint utgave 2007. Det er ikke brakt på det rene om disse filene kan importeres i nyere versjon av PowerPoint.

DXF-filer er vektoriserte filer for utveksling av tegninger (Drawing Exchange Format) som gjerne brukes i forbindelse med CAD-systemer. Det finnes gratis programvare for å vise slike filer<sup>1</sup>.

Umiddelbart ser det ikke ut til at DXF-filer kan importeres til PowerPoint, men må importeres rett inn i FlexiDesigner eller til et annet tegneprogram f.eks. FrameMaker (Adobes tekstbehandler).

#### **2.1.3 Inkscape**

Dette er et gratis allsidig tegneprogram. Programmet kan lastes ned fra: <https://inkscape.org/en/>

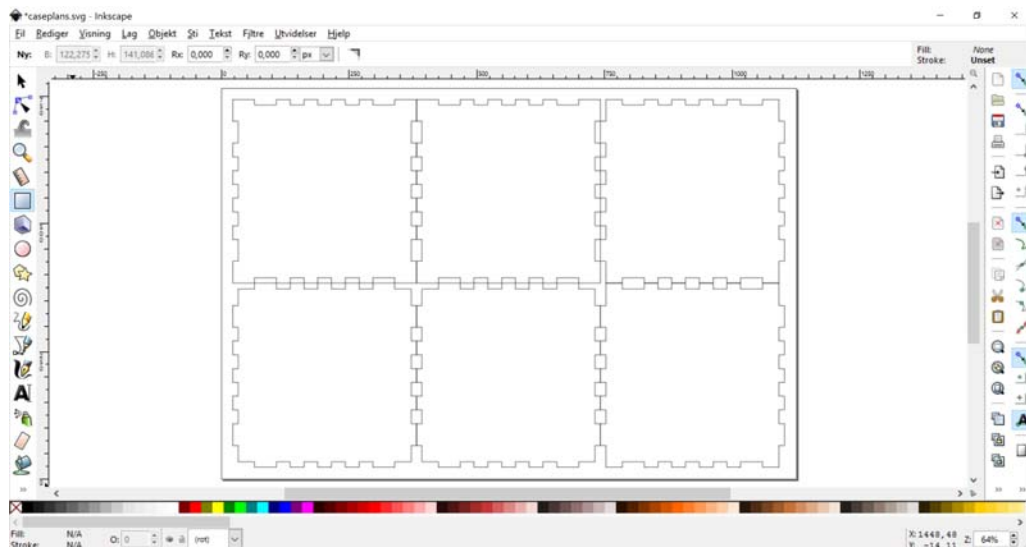
I denne sammenheng skal vi kun vise hvordan det kan brukes til å konvertere svg-filer (scalable vector graphic – file) til pdf-filer.

---

1. For eksempel. <http://www.dxfviewer.com/>



Figuren under viser arbeidsflaten med menyer:



Konverteringen gjøres enkelt ved at man åpner svg-fila (Fil/Åpne) og lagrer den som (Lagre som ...) en pdf-fil. Dermed kan den åpnes i FleksiDesigner.

Programmet kan selvfølgelig brukes til å legge på tekst og geometriske figurer. En kan også bruke den til å skjære av toppen av en eske slik at den blir åpen.

## 2.2 Filhåndtering for laserkutting og bruk av FleksiDesigner

### 2.2.1 Innledning

Notatet beskriver detaljert hvordan man går fram for å skjære eller gravere en plate med utgangspunkt i en pdf-fil ved hjelp av programmet Fleksi Designer.

### 2.2.2 Pdf-filen

Lag tegningen og lagre den som en pdf-fil. Filen skal lagres på den lokale katalogen på serveren på Trigger. Pdf-dokumentet kan godt inneholde flere sider. Det kan være lurt å dele opp med en side for hver av operasjonene for gravering og skjæring da har man full kontroll.

#### Opprett katalog på Trigger

Installer katalogen på egen pc. Dette gjøres ved å gå til "Datamaskin" (under Windowslogoen nederst i venstre hjørne) på Windows 7 og velge "Datamaskin". Dermed velges "Koble til nettverksstasjon" på menylinja.

Velg Stasjon (f.eks. x) og skriv inn under "Mappe":

```
\\trigger.vitensenteret.com\Felles
```



"Koble til ved hjelp av annen legitimasjon" og skriv inn:

Bruker: Viten

Passord: \*\*\*\*\*

Opprett en katalog f.eks.: med eget navn. Denne mappen kan nå nås fra PC'en ved laserkutteren og hentes direkte opp i programmet for styring av laserkutteren.

### Logg på i Trigger

Velg bruker "Viten" på maskinen ved laserkutteren

Bruker: Viten

Passord: \*\*\*\*\*

Gå til: Denne PC

Velg: Felles

Velg katalogen: <Personlig katalog>

### 2.2.3 Klargjøring av laserkutteren

Prosedyre for klargjøring av laserkutter.

#### Oppstart av laserkutteren og avtrekksvifte

Det er tre brytere som må slås på:

1. Hovedsikringen nederst bak til høyre under power-ledningen slås opp (på). Som oftest er denne påslått.
2. Bryteren ned til høyre foran på laserkutteren (svart) settes til 1.
3. Bryteren oppe til venstre bak på avtrekkskabinettet slås på (lyser grønt)
4. Bryteren foran på avtrekkskabinettet (lyser rødt), denne kan trykkes idet skjæringen starter
5. Bruk hørselvern, det er viktigere enn du skulle tro.





### Plassering av plata

Normalt legges plata slik at øverste venstre hjørne ligger i tilsvarende hjørne på bordet til laserkutteren.

Et godt alternativ er å:

1. Legg øverste venstre hjørnet på plata i øverste venstre hjørne på bordet
2. Slå på markeringslaseren, rødt punkt. Knappen er vist på figuren til høyre
3. Bruk pilene på kontrollpanelet for å flytt den grønne markøren til: "JOG" for å forskyve startpunktet til ønsket posisjon på plata.
4. Trykk ned joy-stikken når ønsket posisjon er oppnådd, og posisjonen blir låst som nytt referansepunkt, dvs. som øverste venstre hjørne i skrivefila.



En kan nå ev. ta ut og inn plata og være sikker på at skjæring eller gravering skjer på samme sted hver gang. Dette kan være praktisk dersom man oppdager at laseren ikke har trengt helt gjennom plata på alle steder slik at en ny kjøring i samme sporet er nødvendig.

Ev. kan plata legges der utskriften er plassert på originaltegningen. I så fall bruk linjal langs venstre side og toppen av bordet for å legge plata der utskriften er lagt på tegningen.

### Kalibrering

1. Ta metalltriangelet som ligger i fordypningen til venstre på laserkutteren, og heng det på de to knaggene på skrivehodet som vist på figuren til høyre.
2. Bruk pilene på kontrollpanelet for å flytte den grønne markøren til: "JOG" Flytt skrivehodet til ønsket sted på plata for kalibrering.
3. Det kan være lurt å utføre kalibreringen der skjæringen/graveringen skal skje da ikke alle plater er helt plane. Om plata er plan kan kalibreringen gjøres hvor som helst.



4. Flytt den grønne markøren til “FOCUS” og bruk joy-stikken til å justere opp eller ned slik at triangelet akkurat tangerer plata.
5. Bekreft at fokusering er utført ved å trykk: SET (trykk joy-stikken rett inn).
6. Fokuspunktet kan ev. senkes noe ved andre eller tredje gangs kjøring dersom man ønsker å skjære et tykkere materiale ved gjentatte skjæringer.



### 2.2.4 Klargjøring av tegningen for skjæring/graving

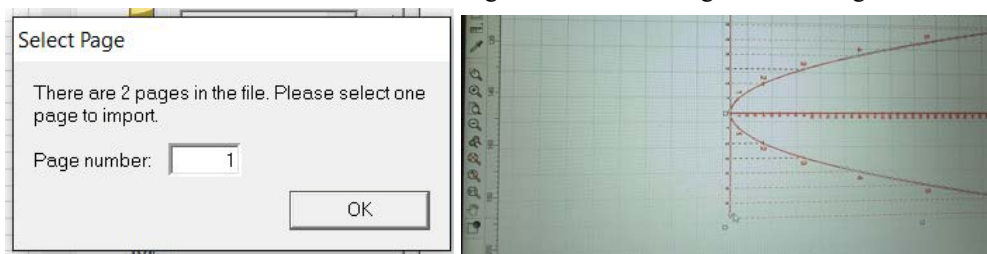
Start programmet FlexiDesigner



#### Hent inn fila

Hent ønsket fil fra katalogen: \\trigger.vitensenteret.com\Felles\<>personlig underkatalog> (Dvs. Denne PC - Felles - <personlig katalog>).

Dersom det er et dokument med flere sider velg aktuell side i dialogboksen. Se figuren under:



Den aktuelle tegningen framkommer på arbeidsflaten i programmet (figur over til høyre):

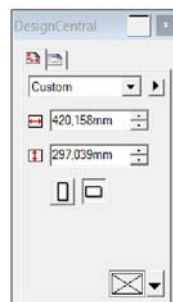
#### Opplasting av filen og dimensjonering av arbeidsflata

Ved å bruke “import”-kommandoene vil man kunne plassere arbeidstegningen direkte på riktig plass på arbeidsflata (bordet) samtidig som denne beholder sin opprinnelige størrelse. Flere filer kan hentes til samme arbeidsflata og legges der man måtte ønske. Denne kommandoen er derfor som oftest mer praktisk å bruke i stedet for “Open”-kommandoen.



Når man henter inn en tegning med “Open”-kommandoen, vil arbeidsflata være dimensjonert etter størrelsen på tegningen. Det vil derfor være lurt å redefinere størrelsen av arbeidsflata til størrelsen på bordet til laserkutteren. Dette gjøres slik:

1. Klikk med venstre mustast på arbeidsflata
2. Menyen til høyre kommer opp. Vanligvis står det “Custom”. Klikk på pila til høyre og velg nederste alternativ på nedtrekksmenyen som er “Laser”. Da vil størrelsen på bordet (ca. 1016 x 711 mm) komme opp. Sørg for å velge “Landscape” orientering på arbeidsflata.
3. Arbeidstegningene vil nå gjerne ha flyttet seg på arbeidsflata.



Normalt vil det være aktuelt å plassere tegningen nær det øverste venstre hjørnet på tegneflata. Dersom det er deler av tegningen man ønsker å vente med å skrive ut, så kan man la disse være umarkert (ikke røde) og flyttet til side på arbeidsflata.

### Marker det som skal skrives/skjæres ut

Velg den delen av fila du ønsker å skrive ut ved å ramme den inn med markøren, figuren blir da rød. Det holder at rammen berører den aktuelle delen av tegningen for å bli med i det markerte feltet.

Bruk SKIFT-tasten til å legge til nye markerte deler til tegningen eller ta bort tegninger som ikke ønskes inkludert i det som skal skrives ut.

Legg merke til at det er nok å berøre deler av en tegning for at den skal markeres. Det kan også skje at en tegning, f.eks. en sirkel, kan være satt sammen av mange deler.

### Utskrift av flere lag med posisjonerte tegninger

Dersom man har flere lag av tegninger som ønskes skrevet ut i flere omganger, men som krever at de er posisjonert i forhold til hverandre, vil det være lurt å ha en referansemarkør (kryss) i kanten av tegningen, som går igjen på alle lagene. Dette gjør det lett å posisjonere lagene i forhold til hverandre:

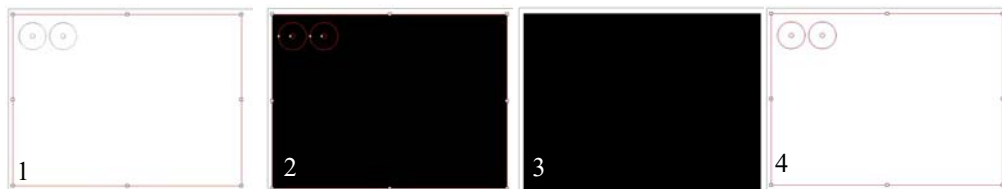
- Posisjoner markøren til det laget som skal printes slik at markøren er akkurat i øverste venstre hjørne av rammen på arbeidsflata.
- Ram inn det som skal skjæres ut.
- Velg print (printer ikon) fra menylinja.

### Merking - separering av tegningens enkelte deler (“Unmask”)

Normalt vil en kunne merke ulike deler av en pdf-fil. På denne måten kan en dele opp jobben i flere omganger. Dette kan være aktuelt ved et en først merker alt som skal graveres, for så å merke alt som skal skjæres. Denne rekkefølgen er å foretrekke, spesielt dersom man skal skjære ut små biter som senere skal graveres. Stabiliteten blir bedre ved gravering dersom man graverer først og skjærer til slutt.

Om det er problemer med å dele opp figuren som skal printes ut, så kan man prøve følgende framgangsmåte:

1. Merk hele figuren
2. Høyreklikk på den merkede figuren og velg "Unmask" i nedtrekksmenyen
3. Fjern markeringen og klikk på tegningen på nytt, dermed vil masken komme opp som en svart firkant
4. Trykk "DELETE" for fjerne masken

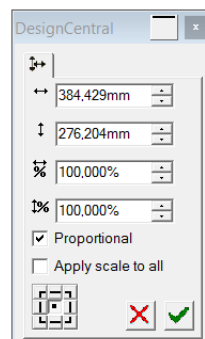


Om denne operasjonen er vellykket vil de enkelte delene av tegningen kunne separeres, ved at man får tilgang til underliggende lag. Det kan være fordelaktig å fjerne unødvendige rammer ved å klikke på kanten av tegningen.

### Skalering

Noen ganger kan det være aktuelt å lage tegningen i et annet format enn det man ønsker ved utskrift. I så fall er det aktuelt å endre skaleringen av tegningen.

1. Marker de delene av tegningen som ønskes skalert.
2. Gå inn på "ARRANGE" på menylinja og velg "RESIZE". Da vil man få opp en menyboks på venstre side hvor man kan justere skaleringen.
3. Normalt vil høyde-bredde-forholdet beholdes, i så fall hak av for "PROPORSONAL".
4. Skriv inn endringen som ny prosentverdi.
5. Velg grønn hake for å utføre skaleringen.



Etter skalering kan det være behov for å justere plasseringen av tegningen på nytt.

6. Juster plasseringen.

### Raster eller vektor – Skjæring eller gravering

Det er i hovedsak to typer "printing" i tillegg til at de to kan kombineres:

- *Raster-printing*: Laseren graverer tekst ved å bevege seg linje for linje over hele plata. Dette tar lang tid, men er den eneste måte å gravere flater på.
- *Vektor-printing*: Laseren beveger seg langs konturene i tegningen. Denne metoden egner seg godt for skjæring langs konturer, ev. gravere konturer. Om det blir en skjæring eller gravering avhenger av effekten og hastigheten til laseren som settes opp i egen meny.



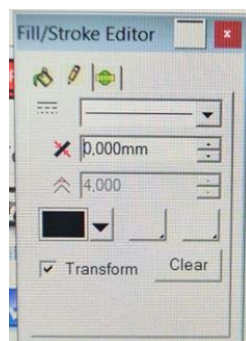
- *Combined-printing*: Her vil linjebredder under en viss bredde bli skåret og de over den samme terskelverdien bli gravert (se tabellen under). Har man kontroll på linjebreddene kan man kombinere gravering og skjæring. Vær oppmerksom på at figurer tegnet i FøexiDesigner kan inneholde linjer. Dvs. det en hadde tenkt skulle graves blir først gravert og deretter skåret ut.

Vi kan sette linjebredden til konturer i tegningen ved hjelp av en egen meny (figuren under til høyre). Velg den midterste fanen.

Her kan vi bestemme om konturer (linjer) i tegningen skal være heltrukket eller stiplet (øverste innboks). Dernest kan vi bestemme linjebredden (nest øverste innboks). Dersom linjebredden settes mindre enn en definerte minsteverdi vil, den automatisk bli utført ved hjelp av vektor-printing.

Normalt vil man bruke vektor-printing for skjæring eller gravering av tynne konturer, da gjør man slik:

1. Merk av det som skal vektor-printes (skjæres).
2. Velg midterste fane i menyen til høyre (blyant)
3. Velg heltrukken linje (øverste innboks)
4. Sett linjebredden til 0 mm i den andre innboksen



Raster er mest egnet til gravering, som f.eks. for teksting av gjenstanden.

Om det skal gjøres en skjæring eller gravering bestemmes av hastigheten og effekten til laseren, se eget punkt under.

Det enkleste er å skille det som skal skjæres i tegningen og det som skal graves. Utfør gjerne gravering først og skjæring etterpå siden små utskårne deler lett bli liggende på skrå etter skjæring og gjøre graveringen vanskelig.

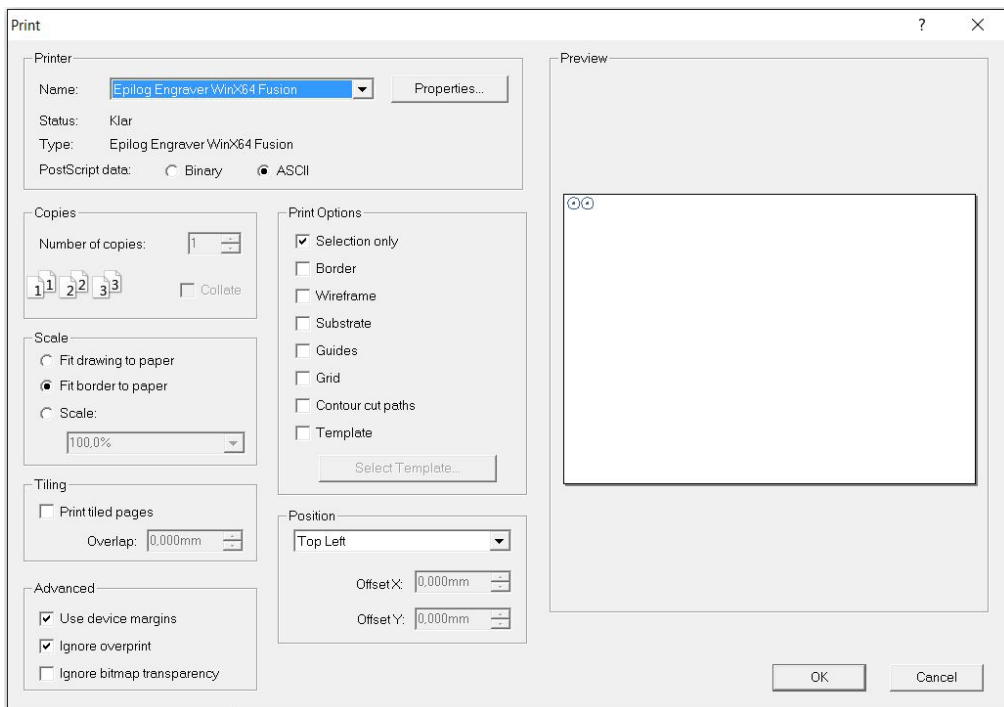
En kan imidlertid gjennomføre gravering og skjæring i samme operasjon. I så fall vil alle linjer under en viss bredde bli skåret.

Tabellen under viser grenseverdiene for når laserkutteren velger vektor-printing ("Cut") eller raster-printing ("Engrave"). Dette gjelder kun når man har valgt "Combined".

Line Width	150 DPI	200 DPI	300 DPI	400 DPI	600 DPI	1200 DPI
.001" (.025 mm)	Cut	Cut	Cut	Cut	Cut	Cut
.002 (.058 mm)	Cut	Cut	Cut	Cut	Cut	Cut
.003 (.076 mm)	Cut	Cut	Cut	Cut	Cut	Cut
.004 (.101 mm)	Cut	Cut	Cut	Cut	Cut	Cut
.005 (.127 mm)	Cut	Cut	Cut	Engrave	Engrave	Engrave
.006 (.152 mm)	Cut	Cut	Cut	Engrave	Engrave	Engrave
.007 (.177 mm)	Cut	Cut	Engrave	Engrave	Engrave	Engrave

## 2.2.5 Utskriftsmenyen og setting av skrive/skjære parametere

Print-menyen har flere valg. Her vil vi kun omtale en variant som gjør det lett å posisjonere utskriften.



1. I “Printer option” velg “Selection only”. Dette medfører at bare det som er markert på arbeidsflaten blir skrevet ut.
2. I “Scale” velg “Fit border to paper”. Dette gjør at utskriften blir posisjonert i forhold til skriveflaten til laserkutteren. Dvs. at øverste venstre hjørnet er der referansepunktet er satt.
3. I “Posistion” velg “Top left”. Dette sørger for at øverste venstre hjørne av utskriften plasseres der referansepunktet er satt på bordet.

Senere kan man ev. eksperimentere med de øvrige menyene.



## Parametere for printing ( "Raster", "Vector" eller "Combined")

For å sette parametrene for printing, Gå inn i "File" og velg "Print" og velg "Properties" i print menyen. Da kommer denne dialogboksen opp:



Her setter man opp parametrene for raster- og vektor-printing. De viktigste parametrene er:

- *Job type:*
  - **Raster** – Primært for gravering av bokstaver, bilder flater o.l., ev. for utfresing av spor.
  - **Vektor** – Primært for skjæring og ev. rask tegning av linjer
  - **Combined** – Linjebredder som er satt lik null blir automatisk skrevet ut som vektorer, resten som raster.
- Sett parametere for raster-printing/vektor-printing:
  - **Speed** – Angir skrivehodets hastighet. Kan gjerne settes til 100%. Høy hastighet krever større effekt for samme resultat.
  - **Power** – Effekten ved skrivingen, høy effekt gir dypere spor, ev. skjærer i tykkere plater).
  - **Freq.** – Frekvensen angir pulshastighet for laseren (pulser pr. inch). Kan være aktuelt å endre ved skjæring i akryl. Høy pulshastighet gir kraftigere gravering eller større skjæredybde.

Forslag til setting av parametere:

Materiale	Type	Speed	Power	Frequency	
3 mm MDF	Raster	100%	25%	50%	
	Vektor	20%	100%	50%	Skjæring
6 mm MDF	Kjøres to runder som for 3 mm MDF				
3 mm MDF hvit plastbelakt	Raster/bilder	100%	20%	50%	Gravering av bilder
	Vektor	20%	100%	50%	Skjæring



Materiale	Type	Speed	Power	Frequency	
6 mm Bjørkefiner	Raster	100%	25%	50%	
	Vektor	5%	100%	50%	Skjæring
4 mm Akryl Bilde	Vektor	5%	100%	50%	Skjæring - 1 runde
2 mm Akryl	Vektor	15%	100%	50%	Skjæring
	Raster	100%	10-15%	500%	Gravering
0,5 mm Polypropylen (klar)	Vektor	100%	60%	50%	Skjæring

Velg "OK" for å lagre dataene. Dialogboksen lukkes og man kommer tilbake i print-menyen:

Fra menyen "Print Options" kan en velge å printe ut ulike deler av tegningen. Normalt vil en velge å printe ut det som er merket. Ved å trykke OK sendes jobben til Laserkutteren.

### Gravering på akryl

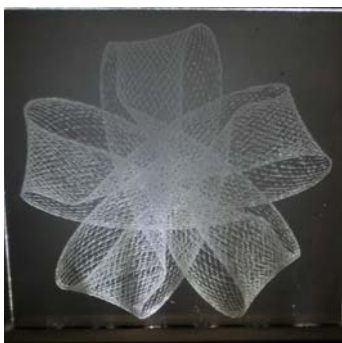
Forsøk viser at når man skal gravere akryl så bør effekten ligge mellom 10 – 15 %, dessuten bør dekkplasten fjernes. Den har en tendens til å smelte inn i tette mønstre og ødelegge detaljene. Til høyre er vist fire varianter. Det kan se ut som om 15% uten dekkplast gir det beste resultatet. Går vi ned på effekten vil svake linjer i mønsteret forsvinne. Samtidig vil ikke dekkplasten sette seg fast i mønsteret.



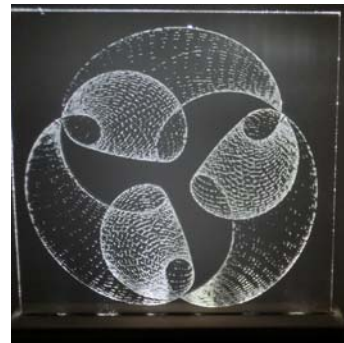
S100% P25% m/dekkplast



S100% P15% m/dekkplast



S100% P15% uten dekkplast



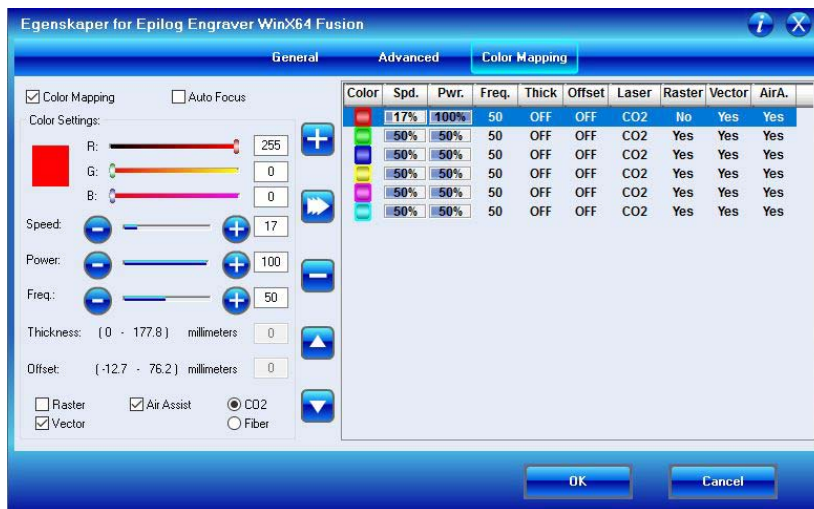
S100% P10% med dekkplast

### Skjæring og rastreering styrt av farger

Dersom en tegner i farger vil man kunne knyttet de forskjellige fargene til ulike operasjoner. Om man f.eks. tegner alle linjer som skal skjæres i rødt, kan man definere hvordan laseren skal behandle røde linjer. Dersom linjer farget røde skal skjæres i 6 mm bjørkefiner, velger man den aktuelle fargen i menyen til venstre, man velger "Vector" nederst til



venstre og “Speed”, “Power” og ev. “Freq” etter behov. Så velger man den linjen til høyre i menyen som tilsvarer den valgte fargen og overfører parametrene som er knytte til denne farge ved hjelp av den tredoble pila omtrent midt i menyen (se figuren under).



En forutsetning for at dette skal virke er fargevalget i fila er eksakt det samme som i menyen over (for rød: R = 255, G = 0, B = 0). Dessuten må man bruke RGB fargejengivelse.

## 2.2.6 Skjæring og gravering

### Start skjæring/gravering

Når man har trykket “OK” i printmenyen overføres jobben til laserkutteren og den vil få et jobb-nummer som vises i displayet til høyre på kutteren. Displayet viser også estimert tid for jobben. Denne vil imidlertid forsvinne så snart jobben starter, og viser i stedet akkumulert tid siden start.



- “GO” – Trykk “GO” for å starte jobben.
- “STOPP” – Trykk “STOPP” for å stoppe jobben. Dersom den er i gang med å trekke en lang linje så vil den ikke stoppe før den kommer til slutten av linjen. Dersom man trykker på “GO” på nytt fortsetter den der den slapp.
- “RESET” – Trykker man “RESET” etter at jobben er stoppet, så vil den gå tilbake til startpunktet

Første gang man skal kjøre en jobb kan det hende at laseren bruker noen sekunder før den tenner. Det betyr at vi mister første del av jobben. Dette kan normalt løses på to måter:

1. Kjører et lite prøvetrykk før selve jobben starter.
2. Kjører starten på nytt etter at resten av jobben er ferdig.



## Prøveskjæring

Ved å la laseren arbeide med åpent lokk, utføres alle bevegelser som normalt, men med avslått laser. Ved å følge med den røde markøren kan man kontrollere om utskriften blir omtrent som forventet mht. posisjon og størrelse.

## Etterskjæring

Det hender at man ikke kommer gjennom ved første forsøk. I så fall er det bare å kjøre den samme jobben på nytt. Det er imidlertid viktig at plata blir liggende på eksakt samme sted.

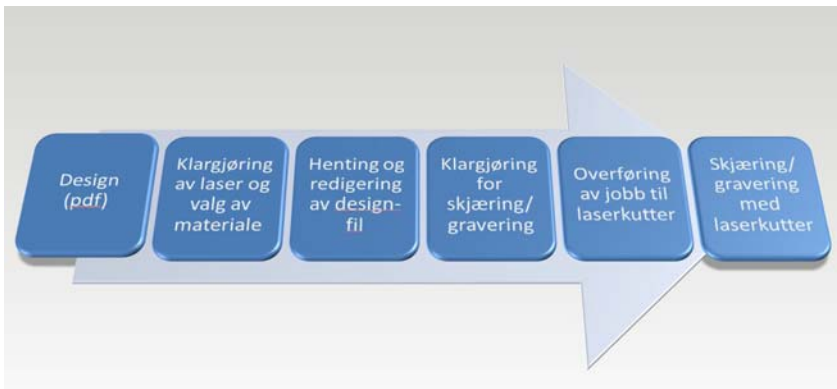
Dersom plata er særdeles tykk, så kan man senke fokuspunktet noen millimeter slik at den får sitt nye fokus nederst i sporet etter første kjøring.

## Gjenta tidligere jobber

Jobber som overføres fra FlexiDesigner vil bli liggende i laserkutteren så lenge den ikke slås av. Tidligere jobber kan derfor gjenkalles i displayet ved å bruke joy-stikken mens den grønne markøren står i posisjon "JOB". Om ønskelig kan disse kjøres på nytt.

### 2.2.7 Huskeliste for bruk av Laser-kutter:

Her presenteres en meget kortfattet huskeliste for bruk av FleksiDesigner og laser-kutteren:



1. Design (pdf)
  - Tegn det som skal skjæres eller kuttes
  - Lagre i pdf-format
2. Klargjøring av Laserkutter og valg av materiale:
  - Slå på laser-kutteren og avtrekksenheten
  - Legg i materialet
  - Slå på rød markør for å markere laserens referanseposisjon
  - Bruk "jog"-funksjonen til å posisjonere markøren, lagre posisjon (trykk joystikk)



- Plasser “fokustrekant” på skrivehode, velg fokus og løft bordet til fokus og lagre verdi ved å trykke ned joystikk
  - Fjern “fokustrekant”
3. Henting og redigering av design-fil
    - Log inn i system-maskina som kommuniserer med laserkutteren
    - Åpne fila i Fleksidesigner (ev. velg rett side)
    - Velg riktig format på bordet (Laser 1016 x 711 mm)
    - Ev. “unmask” tegningen
    - Utfør ev. skalering av tegningen
    - Plasser tegning(e) i ønsket posisjon på “bordet”
    - Sørg for at alle streker som skal skjæres har en tykkelse lik 0 mm
    - Marker det som skal skjæres/graveres
  4. Klargjøring for skjæring/graving
    - Velg “Printer”-symbolet på manylinja
    - Hak av ønsket setting i printmenyen
    - Velg “Properties” og velg “Raster” (graving) eller “Vector” (skjæring), ev. “Combined”
    - Velg “OK”
  5. Overfør jobben (fila) til laserkutteren
  6. Skjæring/graving med laserkutter:
    - Åpne lokket på laserkutteren
    - Trykk “Go” og se om laserkutteren oppfører seg som forventet
    - Trykk “Stopp” og “Reset”
    - Start avsug
    - Lukk dekselet og ...
    - ... trykk “Go”
    - Operasjonen gjentas dersom graving/skjæring gjøres i to operasjoner, eller skjæringen bli ikke dyp nok.
  7. Ta arbeidsstykket ut av laserkutteren

## **2.3 Verktøy for framstilling av lukkede esker**

På Internett finnes det mange ulike varianter å velge mellom:

### 2.3.1 MakerCase

Nettadresse: <http://www.makercase.com/>

Programmet MakerCase lager lukkede bokser etter ønskede mål i inch eller millimeter, og om de oppgitte målene er innvendige eller utvendige mål.

Det er også viktig å sette materialtykkelsen da denne bestemmer lengden av tapene.

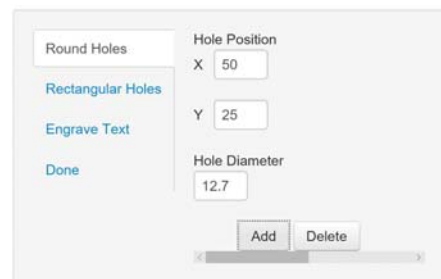
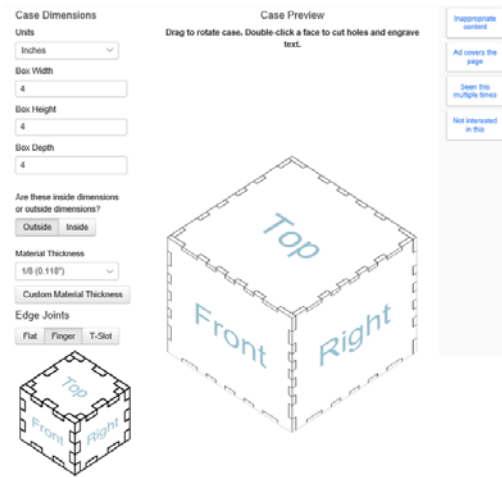
Det spesielle med dette programmet er man kan velge mellom tre typer sammenføyninger:

- Flat (ingen innfelling)
- Finger (tapper)
- T-Slot (T-formet)

Sistnevnte vil lage kors-lignende sammenføyninger inn i sidene, som gir rom for å plassere skruer med muttere. En kan selv velge dimensjonene på skruer og muttere.

Ved hjelp av musa kan boksen dreies slik at de ulike sidene blir synlige ved å dobbelklikke på ønsket side kommer det opp en ny meny som gir mulighet for å lage et hull (rundt eller firkantet) og en tekst. Når man er ferdig trykker man “Done”.

Figuren viser meny for å legge til et rundt hull i posisjon  $x$ ,  $y$ .

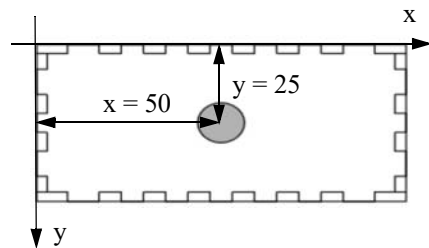


Dersom man endrer på et bestemt hull så dobbelklikker man på hullet, setter inn nye verdier og trykker “Return” og “Done”.

Dersom man vil fjerne en tekst eller et hull, dobbelklikker man på teksten eller hullet og trykker “Delete”.

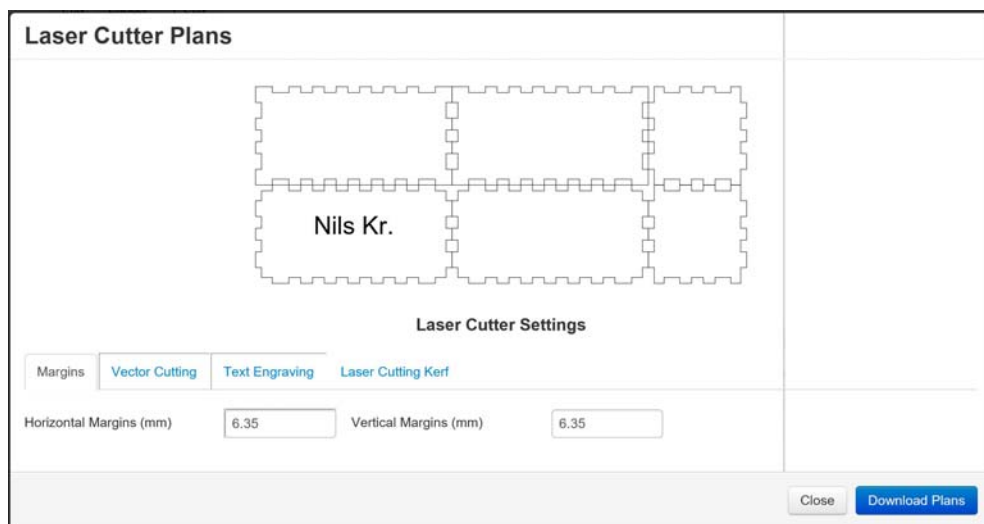
Det er også mulig å sette bredden på tappene fra 3 – 20 mm.

Dette ser ut til å være et program med mange muligheter, men viser seg å være ganske tregt slik at man må være tålmodig.





Når man er fornøyd, trykker man på “Generate laser cutter case plan”. Denne vil så genere et utbrettet bilde av esken med tekst og hull.



Her kan man sette ulike parametere:

- Margins:* Setter marginer til en omsluttende ramme - kan settes til null
- Vector cutting:* Gir mulighet til å sette linjebredden. Denne kan stå som den gjør, ved skjæring justeres denne til 0 mm i FlexiDesigner
- Text engraving:* Her kan sette fylningsgraden til graveringen. Denne settes også i FlexiDesigner
- Laser Cutting Kerf:* Denne setter skjærebredden til laseren. Riktig satt skjærebredde gjør at fingrene blir tilpasset hverandre eksakt slik at de kan presses sammen

Ved å velge “Download plans” kan man lagre filen på egen maskin. Filen blir lagret som en .svg-fil. FlexiDesigner kan ikke importere .svg filer.

Konvertering av svg-filer til pdf-filer kan gjøres ved f.eks. med tegneprogrammet Inkscape.

### 2.3.2 Box Designer

Nettadresse: <http://boxdesigner.connectionlab.org/>

Programmet lager også innelukkede bokser. Det er kun mulig å lage sammenføyninger med fingre. En kan enten velge fast bredde på fingrene eller la programmet selv bestemme fingerbredden. Dimensjonene kan enten spesifiseres i inch, cm eller mm og må angis med punktum som desimaltegn. Dersom man setter fingerbredde (“Notch length”) til “Auto”, så vil fingerbredde bestemmes slik at den går opp med breddene på sidekantene. Dette kan imidlertid bli litt underlig med små bokser. Bredden på kuttet kan spesifiseres, hvilket kan være nyttig for å få bokser som passer godt til hverandre. Boksen designes når man trykker “Design it” og pdf-filen oversendes umiddelbart.

Dimensjonene er spesifisert i filen. En omsluttende ramme med spesifiserte mål kan legges rundt delene. Hak av “Draw bounding box”. Dette kan være særdeles praktisk dersom man ønsker å justere de endelige dimensjonene før kutting.



### 2.3.3 make-a-box

Nettadresse: <http://makeabox.io/>

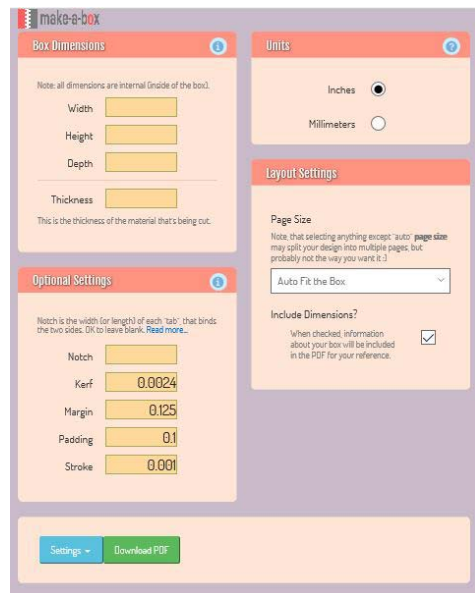
Programmet lager også innelukkede bokser. Bredder, høyde og dybde kan spesifiseres i inch eller millimeter.

Sammenføyningen skjer kun ved hjelp av fingre. Fingerbredden (“Notch”) kan spesifiseres eller være uspesifisert. Er sistnevnte tilfelle velges fingerbredden lik 3 x materialtykkelsen.

“**Kerf**” angir bredden på kuttet som laseren gir. Ved å spesifisere denne bredden, kan fingrene tilpasses slik at sammenføyningene passer perfekt til hverandre. Man skal imidlertid være temmelig erfaren for å angi en optimal verdi. Dersom ingenting spesifiseres, settes bredden til 0,007 inch eller 0,18 mm. Anbefalt ved ViT er 0,09 mm.

“**Margin**” angir marginene rundt tegningen av boksene, mens “**Padding**” angir marginene mellom sidene til boksen når de skrives ut på tegningen. “**Strok**” angir tykkelsen til linjene på utskriften.

“**Settings**” gir mulighet for å lagre eller hente tidligere parametere.

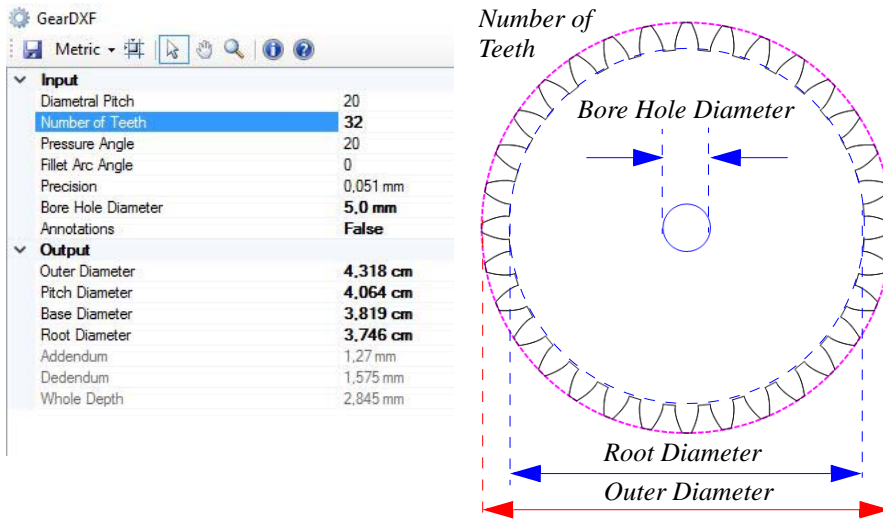








Ved hjelp av menyen til venstre kan man definere de fleste parametere knyttet til enkle tannhjul. Figuren viser et nærbilde av designmenyen.



Figuren til høyre over viser noen av de viktigste parameterne:

- **Number of Teeth** – Er antall tenner plass rundt tannhullet
- **Bore Holde Diametre** – Diameteren til akselhullet
- **Outer Diameter** – Tannhjulets ytre diameter mellom tuppen av tennene
- **Root Diameter** – Tannhjulets diameter regnet fra innerst i gropen mellom tennene

I tillegg er *Diametral pitch* og *Pressure Angle* viktig.

- **Diametral pitch** – Bestemmer størrelsen på tennene og dermed også ytre diameter på tannhullet. Dersom verdien økes, reduseres ytre diameter og omvendt. 20 kan være et rimelig utgangspunkt.
- **Pressure Angle** – Angir vinkelen mellom forbindelseslinjen mellom de to tannhjulene og retningen til kraften som overføres mellom to tenner.

Forøvrig er nomenklaturet forklart i <https://en.wikipedia.org/wiki/Gear#Nomenclature>.

## 2.5 DXF Viewer

Programmet DXF Viewer kan hentes fra adressen: <http://www.dxfviewer.com/>

Designing Exchange Format er et filformat for utveksling av tegnefiler som brukes av AutoCad og andre, f.eks. GearDXF. Noen ganger kan det være praktisk å kunne se på slike filer.



Programmet DXF Viewer er et særdeles enkelt program som kun henter opp DXF-filer og viser dem på PC-skjermen. Brukergrensesnittet er vist under:



## 2.6 Verktøy for oppretting av bilder av fasader

Å gravere fasader av huse med utgangspunkt i bilder tatt av hus i nærområdet kan være et attraktivt øvelse i en skoleklasse. Imidlertid vil fasader tatt fra bakken ofte lide under perspektivet ved at parallelle hushjørner ikke blir parallelle men møtes i et perspektivpunkt et sted over huset som vist på figuren til høyre.

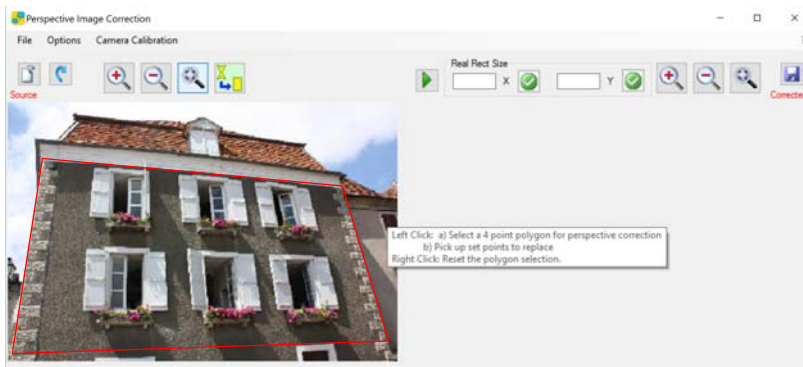


Fra: Sauveterre i Frankrike

Normalt vil en ta bilde av hele fasaden, men bildet til høyre kan egne seg for å demonstrere oppretting av perspektivet<sup>3</sup>.

Vi benytter programmet: "Perspective image correction"

(<https://sourceforge.net/projects/perspectiveimg>). Programmet er lett å bruke. Figuren under viser brukergrensesnittet.

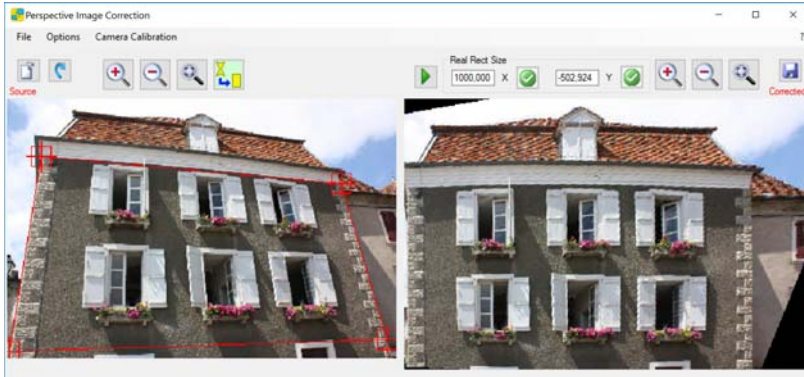


Bildet på figuren over er lastet opp i programmet med kommandoen: File/Load source image/ Dernest rammes inn en del av fasaden som en vet skal danne et perfekt rektangel. Dette er vist som en rød ramme i figuren over.

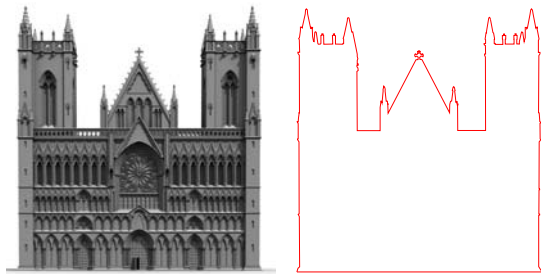
---

3. Bildet er lånt fra: <http://www.vakrehager.no/vinduer-og-fasader/> og tatt av Heidi Caroline

Til venstre på figuren under ser vi det ukorrigerede bilde. Til høyre det korrigerede bildet. Vi legger merke til at gesimsen buer, hvilket skyldes at det samme er tilfelle på originalen, noe dette programmet ikke er istand til å korrigere.



Man kan nå lagre det korrigerede bilde og ta det opp i et tegneprogram hvor man kan legge inn en kuttkontur som er omrisset av fasaden og som skal brukes til å skjære ut fasaden etter at den er gravert. Til høyre ser vi en opprettet Vestfront av Nidarosdomen med skjærekonturen tegnet inn lengst til høyre. Skjærekonturen må legges eksakt over graveringen av Vestfronten.



Bildet under viser den ferdiggraverte Vestfronten. Den er gravert i 3,2 mm MDF (“Medium Density Fiberboard”) dekket med et tynt lag med hvit plast





---

Slik kan man i prinsippet gjøre med alle sidene av en bygning, dog må det sies at Nidarosdomen nok ikke er den bygningen man bør begynne med. Man bør finne seg en enkle bygning som kan fotograferes fra alle sider dersom man ønsker å bygge en modell av det komplette huset. Dernest må størrelsen av sidene tilpasses hverandre slik at de kan settes sammen til et rettvinklet hus. Dette kan være en krevende oppgave.



---

# Del II

# Eksempelsamling



---

I denne delen av heftet skal vi se på noen eksempler på gjenstander laget ved hjelp av laserkutteren ved Vitensenteret i Trondheim. Jeg har valgt å gi litt bakgrunnsinformasjon om hver gjenstand da dette kan være til hjelp om man ønsker å bruke gjenstanden i undervisning eller i annen pedagogisk virksomhet.

Å skape gode ideer er en utfordring. Det kan derfor være interessant og vite litt om ideenes bakgrunn. Jeg har derfor valgt å avsluttet avsnittene med å fortelle litt om “Ideens biografi”, dvs. hvor ideen kommer fra og hvordan den har utviklet seg.

La oss begynne med noe svært enkelt.

## 3 Mekanikk

### 3.1 Lag en enkel “wobbler” (Rev. 30.01.17)

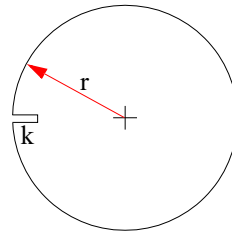
#### 3.1.1 Bakgrunn

En “wobbler” er, i denne sammenheng, en geometrisk gjenstand som når den ruller nedover et skråplan, får en vaggende bevegelse. En wobbler av denne typen kan lett lages av to sirkulære skiver som settes sammen vinkelrett på hverandre ved hjelp av en slisse i hver av dem.

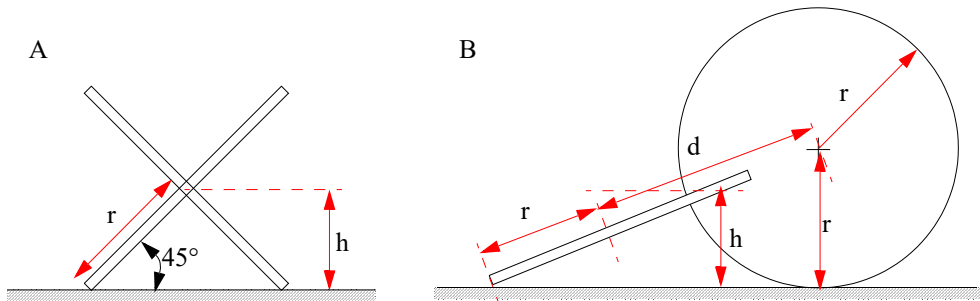


Vi vet at dersom vi triller en mynt bort over et horisontalt bord vil den kunne trille langt. Dette skyldes at den sirkulære mynten har et tyngdepunkt som ligger i sentrum av mynten slik at man unngår at tyngdepunktet heves og senkes når den triller bortover. Dette sparer energi og den vil kunne trille langt selv på et horisontalt underlag.

Det viser seg at det er mulig å koble de to skivene hos “wobbleren” sammen med et snitt fra ytterkanten og inn mot sentrum, slik at det felles tyngdepunktet for skivene har konstant høyde over bordet når den triller bortover<sup>4</sup>. Dersom “wobbleren” lages slik, skal det svært lite til for at den skal settes i bevegelse, en bevegelse som holder seg lenge selv om underlaget er helt horisontalt.



Lengden av snittet som gir “wobbleren” denne egenskapen kan beregnes matematisk. For å kunne beregne det optimale innsnittet,  $k$ , tar vi utgangspunkt i to tilstander som vist på figuren under:



I figur A ser vi “wobbleren” parallelt med de to skivene, i figur B ser vi “wobbleren” idet en av skivene står vinkelrett på synsretningen.

4. <http://momath.org/home/math-monday-11-29-10/>



$h$  er senterpunktets høyde over bordplanet,  $r$  er radien i de to sirklene og  $d$  er avstanden mellom skivenes sentre.  $d/2$  vil dermed være avstanden fra skivenes senter til det felles tyngdepunktet. Lengden av kuttet,  $k$ , inni hver av platene vil være  $(r - d/2)$  når tyngdepunktet har konstant høyde over bordet gjennom hele forløpet.

Vi kan nå sette opp to ligninger. Med utgangspunkt i tegning A på figuren over kan vi bruke Pytagoras og sette opp:

$$r^2 = h^2 + h^2 = 2h^2 \quad (3.1)$$

$$h = r \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3.2)$$

Derneft kan vi benytte likeformede trekner fra tegning B i figuren, og sette opp:

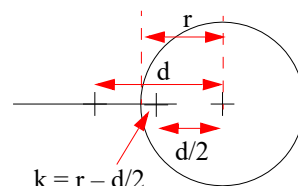
$$\frac{r + \frac{d}{2}}{h} = \frac{r + d}{r} \quad (3.3)$$

Setter vi inn  $h$  fra ligning(3.2) og løser denne mht.  $d$  får vi:

$$d = \frac{(\sqrt{2}-2)r}{(1-\sqrt{2})} \quad (3.4)$$

Fra figuren til høyre vet vi at  $k$ , innsnittet i skiven, er lik:

$$k = r - \frac{d}{2} \quad (3.5)$$



Setter vi inn for  $d$  og ordner ligningen får vi:

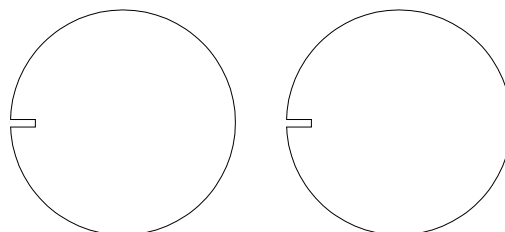
$$k = \frac{4-3\sqrt{2}}{2-2\sqrt{2}}r = 0,293r \quad (3.6)$$

Av dette kan vi slutte at innhaket må være 29,3% av radien av de to sirkulære skivene for at tyngdepunktet skal ha samme høyde når skivene ruller bort over bordet. Dette forutsetter imidlertid at skivene har “null” tykkelse.

### 3.1.2 Konstruksjon

Figuren til høyre viser en tegning av de to skivene med innsnittet. Diameteren kan være fra 5 til 10 cm ev. enda større.

Det kan også være interessant å lage en “wobbler” hvor innsnittet har en dybde  $k = 0,5r$ , for så og sammenligne egenskapene





når de triller. En vil da merke at den som ikke er optimal vil ha en tendens til å havne i en tilstand hvor det felles tyngdepunktet er så lavt som mulig, den vil dessuten stoppe lenge før den som har en optimal plassering av skivene.

### Resultatet

Figuren under viser den optimale varianten til venstre og den hvor skivene skjærer seg inn til sentrum.



Imidlertid så synes det ikke som den optimale løsningen er optimal når den triller bortover bordet. Det kan ha noe med at skivene har en bredde på 3 mm. Dette problemet kan muligens overvinnes ved å pusse ned kantene på de to sirklene slik at de får en skarp kant langs omkretsen.

### 3.1.3 Ideens biografi

Utgangspunktet til denne ideen var en You-Tube film<sup>5</sup> laget av **Hendrik Ball** ved Grand Illusjon hvor han viser fram en del av leketøysamlingen sin. I denne filmen viser fram han en rekke ulike “wobblere”. I en annen You-Tube film<sup>6</sup> (“Wobbly Circles - Numberphile”) beskriver “stand-up” komikeren og matematikkformidleren **Matt Parker** hva som skal til for at den skal rulle med et stabilt tyngdepunkt. Det fascinerende med dette er at selv en så enkel ting som en “wobbler” skjuler verden av skjult kompleksitet som kan utforskes.

---

5. <https://www.youtube.com/watch?v=k0NloZfdnHE>

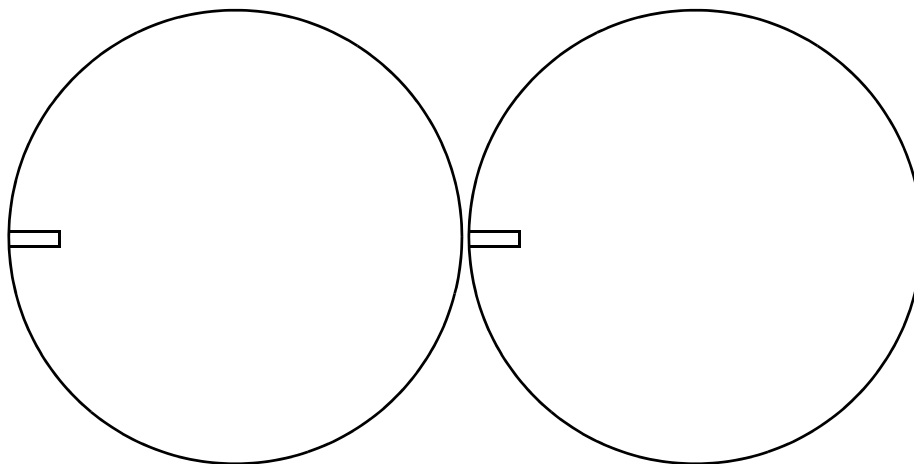
6. <https://www.youtube.com/watch?v=OEMA6jhi5Qo>



### 3.1.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjæremaler for wobler.

Materiale: 3 mm MDF, Vektorskjæring - Speed: 20 %, Power: 100 %.



## 3.2 Lag Relaux-triangler som kan brukes som hjul (Rev. 30.01.17)

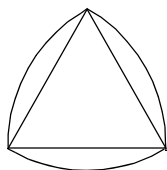
### 3.2.1 Bakgrunn

Et kumløkk skjuler som regel et hull i fortauet eller i gata. Nede i hullet finnes kraner og rør for vann og kloakk. Siden slike innretninger skal ligge frostfritt, må de ligge minst 2–3 meter under bakken, noe som resulterer i en tilsvarende dyp kum. Med andre ord: Faller en ned i en slik kum, kan en slå seg ganske stygt.

Det er derfor viktig at lokket ligger trygt og godt over hullet. Siden bredden av et rundt kumløkk er den samme uansett hvordan vi snur og vender på lokket, vil det aldri kunne dyttes ned i hullet.



Lokket er dessuten litt konet i kantene, dermed blir det simpelthen umulig å miste lokket ned i kummen. Dette er sannsynligvis en av de viktigste årsakene til at lokket er rundt. Et firkantet lokk vil kunne falle gjennom dersom det slippes diagonalt ned i hullet.

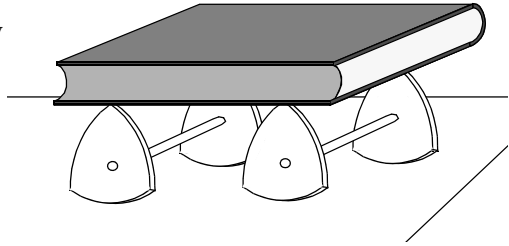


En kan spørre seg om det finnes andre former som har de samme egenskapene som det sirkulære kumløkket. Dette var spørsmålet den tyske ingeniøren og matematikeren **Franz Reuleaux** (1829–1905), stilte seg på midten av 1800-tallet.

Formen eller “lokket” Franz kom fram til, var kjent fra før, men han var den første som viste at bredden av denne formen er konstant. Utgangspunktet hans var en likesidet trekant. Ved hjelp av en passer slo han sektorer mellom hjørnene. Sentrum

for sirklene var det motstående hjørnet. Denne formen kalles *Reuleaux-triangel*, oppkalt etter Franz.

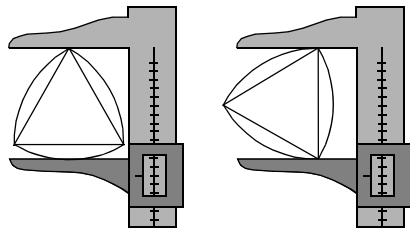
Som vi snart skal se så kan vi lett laserkutte fire Reuleaux-triangler med hull i sentrum framstilt av MDF eller kryssfiner. Hulldiameteren tilpasses 8 mm rundlist eller 5 mm blomsterpinner som vi stikker gjennom hullene slik at det dannes to “hjulpar”. Sett hjulparene på et bord, og legg ei bok eller tykk papplate på de to hjulparene som vist på figuren til høyre.



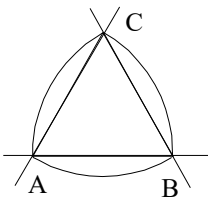
Selv om hjulene er alt annet enn runde, vil boka gli jevnt bortover bordet, som om den rullet på vanlige hjul. Dette skyldes at bredden eller “diametere” på Reuleaux-trianglene er konstant.

La oss se litt på hva det betyr at en geometrisk figur har konstant bredde.

På figuren til høyre har vi brukt et skyvelær for å måle bredden til Reuleaux-triangelet. Uansett hvordan vi måler, vil triangelet passe akkurat inn i gapet til skyvelæret.



Dersom vi utstyret to Reuleaux-triangler med en aksling, vil akslingen hoppe opp og ned, mens en gjenstand som ligger an på toppen av “hjulene”, vil få en jevn bevegelse. Det er kun når det brukes sirkulære hjul at akslingene vil holde konstant avstand til underlaget når hjulene triller.

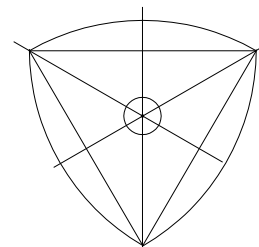


Reuleaux-triangelet kan lett konstrueres med en passer. Det enkleste er å ta utgangspunkt i en likesidet trekant som vist på figuren til venstre. Så setter man passeren i hjørnet A og slår en bue mellom hjørnene B og C. Gjør man tilsvarende med utgangspunkt i hjørnene B og C, har man et Reuleaux-triangel.

### 3.2.2 Konstruksjon

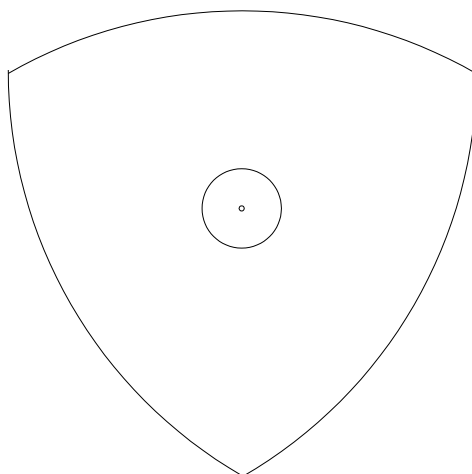
Vi skal lage fire Reuleaux-triangler med et hull i sentrum til akslingen. Vi starter med å konstruere en likesidet trekant for deretter å slå tre sirkelbuer med utgangspunkt i hvert av hjørnene. Vi velger radien i sirkelen lik sidekanten og slår tre buer

I figuren under er Reuleaux-triangelet skalert til ønsket størrelse og akselhullet satt til den til aktuelle akseldiameteren som er målt til 11,5 mm. Erfaringer viser at en diameteren til hullet på 10,5 mm gir en passelig trang åpning til rundstaven.





Dette har en konstant bredde på ca. 62 mm.



Figuren under viser det endelige resultatet, med en rundpinne på ca. 200 mm og diameter 11,5 mm.



### 3.2.3 Ideens biografi

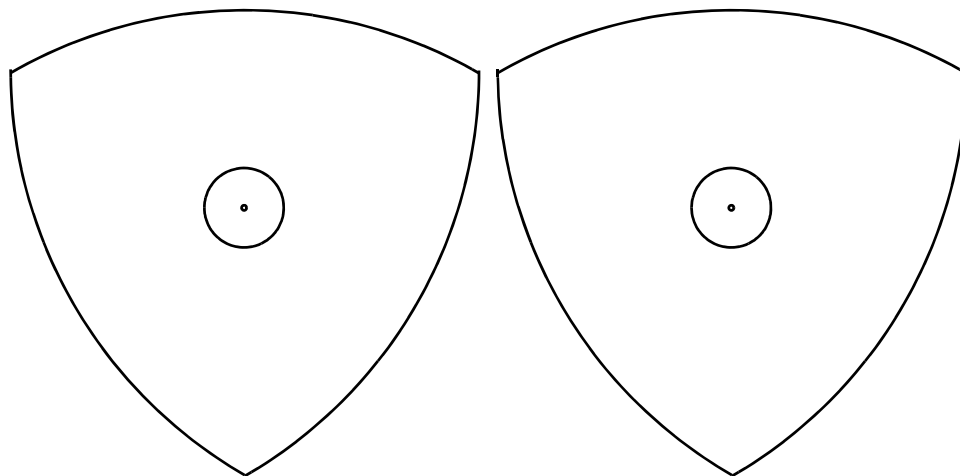
Alt på slutten av 90-tallet oppdaget jeg Reuleaux-triangelet og dets egenskaper. Det ble derfor et naturlig innslag i mange foredrag, spesielt blant barn og ungdom som lot seg fascinere av triangelets egenskaper. Så dukket det også opp i utstillingen ved Vitensenteret som den roterende delen i Wankel-motoren og for noen år siden oppdaget jeg at det samme prinsippet ble benyttet i den engelske 50 pence mynten, som til forskjell fra Reuleaux-triangelet har sju hjørner. Samtidig som mynten fikk et særpreg ved ikke å være rund, så beholdt den egenskapene ved å ha konstant bredde, hvilket sikkert er en fordel i myntautomater. Det samme gjelder forøvrig 20 pence mynten.



### 3.2.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjæremaler for Reuleaux-triangler.

Materiale: 3 mm MDF, Vektorskjæring - Speed: 20 %, Power: 100 %.





## 4 Elektronikk og elektrisitet

### 4.1 Lag “prober” for serie- og parallellkobling av elever (Rev. 30.01.17)

#### 4.1.1 Bakgrunn

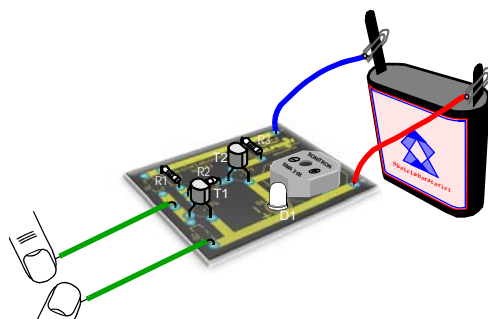
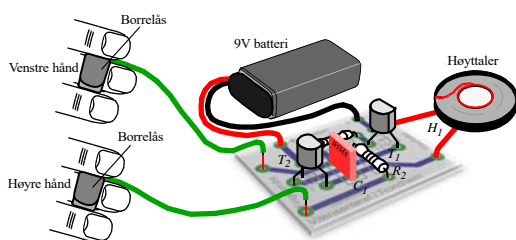
Bakgrunnen for dette apparatet er en øvelse med elever for å finne ut om det virkelig går strøm gjennom kroppen. Øvelsen bør kombineres med å snakke om hvor farlig strøm gjennom kroppen kan være.

Kobler man en lyspære og et batteri i serie med kroppen så vil en normalt ikke få lys i lyspæra som vist på figuren til høyre.

Bruker man derimot en lysdiode<sup>7</sup> vil man kunne påvise at det går *litt* strøm gjennom kroppen. Det samme skjer dersom man bruke springvann. Destillert vann (ionebyttet vann) vil ikke gi noen reaksjon hos en lysdiode.

Kobler man imidlertid flere elever i serie vil man ha problemer med å få noen reaksjon fra lysdioden.

Ved å bygge en liten *strømførsterker* (se figuren til høyre) kan man imidlertid koble sammen mange elever både i serie og parallell og få signal. Strømførsterkeren med buzzer vil enten gi tone eller ikke gi tone avhengig av motstanden i kjeden av elever. Det skal imidlertid svært høy motstand for at den ikke skal gi signal. Kretsen selges som byggesett ved Skolelaboratoriet (<https://www.ntnu.no/skolelab/byggesett-for-salg>).



Benytter man derimot en “løgn-detektor” vil man kunne få en varierende tone avhengig av den elektriske motstanden i kjeden av elever. Dette gir andre muligheter til å eksperimentere da antallet elever som kobles sammen påvirker motstandverdien i seriekoblingen og dermed tonehøyden. Løgn-detektoren selges som byggesett ved Vitensenteret i Trondheim

(<http://www.vitensenteret.com/nb/elektroverksted>).

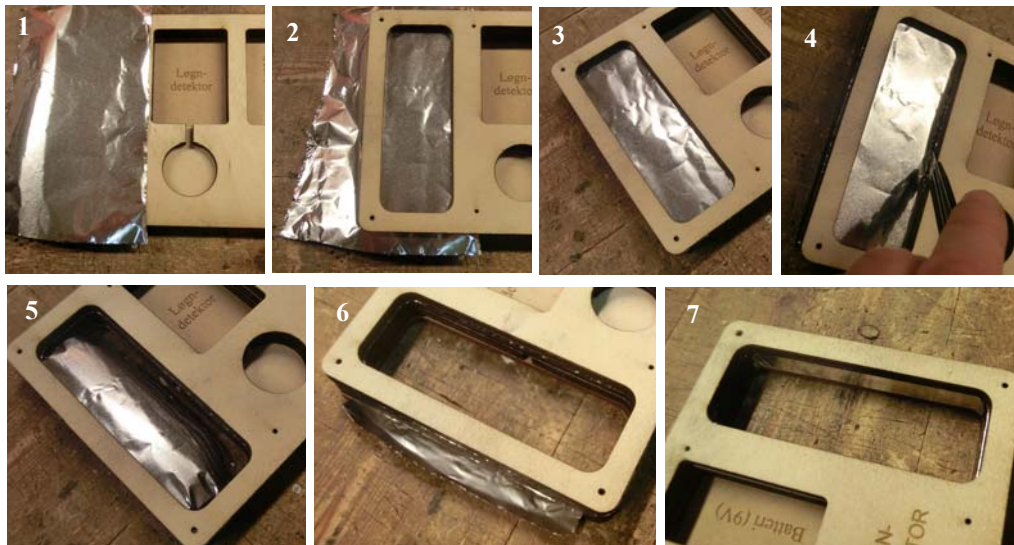
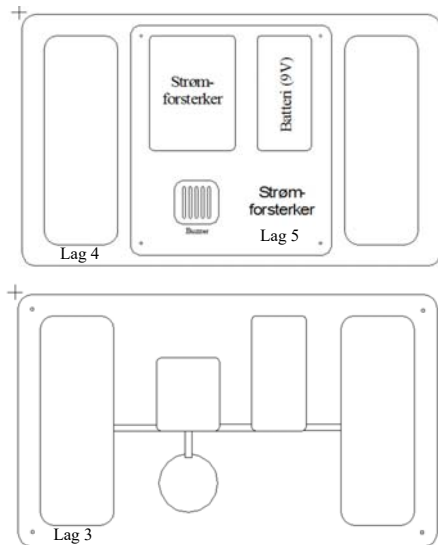
7. Skal man få noen reaksjon kan det være fornuftig å bruke en rød lysdiode, da disse trenger mindre spenning for å lyse.

## 4.1.2 Konstruksjon

Vi har derfor valgt å bygge inn en av hvert slag slik at kretsene skal være robuste og lette å eksperimentere med. Denne innbyggingen er laget av fem lag med plater av ulike slag. Et lag med 3 mm MDF, tre lag med 6 mm bjørkefiner og til slutt et lokk av 2 mm akryl. Figuren til høyre viser en forminsket versjon hvor de to øverste lagene er synlige. Ledningene er skult i åpninger i tredje lag som vist nederst på figuren til høyre.

De fire platene skrues sammen med fire treskruer, en i hvert hjørne. Siden skruene ikke bør stikke ut på undersiden, så kappes de i riktig lengde før de skrues inn, i tillegg til at de files ned på baksiden. Siden ingen av lagene limes, skrues to av skruene inn fra baksiden og to fra framsiden.

Mellom det tredje og fjerde laget med finer, legges det to stykker med aluminiumfolie. Disse skal fungere som den elektrisk ledende kontakten som forbinder fingrene i håndtaket med elektronikken.

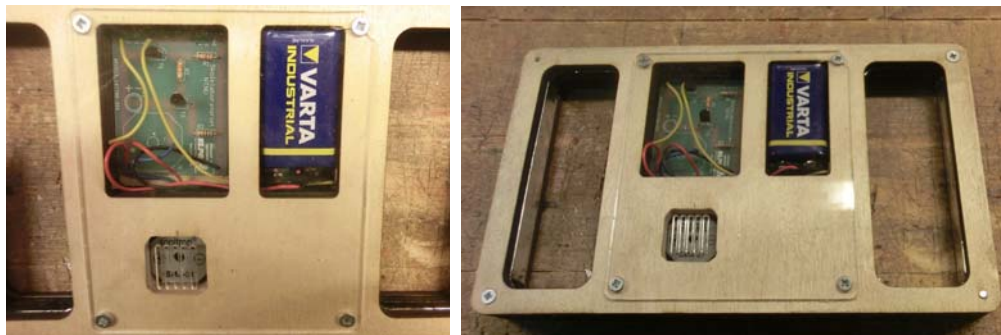


Folien legges over håndtakene mellom lag 3 og 4 som vist på figuren 1 over. I figur 2 er finerplate, lag 4 lagt over, og i figur 3 er overflødig folie på utsiden fjernet med en skarp kniv. I figur 4 skjæres folien opp på innsiden langs tre sider, resultatet er vist på figur 5. Folien skal ikke skjæres opp langs innsiden av ytterste del av håndtaket. Den løse fliken på innsiden skal brettes ned og gå ut mellom platene 1 og 2 som vist på figur 6. Overflødig folie skjæres så bort på utsiden. I figur 6 ser vi resultatet på innsiden av ytterkanten av håndtaket. Den samme prosedyren gjennomføres på det andre håndtaket.





Derneft legges den elektroniske kretsen, buzzeren og batteriet ned i sine respektive hull. Ledningene føres fram gjennom kanalene i tredje lag.



Ledningene fra sensor inngangen avisoleres og smettes inn mellom lag 3 og 4 slik at de klemmes ned mot aluminiumsfolien og danner god elektrisk kontakt.

Tilsvarende kan gjøres for løgndetektoren. Resultatet er vist på bildet under.

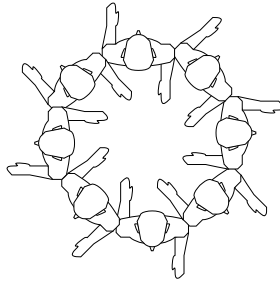
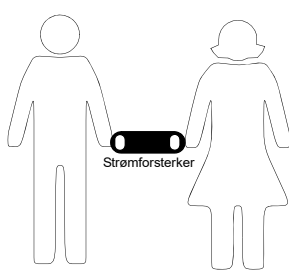


#### 4.1.3 Ideens biografi

Strømførsterkeren stammer fra Philips Electronic Engineer fra 1960-tallet og går under navnet *fuktighetsdetektor*. Kretsen ble på begynnelsen av 2000-tallet benyttet som byggesett ved Skolelaboratoriet ved NTNU, hvor elever fikk lov til å tegne og etse kretskort selv. Kretsen ble også benyttet på lærerkurs for vise lærere hvordan elektroniske kretskort ble laget og for trening i lodding. I stedet for å lage kretskort bygget elevene opp kretsen med kobbertape som komponentene ble loddet opp på. Etter hvert ble kretskortet lagt ut og flere tusen kretser ble bygget av elever rundt om i skolen. Kretsen ble tilpasset bruk mot ulike sensorer, da spesielt en temperatursensor (NTC-motstand) og benyttet på lærerkurs for lærere i videregående skole. I denne utførelsen passet kretsen godt som elevøvelse i faget Fysikk 1 på Vg2.



En tidlig versjon av “elevproben” ble bygget for å trene elever i finne sluttete kretser. To av elevene tar tak i hver sin side av “elevproben”. Disse to skal være “proben” som skal detektere om det er kroppskontakt mellom de andre elevene.



8 elever i ring

*Elevene står i ring med ryggen mot hverandre. Noen elever holder i hverandre.*

Øystein

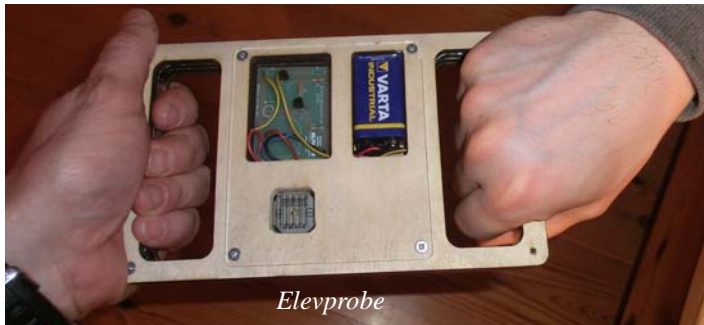
Gunnhild	Eva
Odd	Per-Odd
Sissel	Ingvill
	Nils

De øvrige elevene stiller seg i en ring med ryggen mot hverandre. De holder *en* hånd foran seg. Med den andre hånden, som de har på ryggen, griper de om hånden til en eller flere av de andre i gruppa. Når de har funnet den hånden de vil holde i, må de holde fast på denne til målingene er avsluttet. Ikke alle elevene trenger å holde noen i hånda, og noen kan holde flere i hånda. Husk at en må berøre hud for å få kontakt.

Den siste av elevene skriver opp navnene på de som står i ringen og har til oppgave å notere ned hvem som holder hvem i hånden, etterhvert som de to “probe”-elevene finner ut hvem som holder i hvem.

Når de mener at de har funnet svaret, snur elevene i ringen seg mens de fortsatt holder fast på hendene til de andre. Så kontrolleres om “elevproben” har funnet riktig svar.

Den nye utgaven av “elevproben” skal brukes under Fysikkløypa 2017 ved NTNU i Jan. – mars 2017.



*Elevprobe*

**Løgn-detektoren** ble benyttet i forbindelse med et samarbeidsprosjekt mellom norske vitensenter fra 2012 – 2014. I denne perioden ble det bygget over 15 000 løgn-detektorer ved norske vitensenter og ungdomsskoler landet over. Dessuten ble det holdt mange lærerkurs for ungdomsskolelærere som etter endt kurs fikk med seg en koffert med elektronikk og undervisningsopplegg for bruk i skolen. Løgn-detektoren er fortsatt i bruk som byggesett ved mange vitensentre. Prosjektet var finansiert av Sparebankstiften DNB NOR. Senere har samme stiftelse gitt penger for etablering av Makerspace ved samtlige regionale vitensenter i Norge.

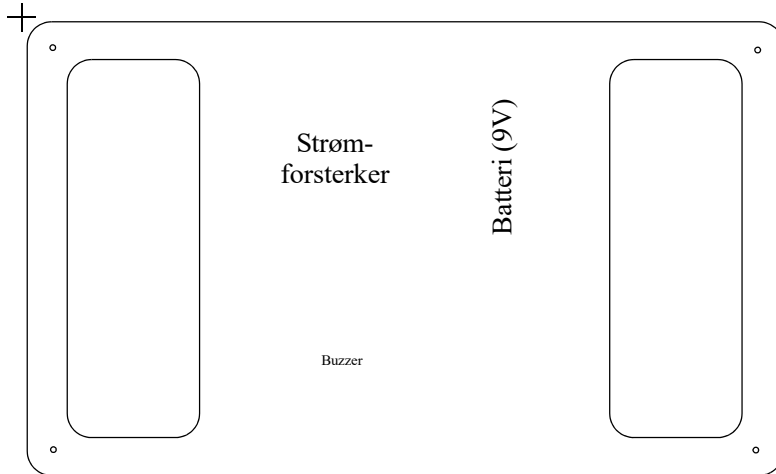


#### 4.1.4 Skjære- og graveringsmaler

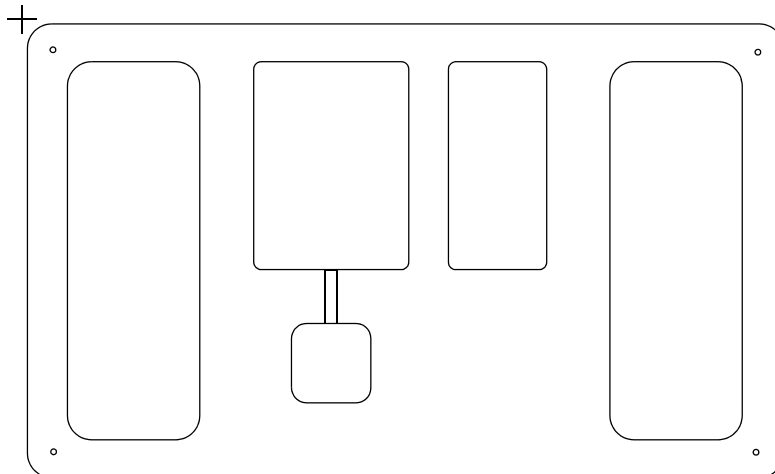
Skjæremaler for elevprobe.

Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %.

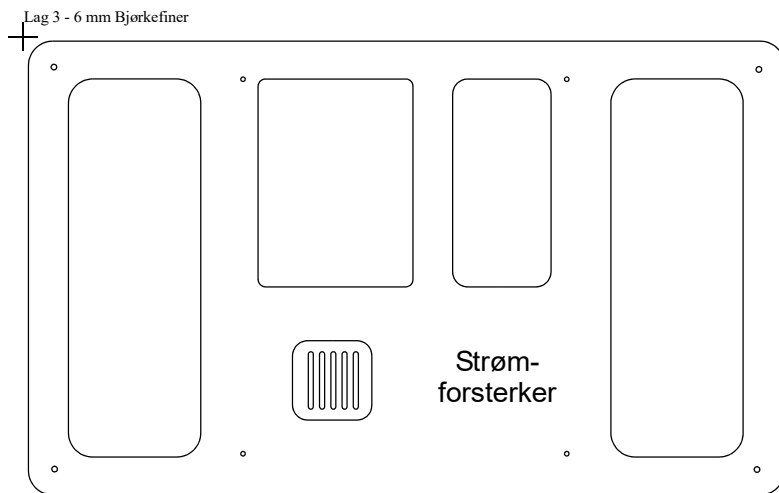
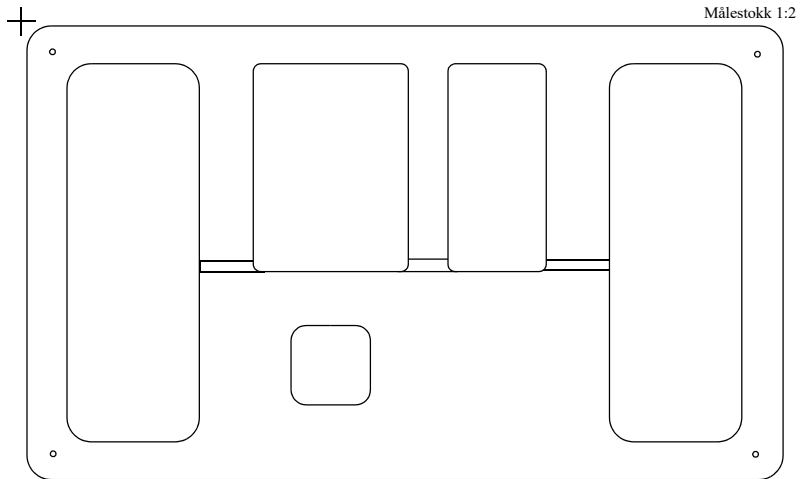
Målestokk 1:2



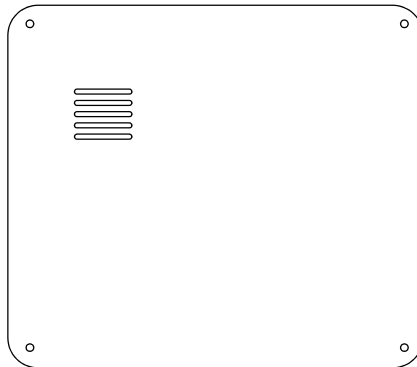
Lag 1 - 6 mm Bjørkefiner



Lag 2 - 6 mm Bjørkefiner



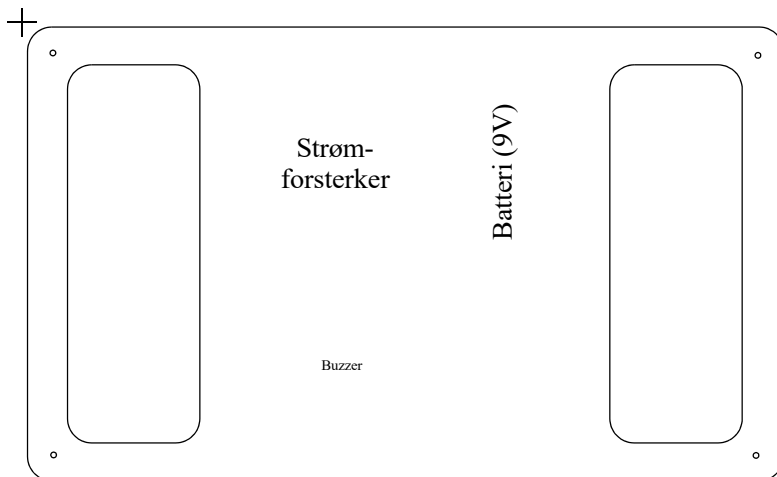
Lag 4 - 6 mm MDF



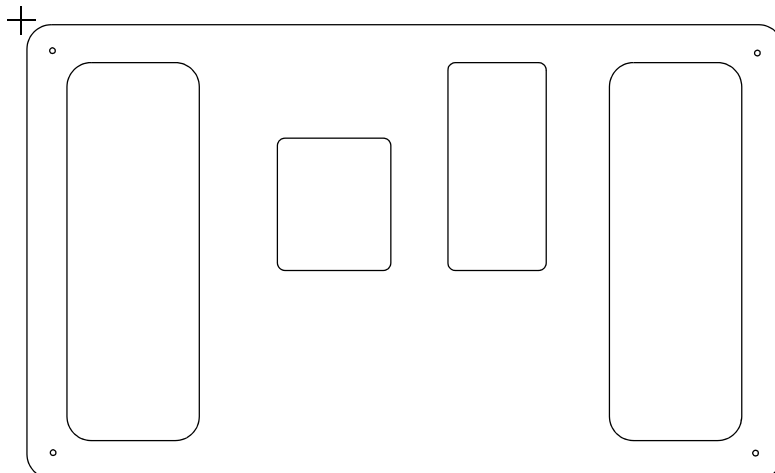
Lag 5 - 2 mm Akryl



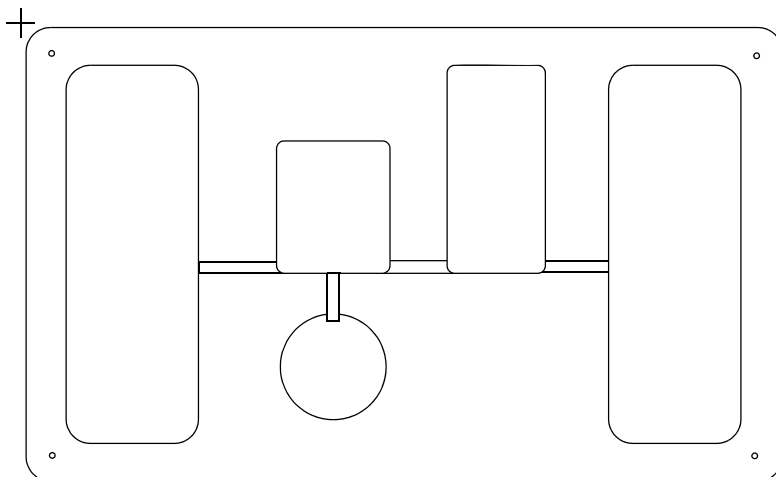
Skjæremaler for løgndetektor. Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %.



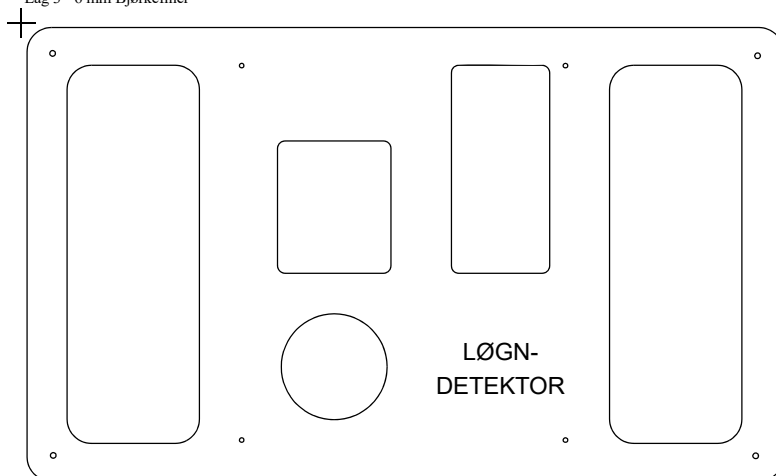
Lag 1 - 6 mm Bjørkefiner



Lag 2 - 6 mm MDF

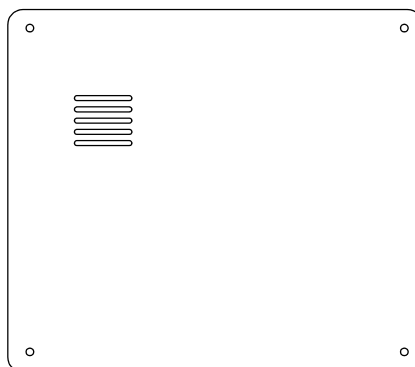


Lag 3 - 6 mm Bjørkefiner



Lag 4 - 6 mm Bjørkefiner

Lag 5 - 2 mm Akryl

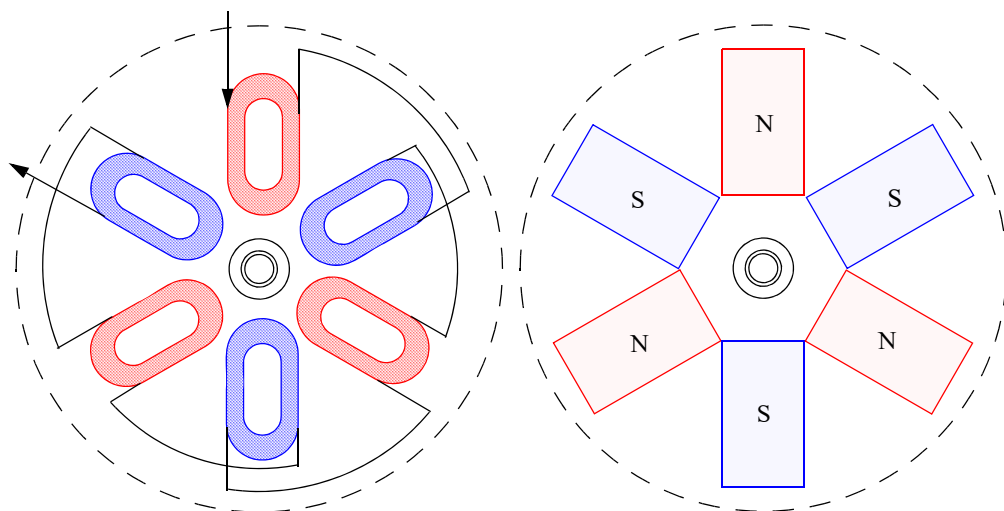




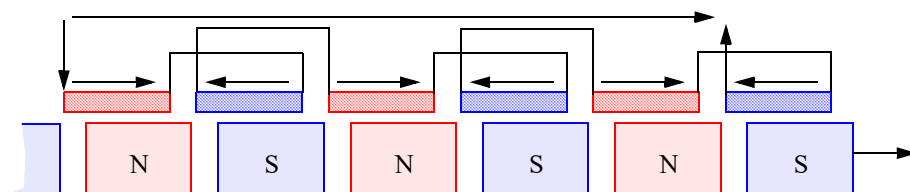
## 4.2 Lag en generator med justerbare spoler (Rev. 30.01.17)

### 4.2.1 Bakgrunn

Å lage funksjonelle generator med enkle midler for bruk i skolen har lenge vært en utfordring. Et design som har vært beskrevet på nettet er en variant hvor spolene ligger i en krans på en plate med magneter som roterer så tett over spolene som man våger uten at de berøres. Modellen som beskrives her er ment å være en demonstrasjonsmodell beregnet på Vitensenterets elektrisitetsutstilling.

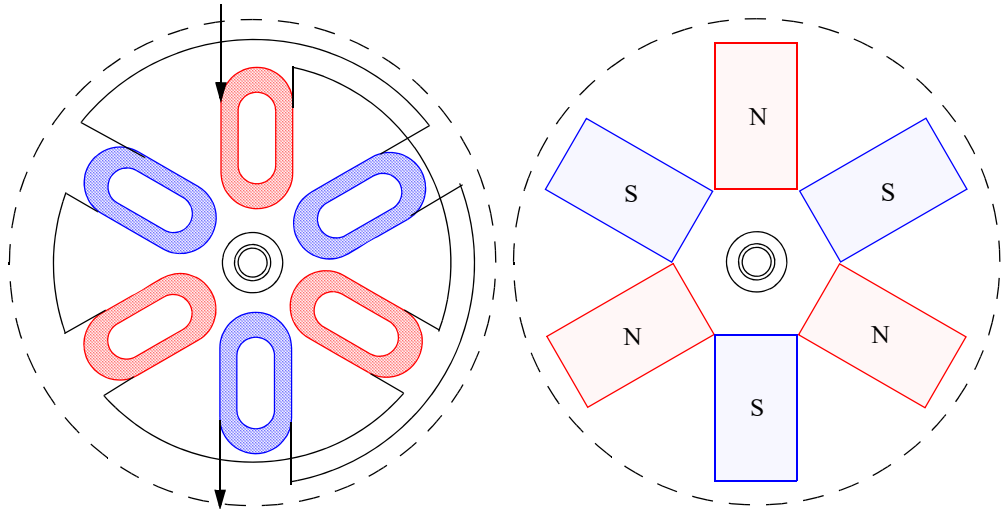


Figuren over til venstre viser hvordan spolene er plassert og er koblet opp. Til høyre på figuren ser vi plasseringen av magnetene som er felt ned i ei sirkulær plate som sitter fast på akslingen.

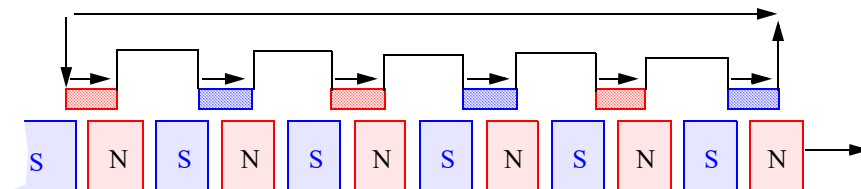


I figuren over er spolene og magnetene lagt på linje. Alle spolene er viklet samme vei, men retningen på oppkoblingen veksler fra spole til spole. Magnetene er snudd annen hver vei og beveger seg fra venstre mot høyre. På figuren er alle magnetene på vei ut av sine respektive spoler. Når en nordpol går ut av en spole settes det opp en spenning den ene veien, mens en sørpol er på vei ut av en spole så settes det opp en spenning den andre veien. Siden retningen på oppkoblingen veksler fra spole til spole, så vil spenningene adderes og spenningen på klemmene vil være seks ganger spenningen på én av spolene.

I vårt tilfelle er annen hver spole plassert på henholdsvis oversiden og på undersiden av rotoren. Med magnetene plassert annen hver vei, så vil dette medføre at vi ikke trenger å snu vikleretningen til spolene. Det er heller ikke noe poeng at spolene skal kobles opp annen hver vei. Vi kan først koble opp spolene under rotoren og deretter de over rotoren for så til slutt å koble de to spolesettene sammen.



Figuren over til venstre viser hvordan spolene er plassert og er koblet opp. De blå ligger nå på undersiden av magnetene, mens de røde på oversiden. Spolene ligger fortsatt med 30° innbyrdes vinkel når vi ser de to spolesettene sammen. Til høyre på figuren ser vi plasseringen av magnetene.



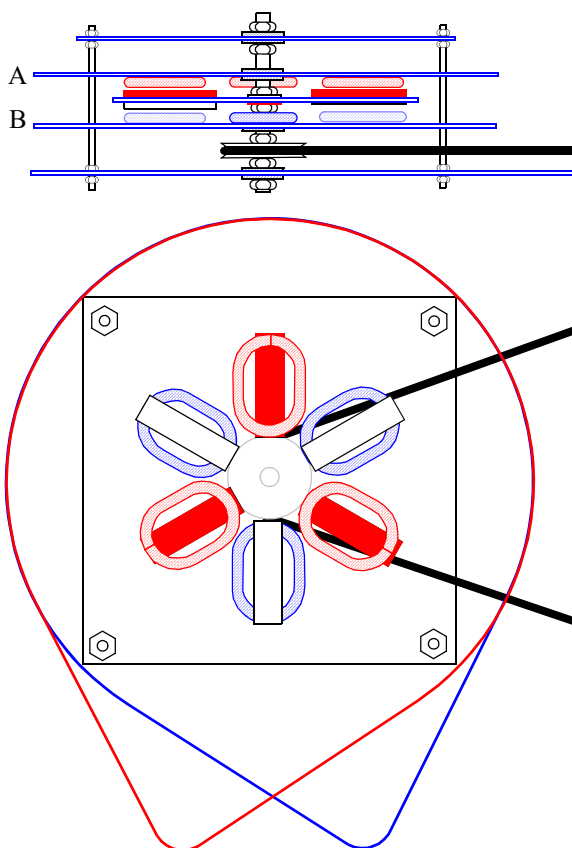
Siden både magnetene ligger annen hver med nord og sør opp, og spolene ligger annen hver over og under, vil alle spolene møte en nordpol samtidig, dernest vil de alle møte en sørpol samtidig osv.. dermed kan spolene kobles rett fram i serie uten å krysskobles.



Et naturlig spørsmål når alle spolene ligger på samme side av magnetene er hvorfor vi ikke lar samtlige magneter ligge samme vei, dermed skulle det være unødvendig å krysskoble spolene slik som antydning foran. Årsaken er at når magnetfeltet veksler mellom nord- og sørpol så vil endringen bli større pr. tidsenhet enn om alle magnetene lå samme vei, og det er endring i magnetisk flux pr. tidsenhet som genererer spenningene.

Figuren til høyre viser hvordan dette er realisert. Siden dette er en utstillingsmodell skal det være mulig å justere plasseringen av spolene i forhold til magnetene. Siden vi velger å legge tre av spolene på en plate på oversiden (A – røde), og de tre andre på undersiden (B – blå) av magnetene, så er det ikke nødvendig å snu oppkoblingen av spolene som vist foran.

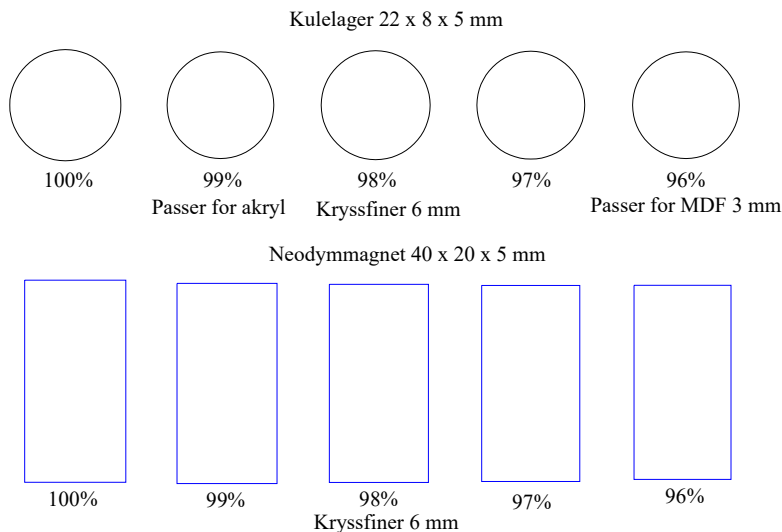
Figuren under viser hvordan dette er realisert ved hjelp av 6 mm kryssfiner i bjørk.



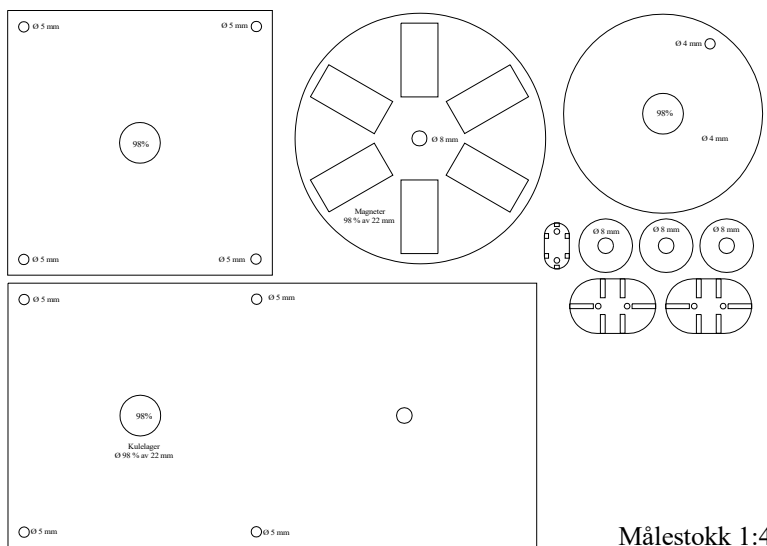


## 4.2.2 Konstruksjon

Det spesielle med denne konstruksjon er at hverken kulelager eller magneter er limt eller festet på annet vis en ved å gjøre åpningene i plata så trang at både kulelager og magneter kan presses ned i åpningene og bli der uten fare for at de løsner. Det ble derfor først laget hull etter nøyaktige mål gjort på de to komponentene. Deretter ble disse hullene krympet med 1, 2, 3, 4, 5% for deretter å bli testet mot de to gjenstandene. Figuren under (ikke i målestokk) viser resultatet.

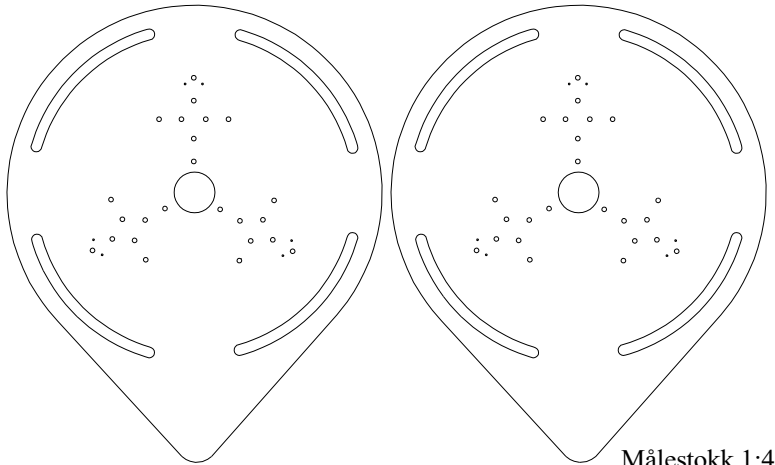


Vi ser at for kryssfiner så gir 98% et tilstrekkelig trangt hull slik at kulelager og magnet kan slås inn i hullet. Figurene under viser de ulike delene for skjæring.





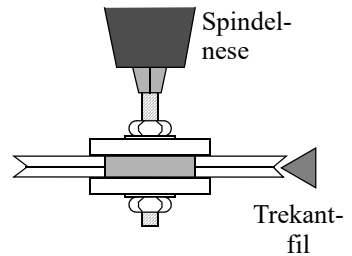
Figuren under viser de to sirkulære platene som holder spolene over og under de roterende magnetene.



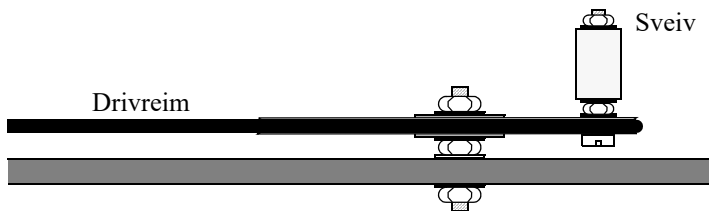
Målestokk 1:4

Det skal lages trinser for drivreimen. En stor med håndtak og en liten som kan skrues fast i akslingen som driver magnetene. Begge er laget av 6 mm kryssfiner.

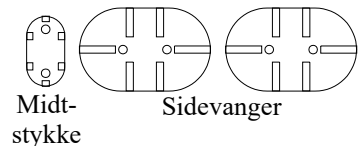
For å lage sporet monteres kulelageret i skiva. Deretter stikkes en gjengestang (Ø 8 mm) gjennom kulelageret hvorpå en utskåret skive legges på hver side av kulelageret. Dernest strammes de to skivene ved hjelp av to mutterne. Gjengestangen festes i spindelnesen på en søyleboremaskin eller dreibenk. Sporet til remmen lages ved å bruke en trekantfil.



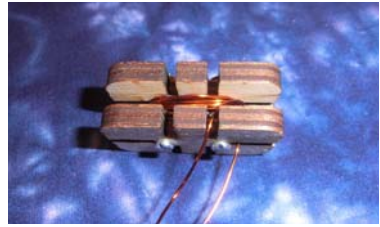
Selve drivreima kan lages av 5 mm flettet nylon snor som sveises sammen i endene slik at de danner en sløyfe. Sveisingen gjøres ved å holde endene over et stearinlys slik at de smelter. Når de flyter, preses de sammen og formes slik at skjøten blir jevntykk med resten av snora. Pass på at snora blir akkurat lang nok til å stramme tilstrekkelig rundt trinsene så sluring unngås.



Figuren til høyre viser formen for vikling av spoler. Denne er laget slik at det etter at spolen er viklet så skal det være mulig smyge inn strips som kan legges rundt viklingene for å holde disse på plass før de monteres på spoleplatene.



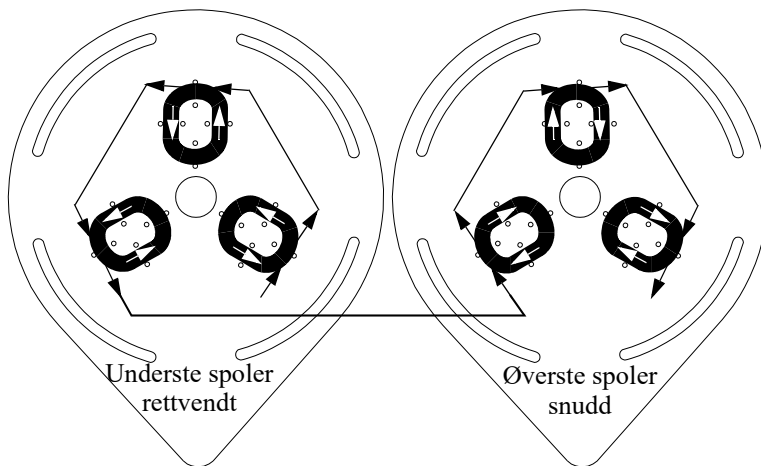
De to sidevangene skrues sammen med midtstykket ved hjelp av to 20 x 3 mm skruer med mutter (M3). Spoleformen gir akkurat plass til 100 viklinger med 0,7 mm lakkisoleret kobbertråd.



Etter at spolene er ferdig viklet, stikkes strips gjennom spalter i sidevangene og midtstykket og under spolen. Dermed er det mulig å holde spolene sammen mens de flyttes fra spoleformen og over til spoleplatene.

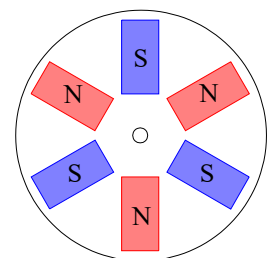
Spolene monteres på spoleplatene ved hjelp av fire små strips, tre spoler på hver plate. Spolene vikles alle samme vei. Pass på at de også monteres med samme vikleretning.

En må være påpasselig når spolene skal kobles sammen. Samtlige spoler skal vikles samme vei og seriekobles. Når spolene legges over hverandre på hver side av platen der magnetene er montert, vil det genereres en spenning som peker samme vei i samtlige spoler som omtalt foran.



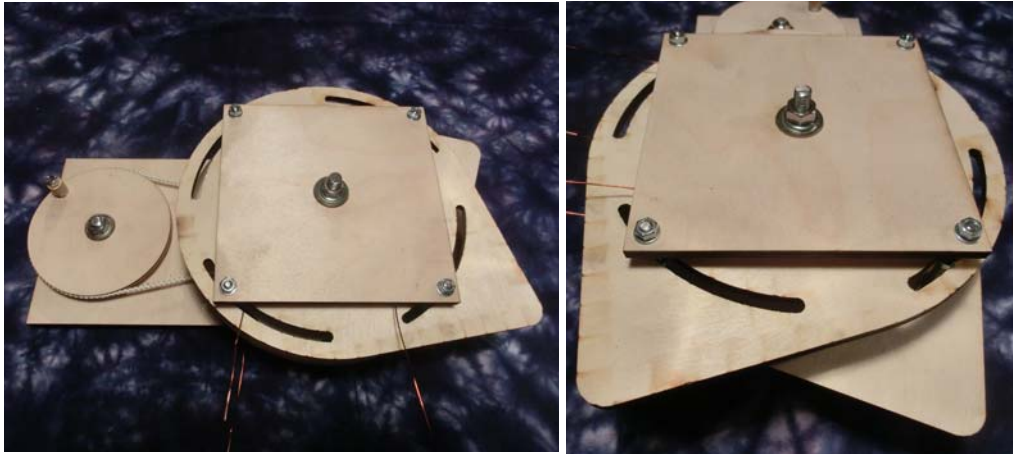
Dersom man er usikker på hvilken vei viklingene går, kan man koble på et voltmeter og dra en kraftig magnet fra midten av spolen og ut til siden. Dette skal enten gi et positivt eller negativt utslag på voltmeteret. Gjør man slik for alle spolene skal alle slå ut samme vei. Om dette ikke inntrer må de av spolene som avviker snus. Dette kan gjøres ved å bytte om ledningene fra spolen.

Dette forutsetter at magnetene er montert annen hver vei (opp og ned) som vist på figuren til høyre. Siden spolene dels er plassert på undersiden av magnetene og dels på oversiden, vil det alltid være samme type pol som passerer samtidig forbi samtlige spoler. Dette forutsetter imidlertid at spolene er plassert optimalt, 30 grader forskjøvet i forhold til hverandre og vekselvis over og under. Dersom spoleplatene dreies 30 grader den ene eller den andre veien, så vil spenningene utligne hverandre og i prinsippet gi null spenning ut. Et oscilloscope vil tydelig kunne vise dette.

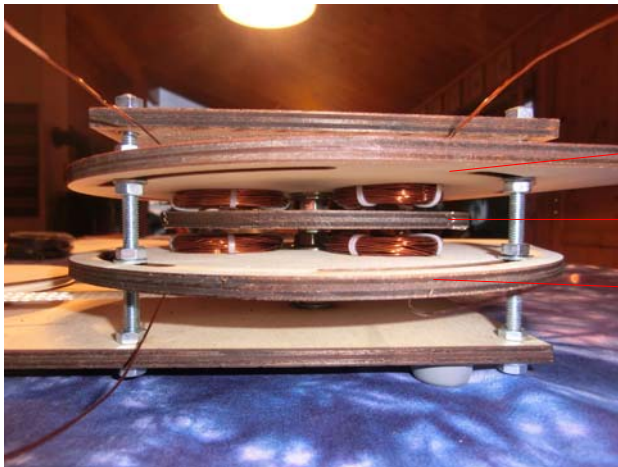




Bildene under viser den ferdige generatoren.



Figuren under viser de to spoleplatene



Øvre plate med 3 spoler  
som kan dreies  $60^\circ$

Plate med 6 magneter

Nedre plate med 3 spoler  
som kan dreies  $60^\circ$

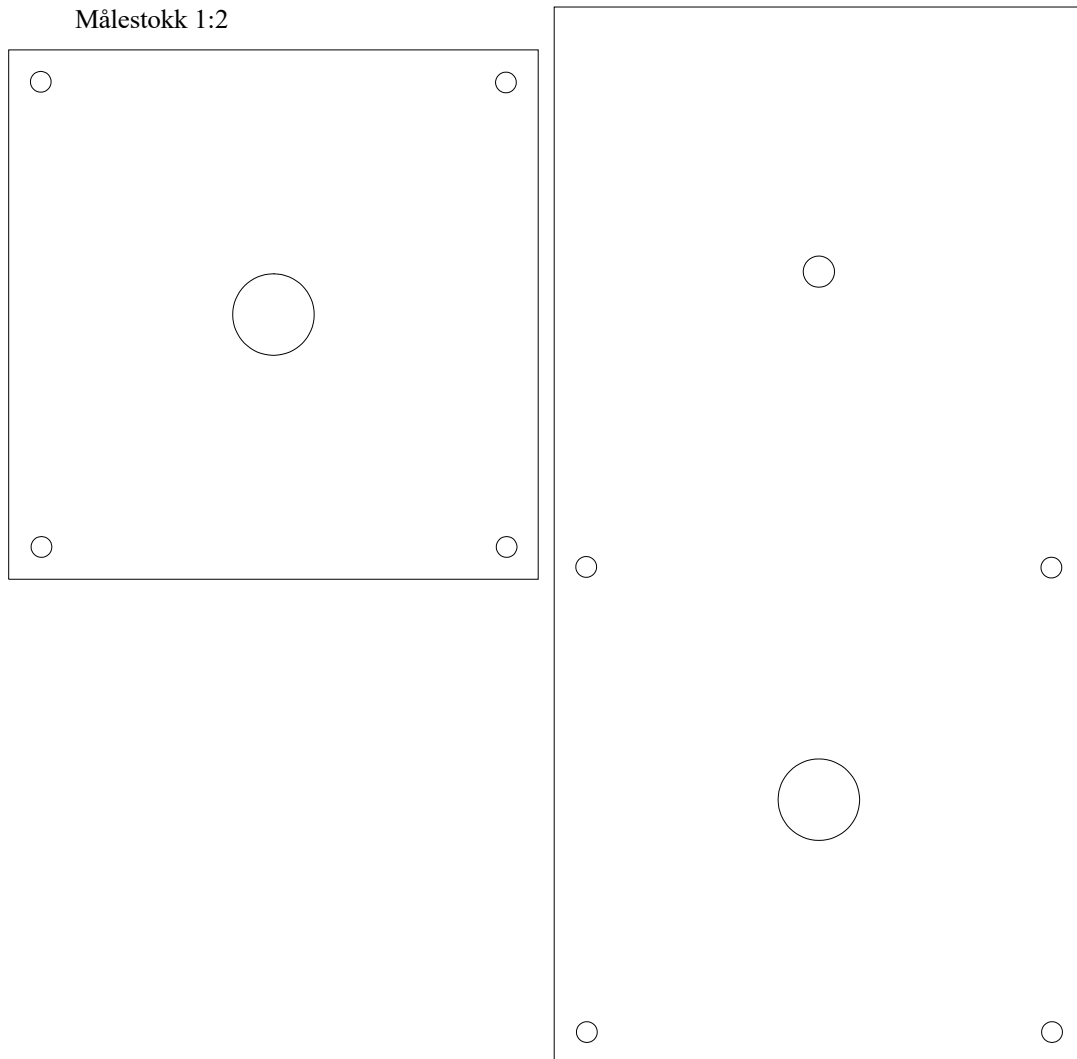
### 4.2.3 Skjære- og graveringsmaler

Skjæremaler for generatormodell.

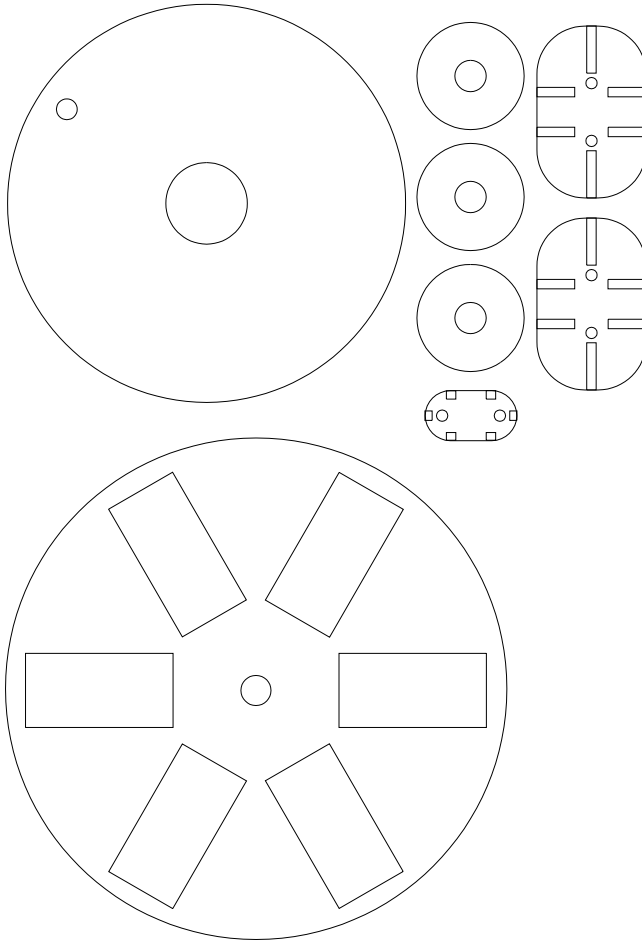
Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %.

Målestokken er kritisk i denne modellen, derfor bør en bruke de opprinnelige pdf-filene..

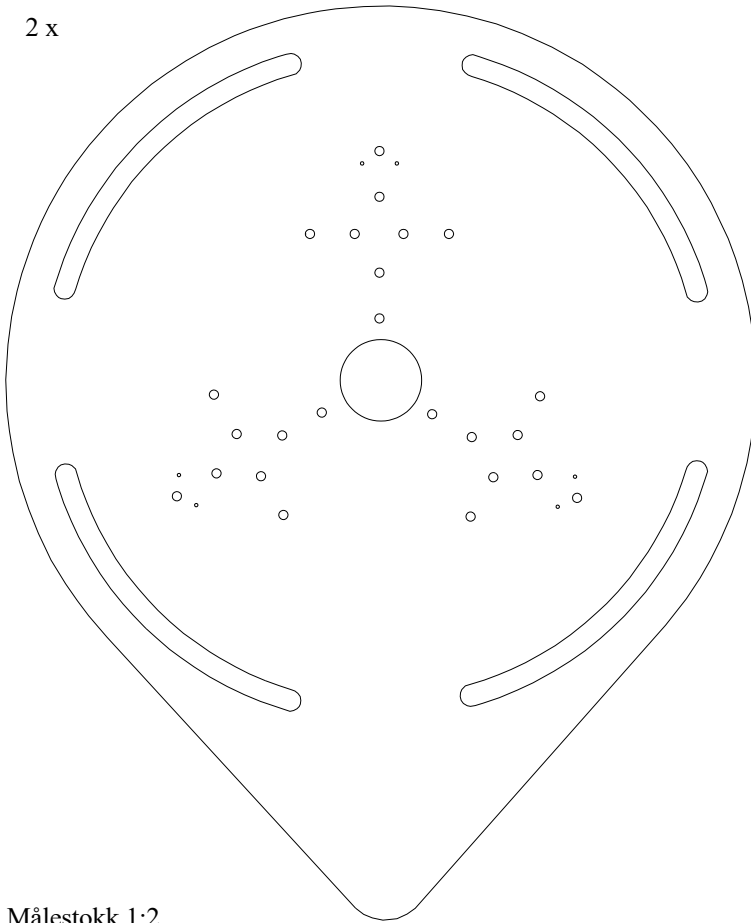
Målestokk 1:2



Målestokk 1:2



2 x



Målestokk 1:2

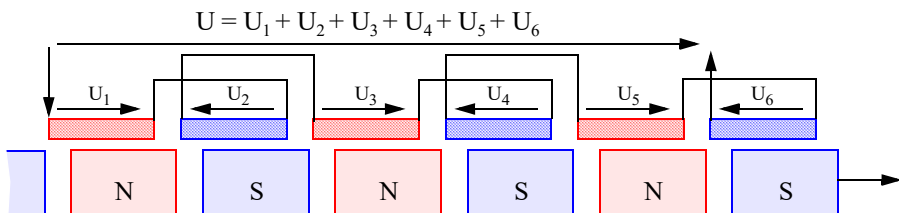
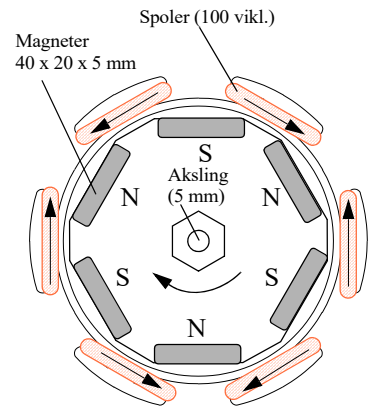


## 4.3 Lag en hånddrevet elektrisk generator (Rev. 30.01.17)

### 4.3.1 Bakgrunn

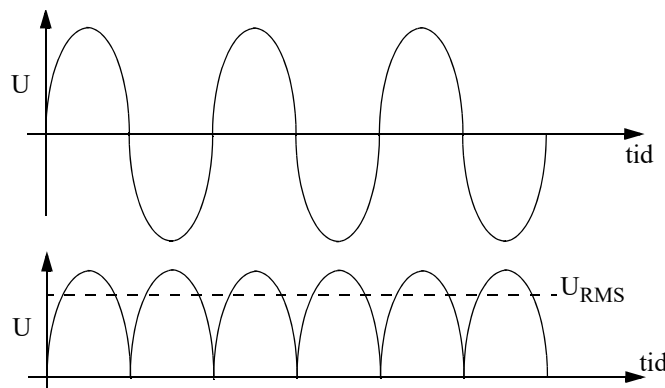
Elektrisk fungerer denne generatoren som den som er beskrevet i avsnitt 4.2, forskjellen er at magnetene og spolene er plassert vertikalt som på vanlige generatorer. Figuren til høyre viser generatoren sett ovenfra, med rotoren innerst med magneter og statoren ytterst med seks spoler. Spolene er viklet annen hver vei, slik at spenningen skal adderes opp i samme retning etter som magnetene roterer..

I figuren under er magneter og spoler brettet ut slik at vi lettere ser hvordan spolene er koblet. Som vi ser så kobles spolene slik at strømmen går annen gang mot venstre og mot høyre.



Dette vil i sin tur gi en vekselspenning som, dersom spoler og magneter er plassert symmetrisk, vil gi en vakker sinusfunksjon som vist i figuren til høyre.

Dersom vi måler spenningen til en slik kurve med et voltmeter, måler vi vanligvis det som kalles "RMS-verdien"<sup>8</sup>. På et vis er det likespenningen vi måler etter at spenningen er likerettet med en dobbelt likerettet og jevnet ut ( $U_{RMS}$ ) som vist nederst på figuren over.



8. RMS - Root Mean Square (dvs. sinusen er kvadrert, midlet over tid for så å beregne roten av verdien som så oppgis på displayet til måleinstrumentet).

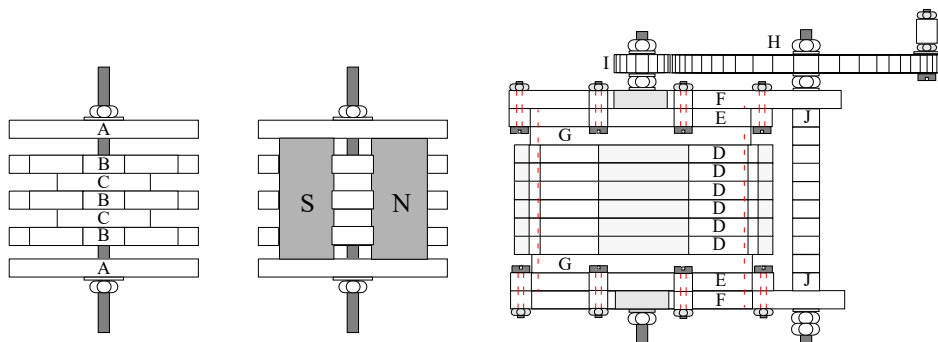


Denne verdien kan uttrykkes matematisk:

$$U_{RMS} = \frac{1}{2\sqrt{2}} V_{p1p} \approx 0,35 \cdot V_{p1p} \quad (4.1)$$

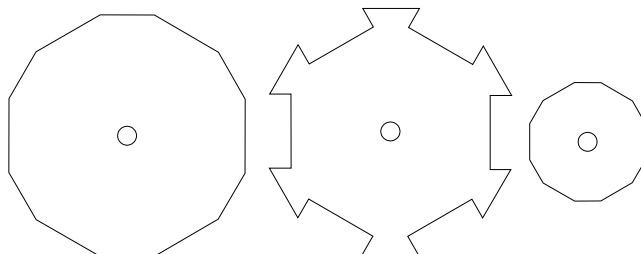
### 4.3.2 Konstruksjon

Både rotoren og statoren er bygget opp lagvis av tverrsnitt skåret ut av 6 mm finer. I tillegg er det laget et lite gir og en sveiv på toppen. Den lagdelte oppbygningen av rotor og stator er vist på figuren under.



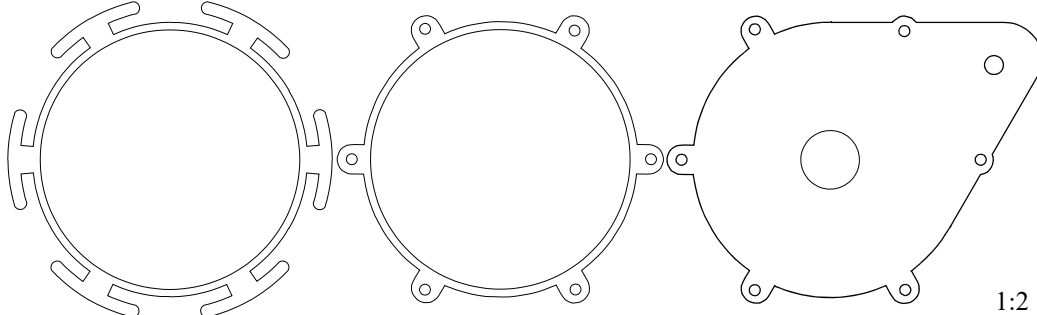
Figuren under viser de enkelte delene som rotoren er satt sammen av, sett ovenfra.

Rotor      2 stk. – A                      3 stk. – B                      2 stk. – C



Figuren under viser tilsvarende deler for statoren, sett ovenfra.

Stator      6 stk. – D                      2 stk. – E                      2 stk. – F



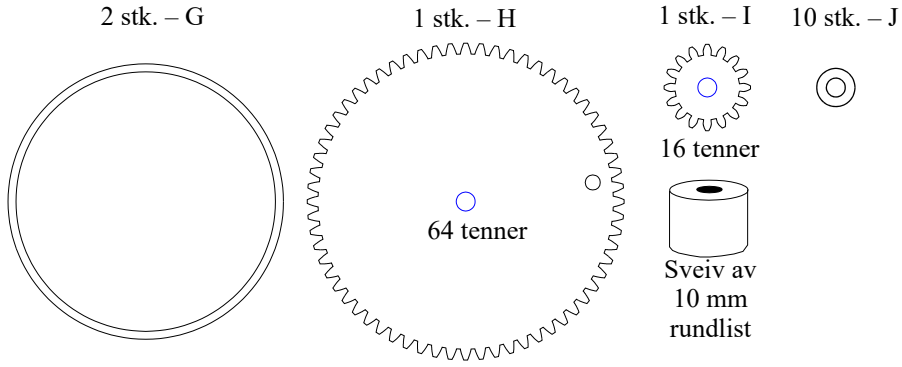
1:2



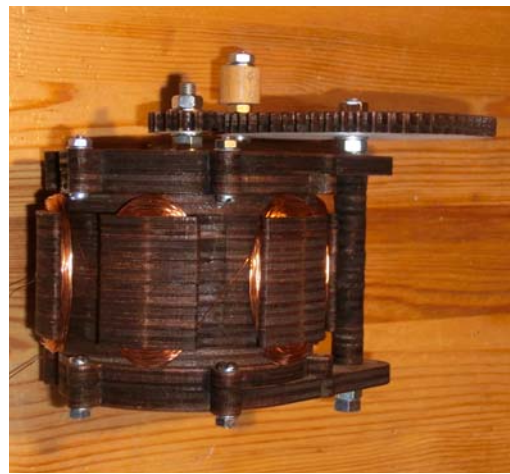
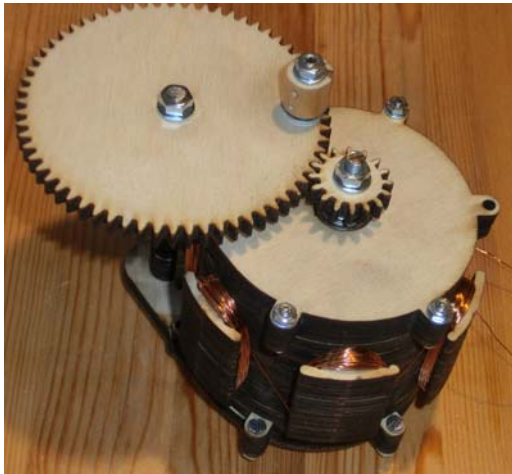
Magnetene er seks neodymmagneter 40 x 20 x 5 mm, kjøpt fra [www.supermagnete.de](http://www.supermagnete.de)<sup>9</sup>.

Og her er resten av delene til statoren:

Stator



Akslingene er laget av 5 mm gjenget stang som er kappet i hensiktsmessige lengder og giret har en utveksling på 1:4. Rotoren er montert i lag F med kulelager med dimensjoner: 16 x 5 x 5 mm (ytre diameter, indre diameter og tykkelse). Tannhjulene er laget med programmet GearDXF (se avsnitt 2.4, side 32) og har parametrene: Stort tannhjul T64 DP20 BHD5,0 OD8,382 BD7,638 RD7,81 og lite tannhjul T16 DP20 BHD5,0 OD2,286 BD1,909 RD1,714<sup>10</sup>.



På figuren over ser vi den ferdige generatoren ovenfra med sveiva (t.v.) og fra siden (t.h.).

9. [https://www.supermagnete.de/eng/block-magnets-neodymium/block-magnet-40mm-x-20mm-x-5mm-neodymium-n42-nickel-plated\\_Q-40-20-05-N](https://www.supermagnete.de/eng/block-magnets-neodymium/block-magnet-40mm-x-20mm-x-5mm-neodymium-n42-nickel-plated_Q-40-20-05-N)

10. T – antall tenner, DP – Diametral Pitch, BHD – Bore Hole Diametre, OD – Outer Diametre, BD – Base Diametre, RD – Root Diametre.

Figuren under viser håndgeneratoren sett ovenfra (t.v.) og fra undersiden (t.h.).



### 4.3.3 Ideens biografi

For en tid tilbake besøkte jeg Institutt for elkraftteknikk ved NTNU, hvor studentene bygget elektriske generatorer av ulike typer, men ved å bruke skjøtemuffer for avløpsrør av plast. Jeg kjøpte inn to slike muffe med tilhørende endestykker, en liten for rotoren og en stor for statoren (se under) og planla å bygge en prototyp med dette utstyret som en ide for bruk i skolen.



Imidlertid ble det med ideen og muffene med tilhørende endestykker ligger fortsatt ubrukt. Til gjengjeld oppdaget jeg at laserkutteren åpnet muligheter for å bygge opp generatoren lagvis. Selv om løsningen neppe er så robust som en framstilling av muffe, så synes den å fungere godt som en prototyp da det er lett å eksperimentere med ulike utforminger.



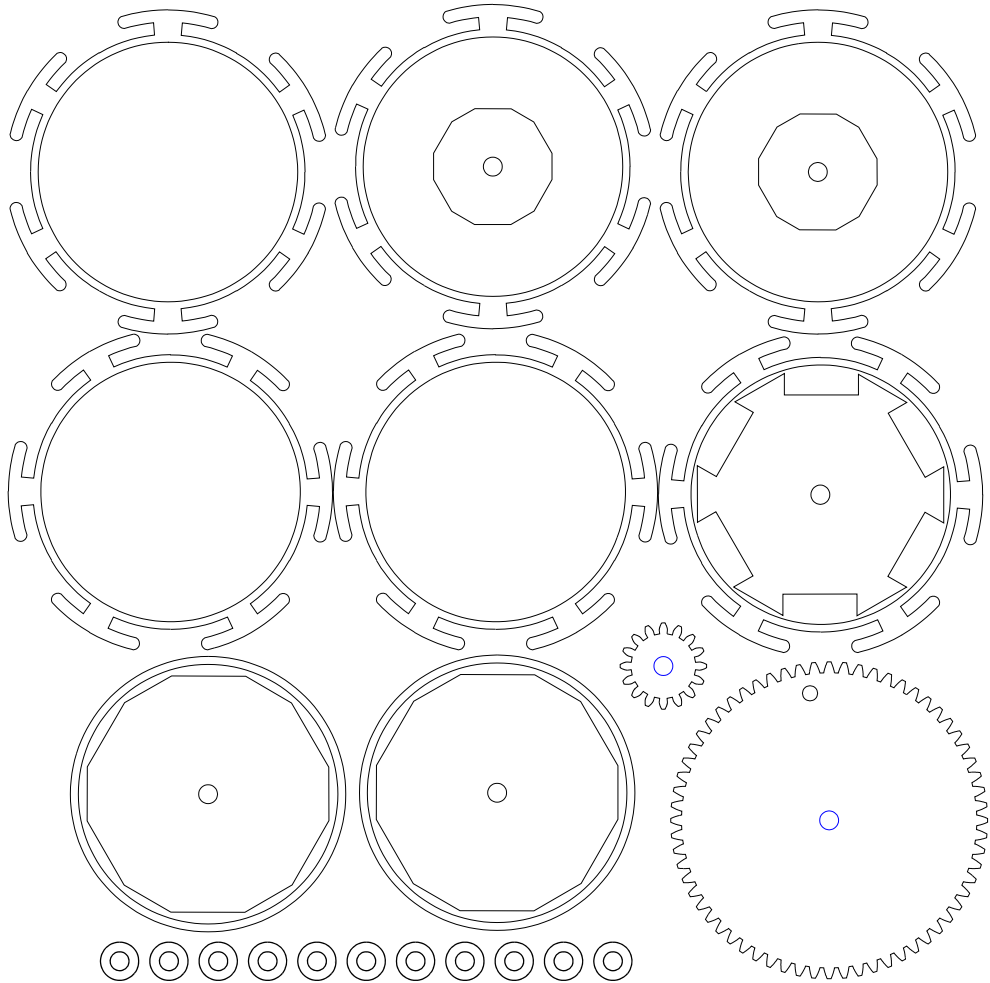
#### 4.3.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjæremaler for håndgenerator.

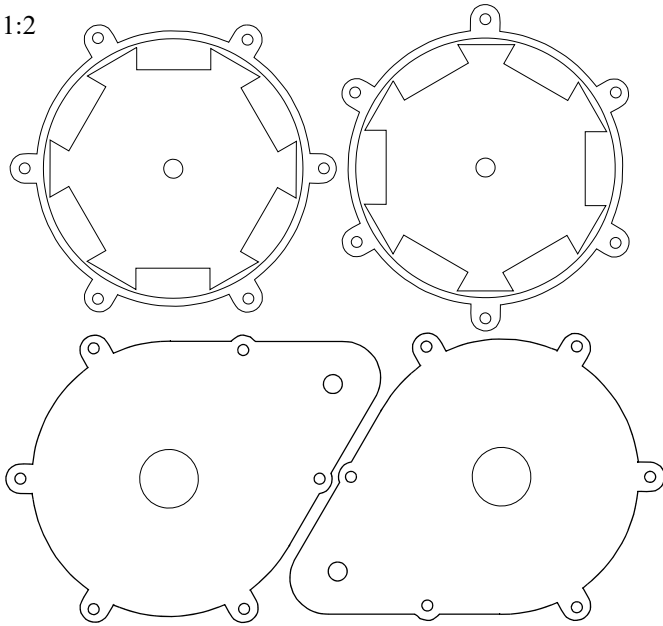
Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %.

Målestokken er kritisk i denne modellen, derfor bør en bruke de opprinnelige pdf-filene.

Målestokk 1:2



κ 1:2





## 5 Lamper

### 5.1 Lysende skilt (Rev. 30.01.17)

#### 5.1.1 Bakgrunn

De fleste har lagt merke til en spesiell type skilt hvor det ser ut som om det er en strektegning på en klarplastflate som lyser. Det finnes nok mange teknikker for å få fra en slik virkning. Men en måte å gjøre dette på er å gravere en tekst eller et mønster på overflaten av en klar akrylplate for så å belyse platen fra sidekanten. Lyset vil så følge akrylen og være så og si usynlig så lenge det plata er blank og ubeskrevet. Så snart lyset møter graveringen vil denne bli lyst opp og framstå som en lysende tegning når plate betraktes fra siden.

Det finnes en rekke slike produkter på markedet. På bildet til høyre og bildene under viser eksempler på slike.

Bildene over til høyre og under er hentet fra <https://twitter.com/RaggioLed>.

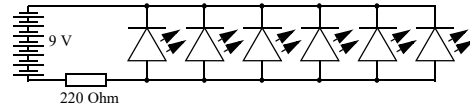
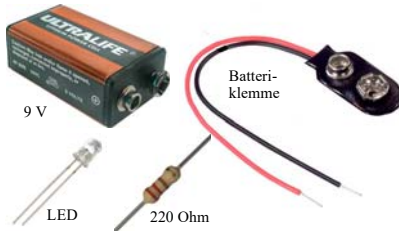
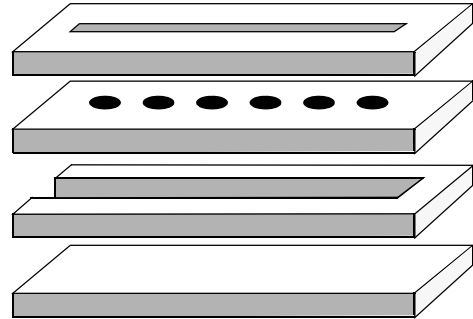


Her vil vi vise hvordan vi kan framstille slike skilt ved hjelp av laser-kutteren.

### 5.1.2 Konstruksjon

For å få til denne virkningen lager man en sokkel med plass til lysdioder plassert langs en rekke rett under foten på akrylplata som vist på figuren til høyre.

Foten består av tre eller fire lag med 6 mm bjørkefiner. Det øverste laget er forsynt med en 2 mm spalt tilpasset akrylplata. Spalten må være trang nok slik at plata sitter godt. Det andre laget er forsynt med 6 hull tilpasset 5 mm hvite lysdioder. På grunn av skjærebredden sette hull diameteren til 0,45 mm. Det tredje laget skal gi plass til lodding av lysdiodene samt en seriemotstand på 220 Ohm. En batteriklemme for 9 V batteri kobles til diodene som vist på figuren under.



Bildet under viser det ferdige skiltet med og uten belysning.



Utvendig belysning



Innvendig belysning

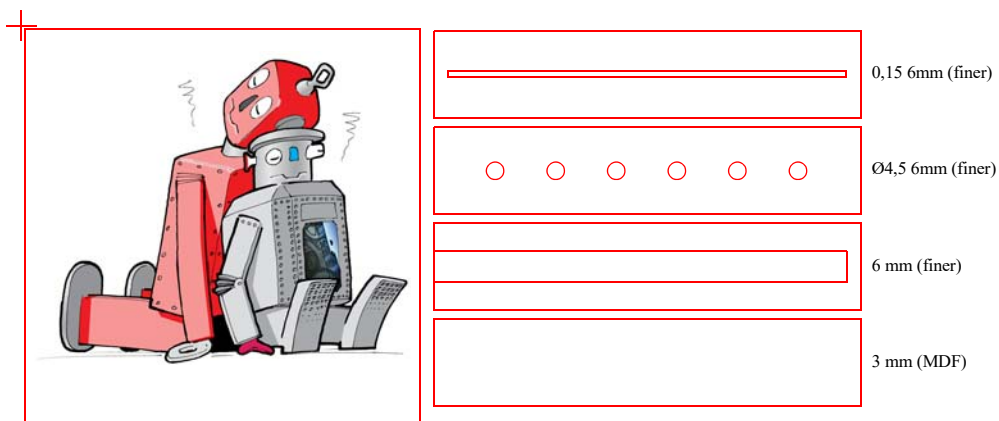




Figuren under viser undersiden av sokkelen hvor man se at lysdiodene er koblet i parallell.

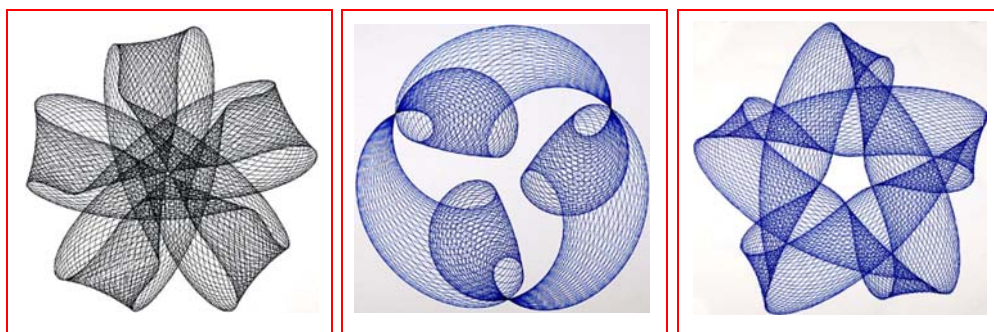


En forminsket utgave av skjærefilen er vist under



Her er det også rike muligheter til å finne andre motiver enn maskotene Rob og Otto fra Vitensenteret i Trondheim.

Figuren under viser tre tegninger laget med Joe Freedman's Cycloid Drawing Machine av Wayne Schmidt. Se også avsnitt 12.2<sup>11</sup>



---

11.



### 5.1.3 Ideens biografi

Ideen kom som et resultat av at slike skilt er relativt vanlig. Dessuten hadde jeg nettopp snakket med Elisabeth ved Nordnorsk vitensenter som hadde eksperimentert med lampeskjermer laget av 3 mm akryl påført graverte mønster hvor mønsteret ble fylt med farger.

Dersom man graverer på begge sider av plata kan man legge i ulike farger på de to sidene å dermed få et flottere resultat.

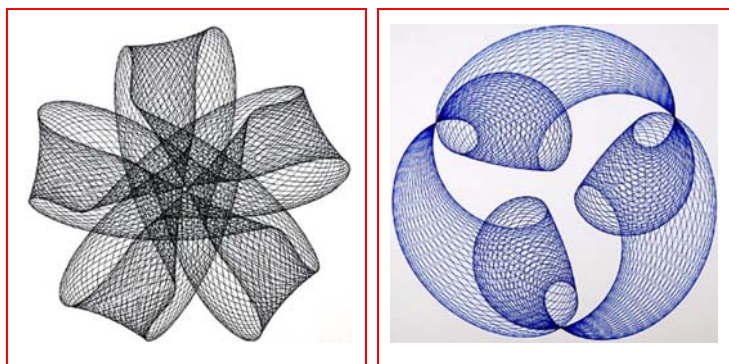
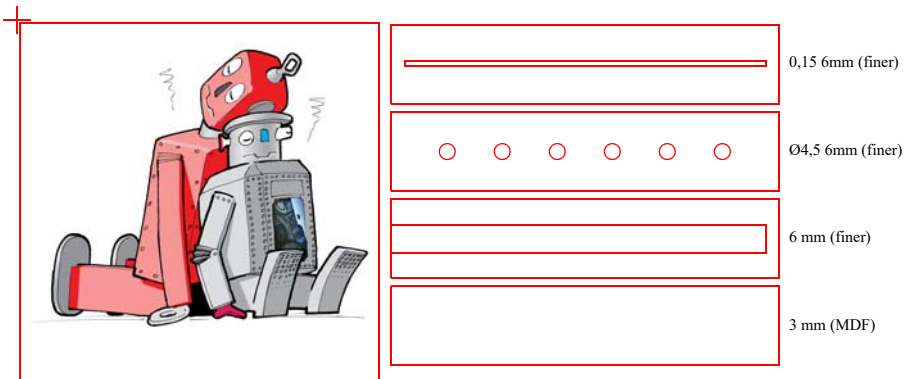
### 5.1.4 Skjære- og graveringsmaler

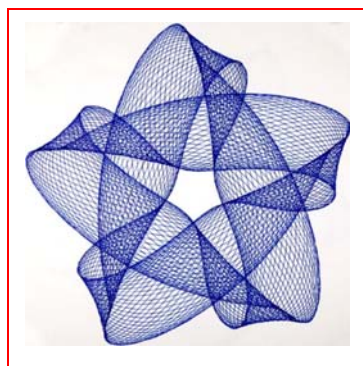
Skjæremaler for skilt med sidelys.

Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %.

Materiale: 2 mm akryl, Vektorskjæring – Speed: 15 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 10 –15 % (uten beskyttelses plast)..

Målestokk 1:2





## 5.2 Lag en IQlight lampeskjerm (Rev. 30.01.17)

### 5.2.1 Bakgrunn

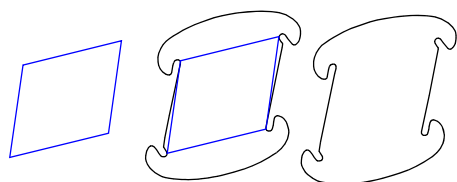
Den danske kunstneren **Holger Strøm** ble på begynnelsen av 70-tallet utfordret av det irske firmaet *Kilkenny Design Workshops*, hvor han var ansatt, til å utvikle en juledekorasjon.<sup>12</sup>

Han tok utgangspunkt i trekanter som han limte sammen til sylindriske og sfæriske former. Han kom imidlertid snart fram til at rombiske former var bedre, da disse kunne framstilles med kroker i hvert av hjørnene, slik at rombene lot seg hekte sammen til selv bærende konstruksjoner. Systemet fikk navnet *IQlight* og ble på 70-tallet, solgt i nærmere 20 000 eksemplarer. Som navnet antyder, hadde juledekorasjonen blitt til en lampe.

I 1999 ble produktet relansert av det danske firmaet **Bald & Bang aps**, i København. Salget av produktet har derfor fått et oppsving de seneste årene.



Holger Strøm



Lampen leveres som plastdeler med en form som vist i figuren til venstre. Her ser vi hvordan brikkene som lampeskjermen er bygget opp av, tar utgangspunkt i romben til venstre, som gis hekter slik at brikkene kan settes sammen.

---

<sup>12</sup><http://www.iqlight.com/>

Figuren til høyre viser et eksempel på hvordan disse brikkene kan settes sammen i en sfærisk form. Utgangspunktet for denne formen er tricontaederet. Som navnet antyder, så er denne formen satt sammen av 30 romber.



Men dette er ikke den eneste formen som kan realiseres av disse rombiske brikkene. Strøm har foreslått en rekke forskjellige former bygget over samme lest.

Detaljerte byggebeskrivelser av en rekke ulike lampeskjermer er gjengitt på <http://www.iqlight.com/>.

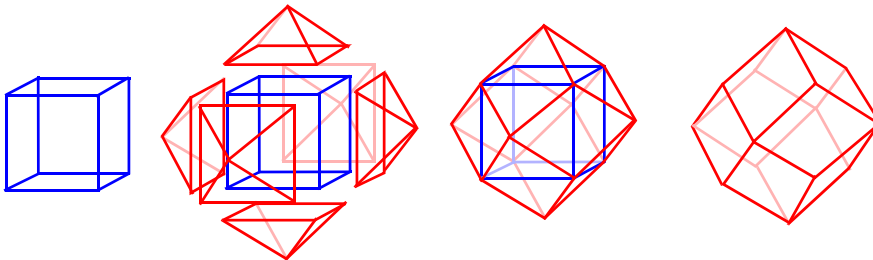
Selv om originalen er laget i tynn og spenstig plast, er det mulig å lage et prøvedesign i papp (160 g) dersom en ønsker å se hvordan formen tar seg ut før en ev. kjøper den originale lampen.

For ordens skyld gjør vi oppmerksom på at designet er patentert. Det er derfor ulovlig å framstille produktet for salg uten samtykke fra rettighetshaverne.

### Rombiske polyedere

Før vi ser nærmere på hvordan vi kan laserkutte delene til en slik lampe la oss se litt nærmere på den matematiske bakgrunnen for den viste konstruksjonen.

Vi kan konstruere en type polyedere ved å plassere en pyramide på hver av sideflatene til et platonske legemene. La oss velge en kube som vist på figuren under.



Vi plasserer en rett kvadratisk pyramide på hver av kubens seks sideflater. Øker vi høyden på pyramidene gradvis, vil vi komme til et punkt hvor sideflatene til pyramider på to naboflater faller i samme plan. I dette tilfellet vil to og to sideflater danner et parallelogram eller rombe. Siden hver av de åtte pyramidene har fire trekantede flater, vil det nye polyederet ha  $4 \cdot 6 / 2 = 12$  flater. Dette polyederet kalles derfor et *rombisk dodekaeder*.

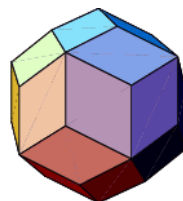
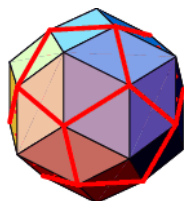
Vi kan gjøre tilsvarende for dodekaederet og ikosaederet. Det vil si at vi plasserer en femkantet pyramide på hver av de tolv sideflatene til dodekaederet, og en trekantet pyramide på hver av de 20 sideflatene til ikosaederet. Tilpasser vi høydene på pyramidene slik at naboflatene får samme helningsvinkel, vil vi få et rombisk polyeder som kalles *rombisk tricontaeder*.



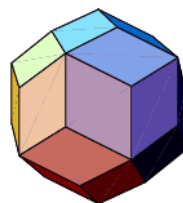
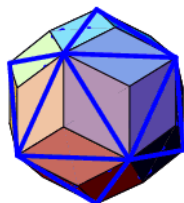
Vi legger merke til at samme polyeder framkommer uansett om vi tar utgangspunkt i et dodekaeder eller et ikosaeder. Antall flater blir  $5 \cdot 12/2 = 3 \cdot 20/2 = 30$ . Det vil si at tricontaederet har 30 rombiske flater.



Dodekaeder

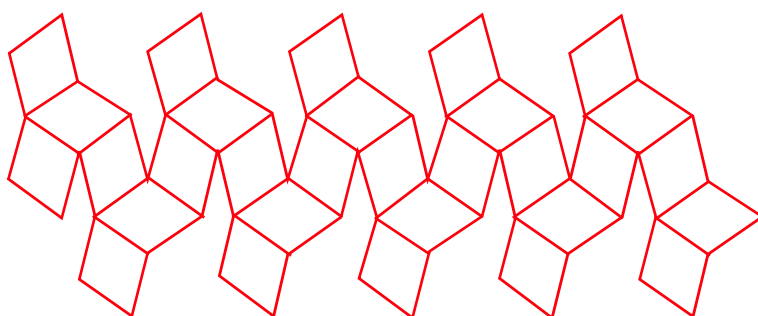


Ikosekaeder



Rombisk tricontaeder

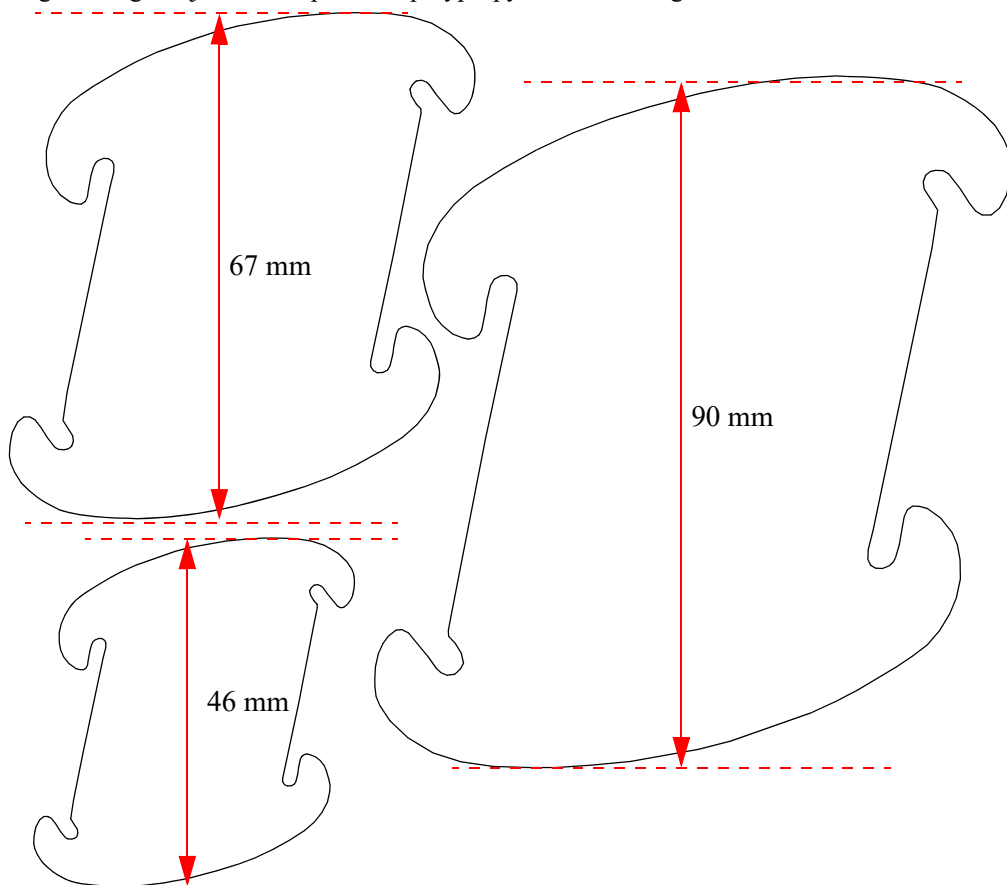
Bretter vi ut tricontaederet, vil vi få en flat struktur som vist på figuren under. Her aner vi hvordan hver av de 30 rombene kan knyttes sammen til en tredimensjonal struktur.



Det Holger Strøm gjorde var å sette "hefter i hvert av hjørnene av rombene slik at de kunne hektes sammen som omtalt foran. Vi skal nå se på ulike varianter av denne lampeskjermen.

### 5.2.2 Konstruksjon

Bitene kan enten skjæres i 160 g kartong eller dersom vi velger en større mal i 250 g kartong. Det er også mulig å skjære dem i plater av polypropylen. Vi har valgt tre ulike størrelser:

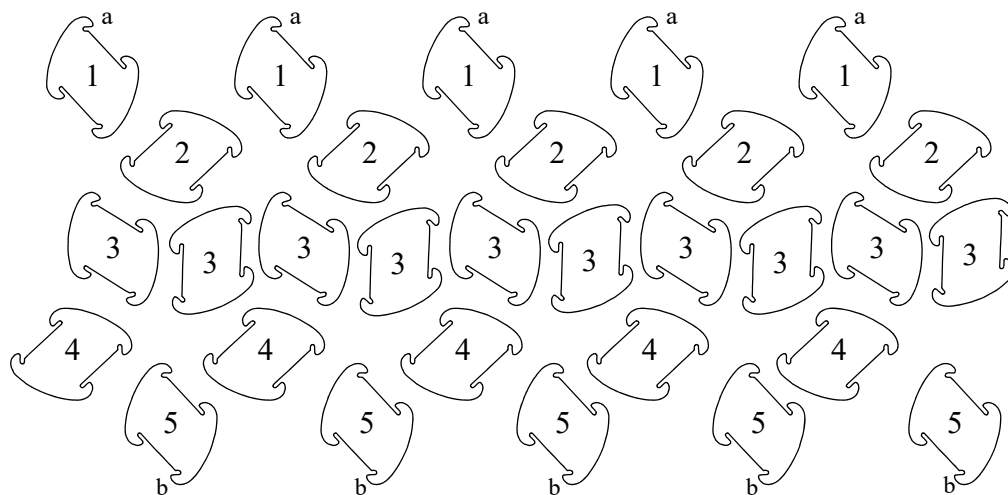


Størrelsene er litt tilfeldig valgt. Her står en ganske fritt. En må imidlertid være klar over at når brikkene blir små stiller de større krav til fingerferdighet. Når de blir store kreves det stivere kartong eller plast for at de ikke skal bli for løse i formen.



Det er mange måter å gå fram for å sette sammen brikkene. En måte er å legge brikkene ut over bordet som vist på figuren under, for så å hekte sammen til “rosetter”.

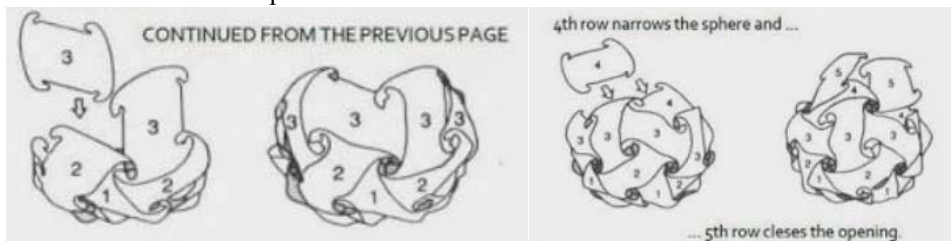
### IQlight med 30 biter



Sett først sammen alle 1'er brikkene til en rosett, dvs. at alle a'er møtes i ett punkt. Deretter hektes alle 2'er brikkene langs ytterkanten av 1'er brikkene.



3'er brikkene hektes så på 2'er brikkene, samtidig som de vendes ca. 90° for hver ny brikke som settes på. 4'er brikkene festes så til kanten av alle 3'er brikkene. 5'er brikkene festes så til kanten av 4'er brikkene. 5'er brikkene danner en tilsvarende rosett som 1'er brikkene, hvor alle b'er hektes sammen til et felles midtpunkt i rosetten.



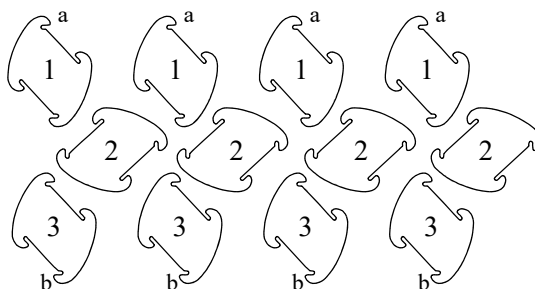
Dermed har man fått et rombisk tricontaeder, en IQlight.

For en mer detaljert beskrivelse se VLIGHTDECO TRADING<sup>13</sup>. Det er også laget god YouTube-videoer som viser hvordan lampen kan settes sammen<sup>14</sup>.

Det finnes en rekke ulike måter å sette sammen denne lampen på. Under er vist brikkeplasseringen med 12, 20 og 25 brikker.

**IQlight med 12 brikker:** Sett først sammen alle 1'er brikkene til en rosett, dvs. at alle a'er møtes i ett punkt. Deretter hektes alle 2'er brikkene langs ytterkanten av 1'er brikkene. Til slutt hektes alle 3'er brikkene til 2'er brikkene slik at de danner en rosett rundt b.

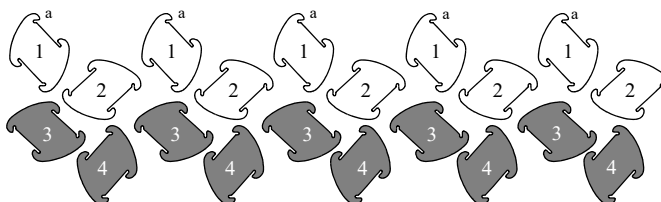
### IQlight med 12 biter



### IQlight med 20 brikker:

Sett først sammen alle 1'er brikkene til en rosett, dvs. at alle a'er møtes i ett punkt. Deretter hektes alle 2'er brikkene langs ytterkanten av 1'er brikkene. 3'er brikkene skal snus og blir dermed speilbildet av 1'er

### IQlight med 20 biter

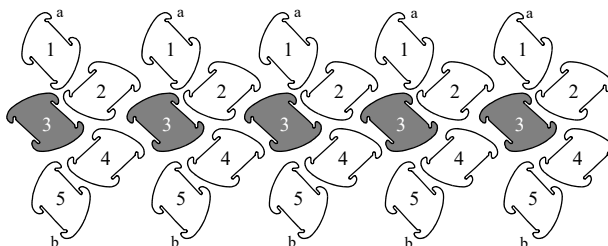


og 2'er brikkene (skravert). 3'er brikkene festes så langs kanten av alle 2'er brikkene. 4'er brikkene danner en tilsvarende rosett som 1'er brikkene.

### IQlight med 25 brikker:

Sett først sammen alle 1'er brikkene til en rosett, dvs. at alle a'er møtes i ett punkt. Deretter hektes alle 2'er brikkene langs ytterkanten av 1'er brikkene. 3'er brikkene skal snus og blir dermed speilbildet av 1'er og 2'er brikkene (skravert på teg-

### IQ-light med 25 biter



13. <http://vlightdeco.blogspot.no/p/basic-work-instruction.html>

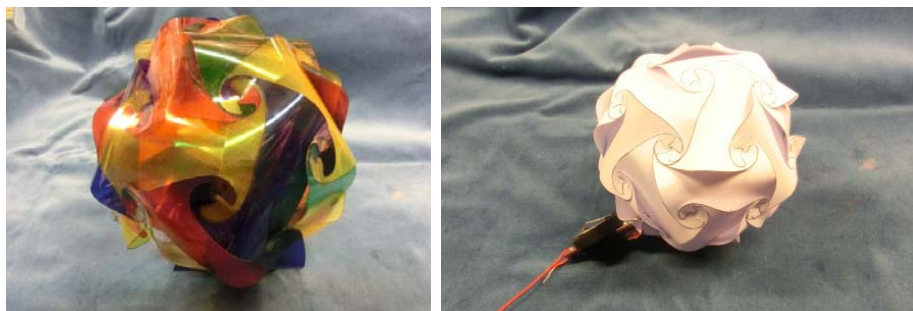
14. <https://www.youtube.com/watch?v=Eu-heqvud7I>





ningen). 3'er brikkene festes så til kanten av alle 2'er brikkene. 4'er brikkene festes så til kanten av 3'er brikkene og 5'er brikkene danner en tilsvarende rosett som 1'er brikkene, hvor alle b'er hektes sammen til et felles midtpunkt i rosetten.

Figuren under viser noen bilder av ferdige lamper. Til venstre ser vi en IQlight (30 biter) laget i fagert transparent. Til høyre en lignende i minste størrelse laget i 160g kartong påmontert LED-lys.



Bildet under viser den minste typen IQlight laget i laserskåret 0,5 mm polyetylen. Å lage IQlight med så små biter i så tykk plast er en krevende øvelse og på grensen av hva som er mulig. Skal man lenger ned i størrelse må man gå over til tynnere materiale.



### Montering av LED-lys

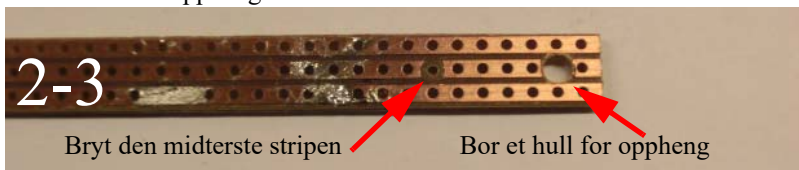
Montering av lys i en IQlight laget av 30 biter av den minste typen.



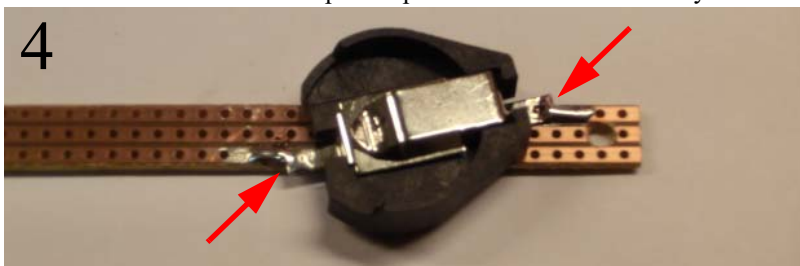
1. Bruk tre striper av vero-board i passende lengde tilpasset størrelsen av din IQlight.



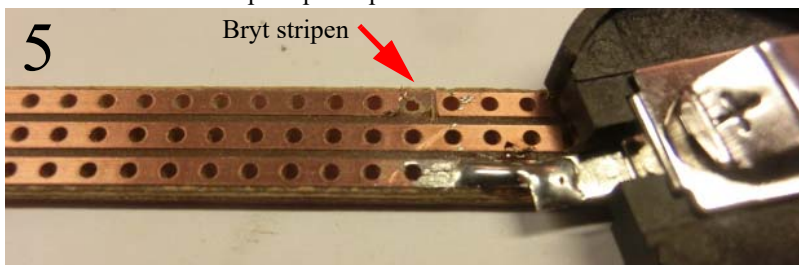
2. Bryt den midterste stripen med et bor. Bor akkurat dypt nok til at kobberstripen brytes.
3. Bor et 2 mm hull for oppheng.



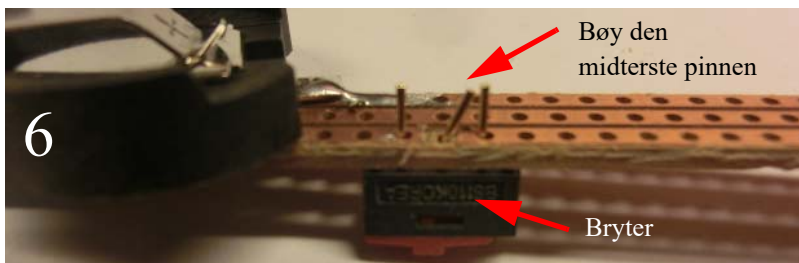
4. Monter batteriholderen slik at de to polene på batteriet kobles til de to ytterste stripene.



5. Bryt banen som er koblet til plusspolen på batteriet med et bor.

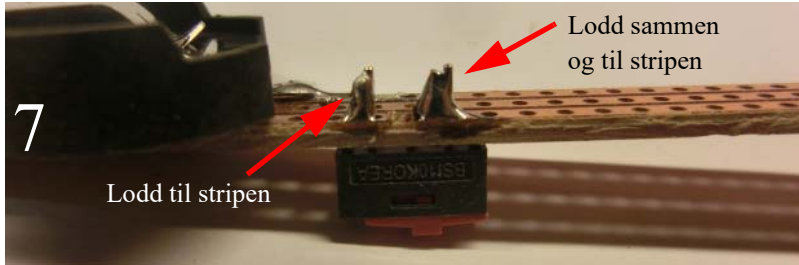


6. Monter bryteren. Stikk det midterste beinet gjennom hullet hvor kobberet er fjernet. Den midterste pinnen bøyes til den ene siden slik at det berører nabopinnen som vist på figuren under.

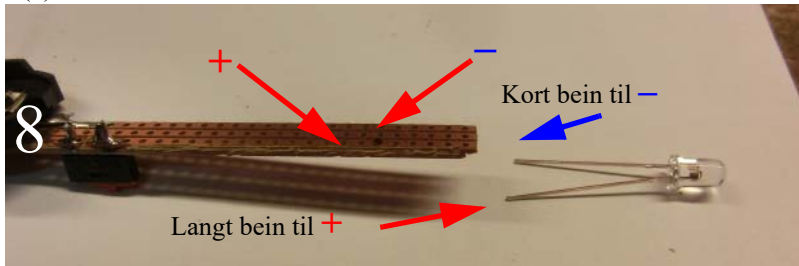




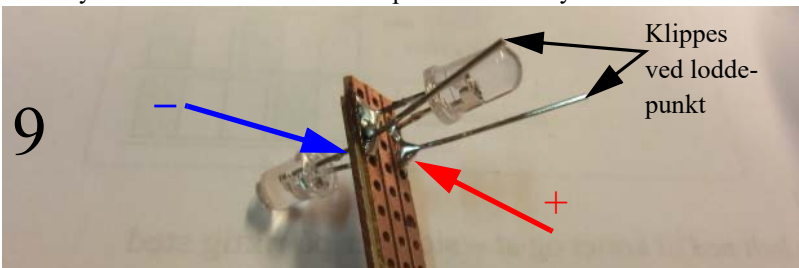
7. Lodd fast pinnene til stripene som vist på figuren under.



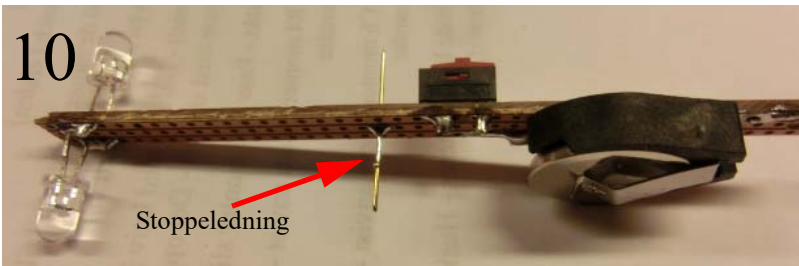
8. To lysdioder skal loddet til mellom de ytterste stripene. Lysdiodene har en positiv og en negativ "pol". Langt bein skal til + og kort til -. Merk hva som er pluss-stripene (+) og minus-stripene (-).



9. Koble de to lysdiodene til hver side av stripene slik at de lyser ut til hver side.



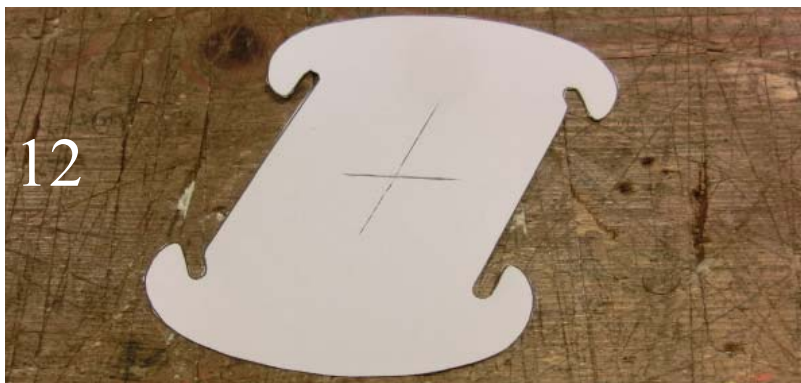
10. Monter to stoppeledninger. Disse skal monteres slik at lysdiodene kommer på riktig plass i IQlight.



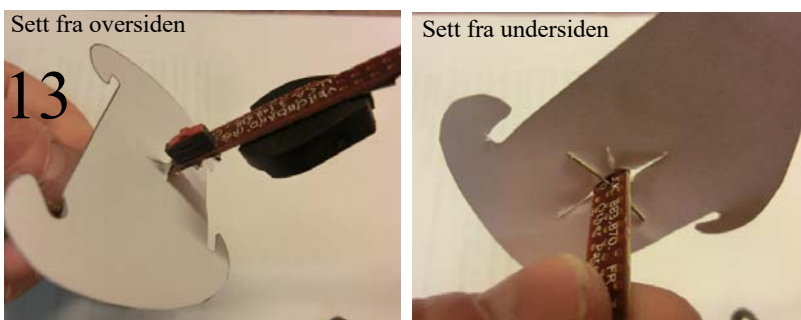
11. Monter batteriet. Pluss skal være opp.



12. Skjær et korsformet snitt i en av biten i IQlight, og som er stort nok til at lysdiodene kan smettes gjennom.



13. Smett lysdiodene gjennom spalten og forbi stoppeledningene slik at IQlight brikken blir plassert mellom bryteren og stoppeledningene. IQlight vil dermed hvile på ledningene når den henger.



14. Små IQ-light kan henges på juletreet og større kan henges i vinduet.

Erfaringene viser at den beskrevne belysningen passer bedre for 160 g kartong enn hvit frostet polyetylen. Polypropylenen blir for gjennomsiktig slik at lysdiodene blir for dominerende. Den hvite kartongen fordeler lyset langt bedre.

#### Komponentliste ([www.elfa.se](http://www.elfa.se))

- Laboratoriekort Fenol hardpapir FR2, ELFA nr. 48-329-79 Ca. stykkpris kr. 2,40



---

• Sykliske RGB LED LL-F506RGBC2E-F1, ELFA nr. 10-259-42	Ca. stykkpris kr. 6,20
• Batterikasse for CR2032 SMD 1063, ELFA nr. 69-134-61	Ca. stykkpris kr. 19,80
• Knappecellebatteri Litium 3 V 220 mAh, CR2032, ELFA nr. 69-245-49	Ca. stykkpris kr. 10,40
• <a href="#">Skyvebrytere on-on 1P, 600A-611-M2R, ELFA nr. 35-360-18</a>	<a href="#">Ca. stykkpris kr. 12,40</a>
• <a href="#">Totalt</a>	<a href="#">Ca. total stk pris kr. 51,20</a>

### 5.2.3 Ideens biografi

Første gang jeg så lampa IQlight var sannsynligvis på slutten av 90-tallet da den ble relansert på markedet. Den gang sto det et bilde og en meget kort omtale av lampa i REDE, medlemsbladet til TOBB (Trondheim og Omegn BoligByggelag). Imidlertid var ikke navnet IQlight nevnt så det var ikke så lett å søke etter mer informasjon. På bakgrunn av bildet forsøkte jeg å bestemme formen til brikkene uten helt å lykkes.



Da jeg en tid senere fikk greie på navnet, var det lett å finne tak i mer informasjon. Det var da jeg skjønnte at det skjulte seg mye matematikk i denne lampeskjermet, at det for alvor begynte å bli spennende. Jeg laget derfor flere varianter av lampa med brikker klippet ut i papp.

Jeg laget også et foredrag rundt designet med historien om Holger Strøm og matematikken bak. Dette ble så brukt som verkstedaktivitet ved tre lærerkurs i Teknologi og Design, et samarbeid mellom Vitensenteret i Trondheim og Nordenfjeldske Kunstindustrimuseum i 2006 og 2007.

Senere ble også et verksted holdt under LAMIS sommerkurs i Sandnes i 2008.

I oktober 2006 besøkt jeg min datter i Oslo og oppdaget at hun hadde to slike lamper hengende over spisebordet hvor bildet til høyre stammer fra.



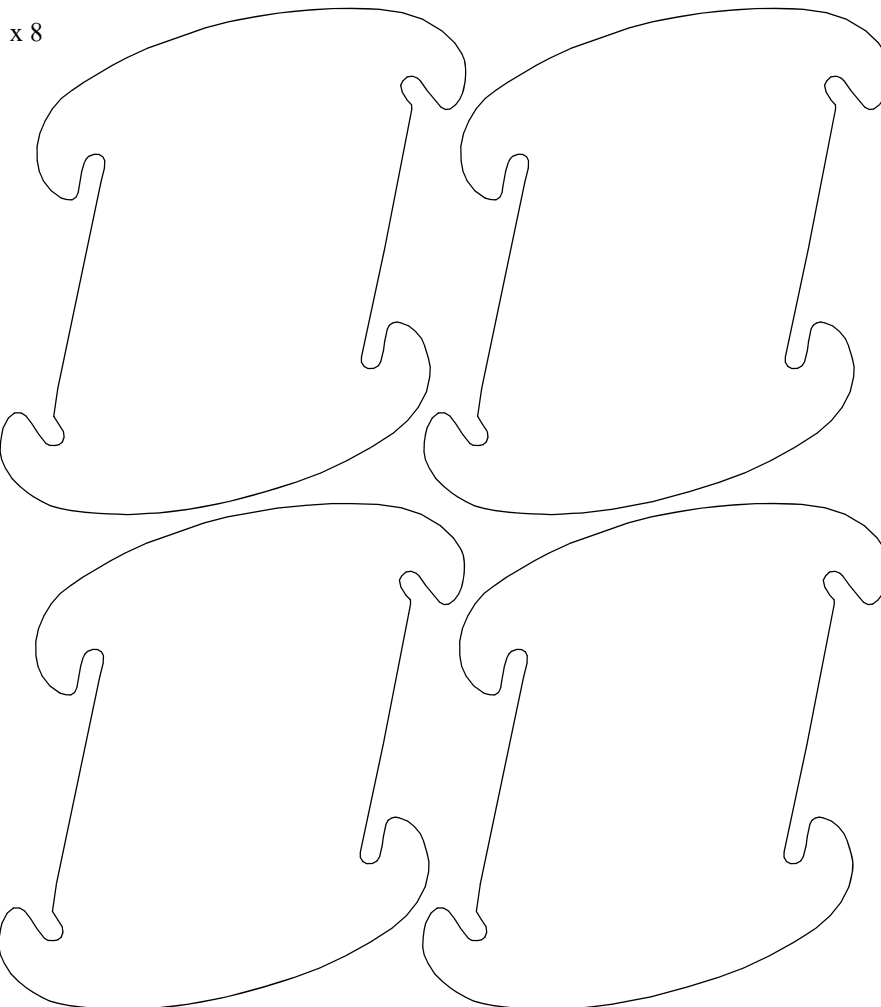
IQlight ble for meg et håndfast bevis på hvordan matematikk kunne inspirere og være et konkret hjelpemiddel for å kunne konstruere

et meget salgbart produkt. En kobling jeg senere har brukt for alt det er verdt.

#### 5.2.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjæremaler for IQlight mellomstor. Det kreves i alt 30 enkelt biter for å lage den versjonen som er gjengitt her.

Materiale: 0,5 mm polypropylen, Vektorskjæring - Speed: 100 %, Power: 60 %

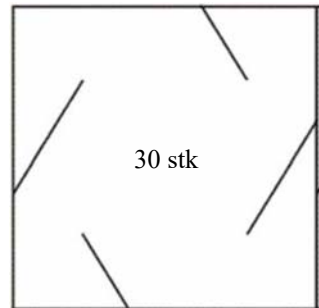
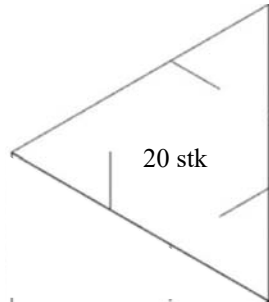
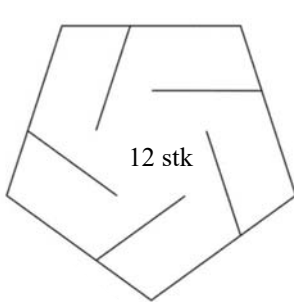
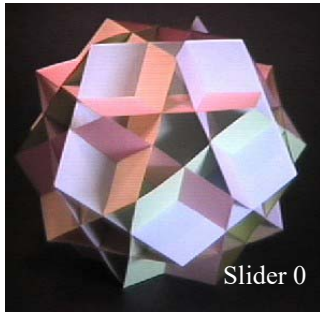




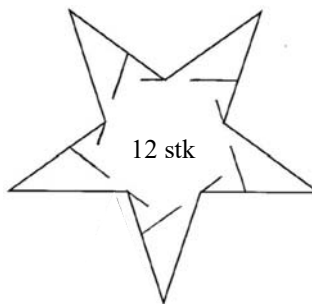
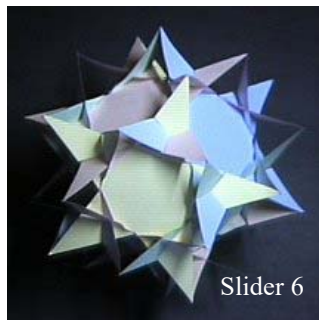
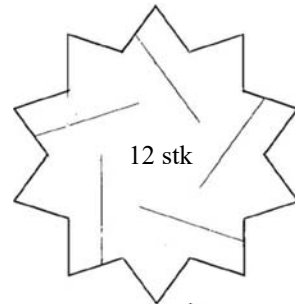
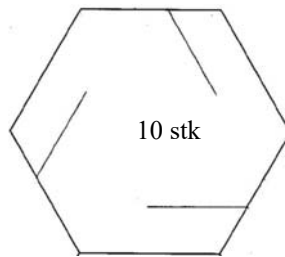
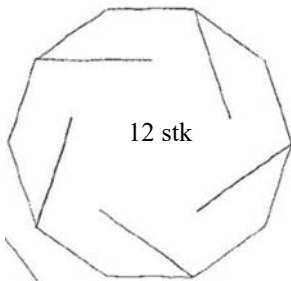
## 5.3 “Slide Together” - polyedere (Rev. 30.01.17)

### 5.3.1 Bakgrunn

Dette er en teknikk som er utviklet av Professor George Hart ved Stony Brook University nær NYC. Han har utviklet en rekke “Slide Together” polyedere som også kan lages som lampeskjermer. De består av enkle former med slisser slik at de kan heftes i hverandre på en mer eller mindre sofistikert måte. Bildene under viser seks varianter av slike “Slide - Together” polyedere konstruert av Georg Hart.







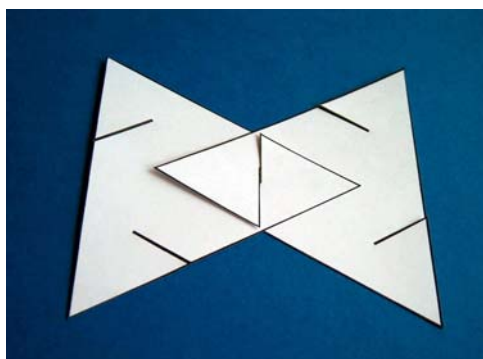
### 5.3.2 Konstruksjon

Her skal vi beskrive to av konstruksjonene. Vi anbefaler imidlertid hjemmesiden til George Hart for detaljer om konstruksjonen av de andre: <http://georgehart.com/slide-togethers/slide-togethers.html>. og <http://georgehart.com/virtual-polyhedra/slide-togethers.html>.

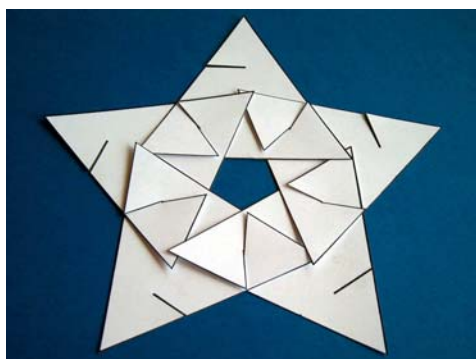


## Avkortet ikosaeder med 20 trekkanter

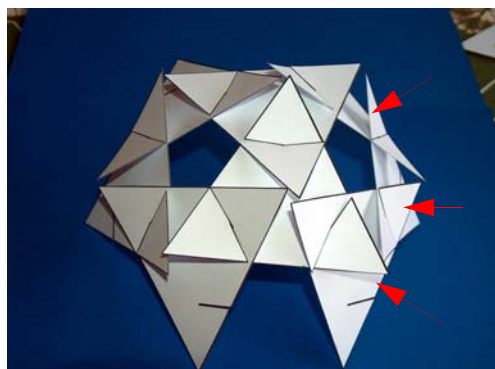
Skjær ut 20 trekkanter som antydnet under Slide 1 over. I fortsettelsen har vi brukt trekkanter av papir, men det er ingen ting i veien for å bruke 0,5 mm polypropylen.



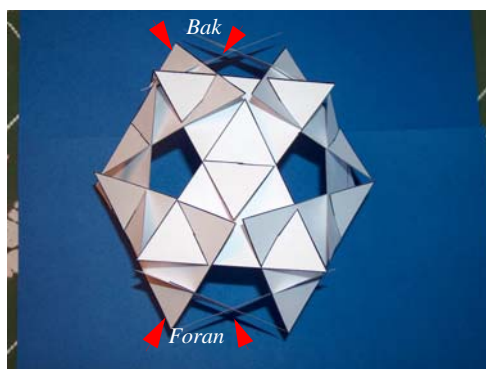
To trekkanter settes sammen ved å gli slissene inn i hverandre.



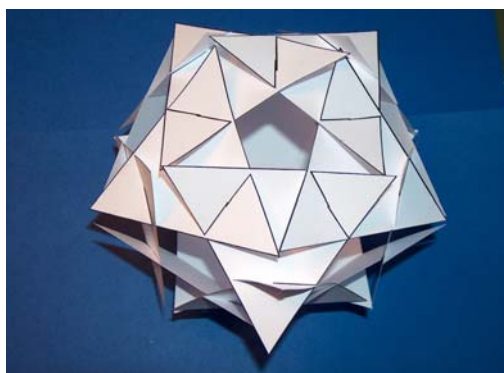
Sett sammen fem trekkanter som vist.



Sett sammen tre trekkanter til og monter dem inntil femkanten som vist.



Monter to trekkanter foran og bak som vist på figuren over.



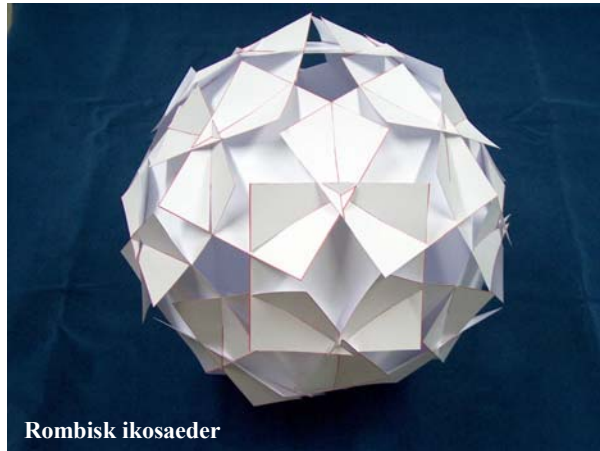
Fyll på med trekkanter på undersiden slik at den blir som på oversiden.



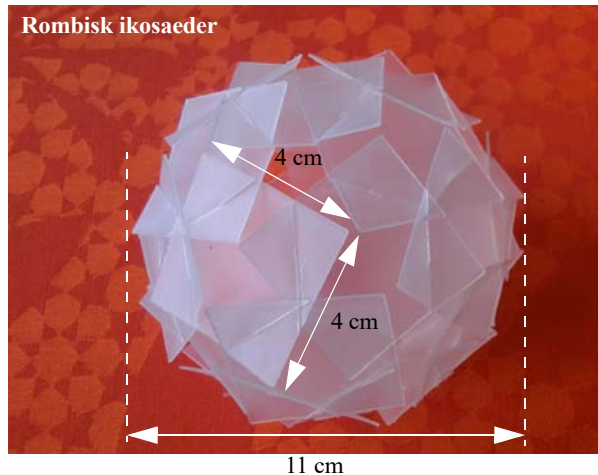
Dersom bitene blir for store vil modellen bli litt løs. Dette bedrer seg ved å redusere størrelsen og ved å bruke plast.

### Rombisk ikosaeder laget med 30 kvadrater

Denne konstruksjonen er noe mer krevende. Modellen på figuren under er laget av 30 biter skåret i 160 g eller 250 g kartong. Dersom en kopierer mønsteret over på kartong med en kopimaskin kan en knapt kopiere på tykkere kartong enn 250 g. Dette stiller seg imidlertid annerledes med laserkutting hvor vesentlig tykkere materialer kan brukes. Imidlertid bør det heller ikke være for tykt siden formene må bøyes idet modellen settes sammen..



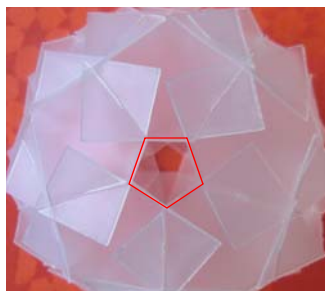
Vi har benyttet 0,5 mm polypropylen og latt hvert kvadrat være 4 x 4 cm hvilket gir et polyeder med en diameter på ca. 11 cm hvilket er noe smått for en lampe. En bør derfor velge større kvadrater.





Jeg valgt å bruke fargeløs polyetylen, modellen kan imidlertid langt vakrere om vi velger 5 farger. Dersom vi gjør det så er det lett legge brikkene slik at ingen med to like farger ligger inntil hverandre.

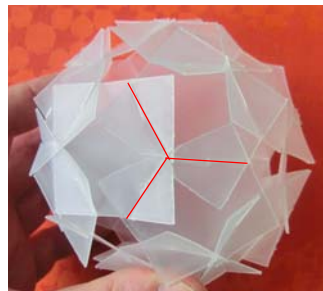
Studerer vi overflate av denne modellen så vil vi oppdage at den består av tre ulike strukturer av satt sammen av kvadrate. Disse tre strukturene er vist i figuren under.



Sentrert omkring de ett av de femkantede hullene som det er 12 stykker av



Sentrert omkring de ett av de 30 kvadratene, hvor vi også kan skimte sekskanten.

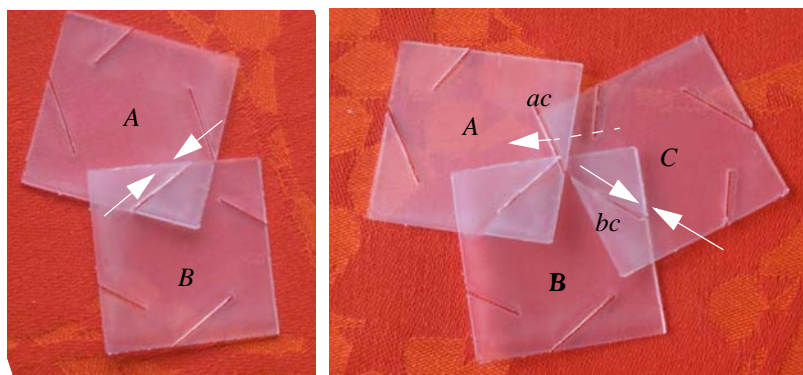


Sentrert omkring stedet der tre kvadrater møtes

La oss se hvordan brikkene settes sammen. Dette kan gjøres på forskjellige måter. Georg Hart foreslår å begynne med et kvadrat og så koble fire andre kvadrater til dette første. Her er noen regler man kan følge:

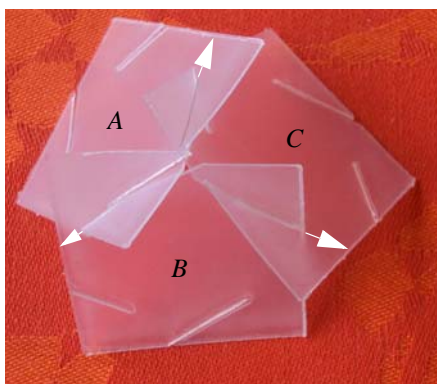
1. Hvert kvadrat har to lange og to korte slisser. En kort slisse hos det ene kvadratet skal alltid skyves inn i en lang slisse fra det andre.
2. Det skal alltid være fem kvadrater rundt et hull slik at hullet blir femkantet.
3. Kvadratene skal alltid settes sammen slik at kuvningen nærmer seg en kule.

Figuren under viser hvordan vi kan starte med to og tre kvadrater. Først sette to firkanter (A og B) sammen med en kort slisse i A inn i en lang slisse i B.

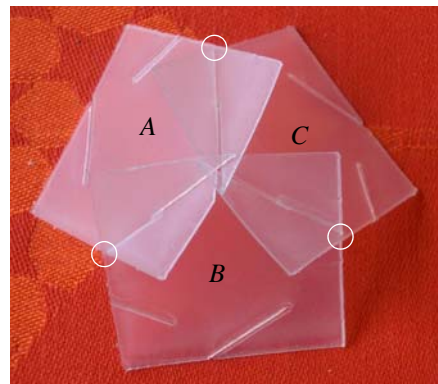


Et tredje kvadrat C settes så inn i spalten *bc*, og smettes samtidig gjennom spalten *ac*.

Dernest sklis de tre kvadratene sammen slik at kantene hos de tre kvadratene tangerer som vist på figuren under til høyre.

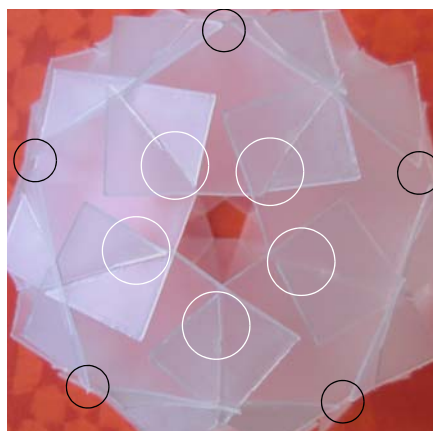
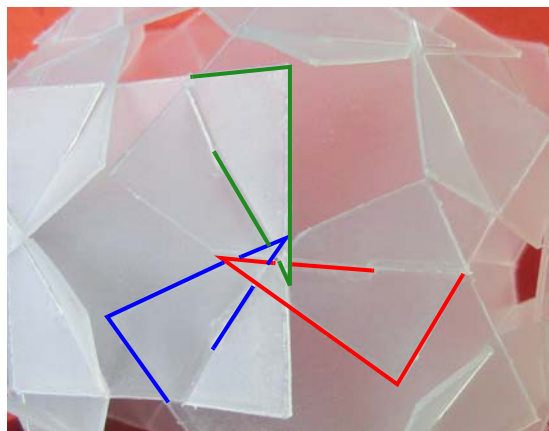


Brikkene er nå sklidd halvveis inn i spaltene, vi ser at det fortsatt er noe igjen før de tangerer



Brikkene er nå sklidd på plass slik at sidekantene tangerer (innringet).

Se spesielt på skjæringspunktet mellom de tre kvadratene. Det viktig at de spisse vinklene legges på rett siden av hverandre som vist på figuren under til venstre



Dernest forsetter man å sette inn kvadrater langs kanten av de tre første. Rundt et femkantet hull sklis de fem kvadratene inn i hverandre *på en enkel måte*, som vist på figuren over til høyre med hvite ringe. Det er lett å glemme at det her skal være fem kvadrater rundt hvert hull, da en må presse to av kvadratene fra hverandre for å få plassert det femte. Vi legger også merke til at de plasseres slik at krumninger går samme vei slik at den totale konstruksjonen tenderer mot en kule. De fem sorte ringene indikerer plasseringen av de fem omkringliggende mer *kompliserte sammenføyningene* som vist på bildet over til venstre.

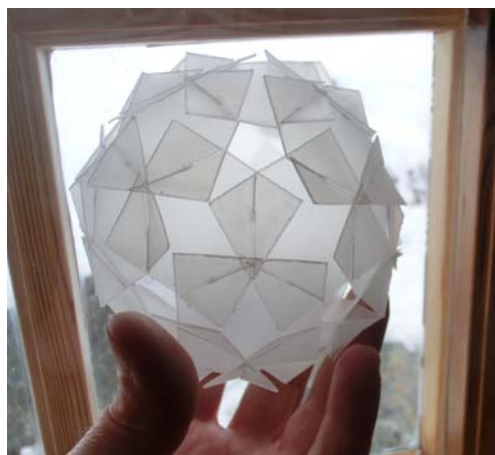
Slik fortsetter man til hele konstruksjonen er ferdig. De siste kvadratene kan være vanskelig å få på plass, men brikkene i polypropylen er sterke og tåler og bøyes.



Figuren under viser den endelige “Slide together” av kvadrater.

For nærmere beskrivelse se <http://georgehart.com/slide-togethers/slide-togethers.html>. Her beskriver George Hart sammenføyningene i detalj.

Dersom konstruksjonen skal brukes som lampe må man åpne opp konstruksjonen for å montere lampeholderen og sette inn pæra. En enkel måte å gjøre det på er å bære pæreholderen inn gjennom ett av de femkantede hullene og skru til med plast mutteren som gjerne følger med slik pæreholdere. Størrelsen på brikkene må tilpasses slik at skjermen få riktig størrelse og det femkantede hullet blir stort nok til sokkelen.



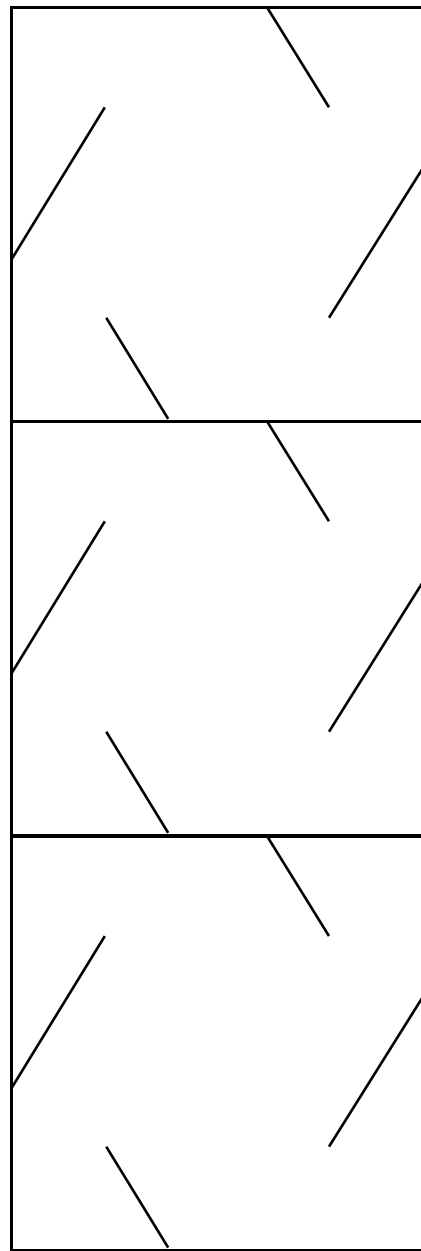
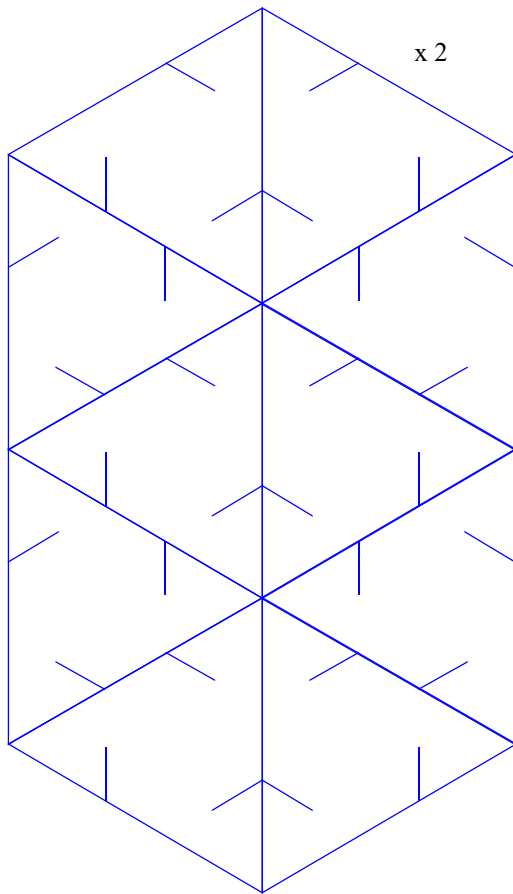
### 5.3.3 Ideens biografi

George Hart laget disse på 90-tallet og har senere brukt dem i mange sammenhenger hvor skolebarn og studenter har bygget sammen ”Slide together” modeller i mange størrelser og farger. Selv så oppdaget jeg dem på begynnelsen av 2000-tallet da jeg jobbet med Den matematiske krydderhylle. Jeg laget også en verkstedaktivitet for elever ved Haukåsen skole.

### 5.3.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjæremaler for “Slide Together” med trekanter og firkanter. Det kreves i alt 20 enkelt biter av trekantene og 30 av firkantene for å lage de modellene som er gjengitt her.

Materiale: 0,5 mm polypropylen, Vektorskjæring - Speed: 100 %, Power: 60 %.





## 6 Astronomi

### 6.1 Lag en planisfære (Rev. 30.01.17)

#### 6.1.1 Bakgrunn

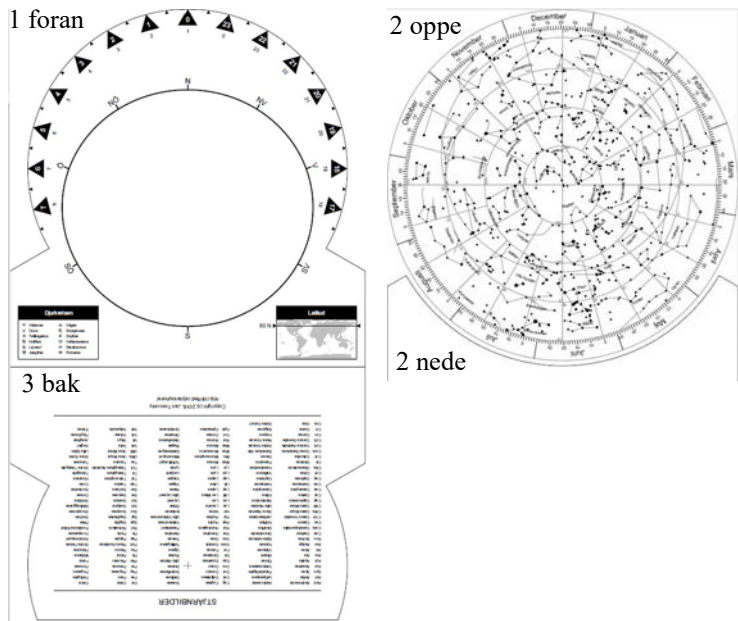
En planisfære<sup>15</sup> viser et utsnitt av stjernehimmelen på en gitt breddegrad. En sirkulær skive gjengir stjernebildene på den delen av stjernehimmelen som er synlig fra den aktuelle breddegraden. En maske med et sirkulært hull kan stilles inn etter årstid og tid på døgnet slik at kun den delen av stjernehimmelen for den aktuelle datoen og tid på døgnet, vises på skiven.



#### 6.1.2 Konstruksjon

Det er mulig å lage en relativt stabil planisfære bestående av fire deler skåret ut på laserkutteren. Figuren under viser de fire delene:

- Del 1 (foran) som er masken som åpner for den aktuelle delen av stjernekartet
- Del 2 (opp) som er selve stjernekartet som ligger bak del 1
- Del 2 (nede) som limes på baksiden av del 1 og som gir rom for stjernekartet
- Del 3 (bak) som limes til baksiden av del 2 (nede) kant i kant med nederkanten.



Et hull midt gjennom stjernekartet (del 2 (oppe)) korresponderer med et hull i del 3 (bak)

(kryss). En aksling går gjennom disse to hullene slik at stjernekartet kan rotere bak del 1 (foran)

<sup>15</sup><https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Planisphere.jpg>



på en slik måte at bare den aktuelle delen av stjernekartet vises gjennom den sirkulære åpningen. Kanten av stjernekartet er forsynt med datoer slik at stjernekartet kan stilles inn etter dato og klokkeslett.

### Realisering

Figuren til høyre viser resultatet etter lasergrave-ring og kutting.

Selve stjernekartet er laget av 3mm MDF med hvit overflate, mens resten er laget av ordinær 3 mm MDF.



### 6.1.3 Ideens biografi

Planisfæren var et resultat av en henvendelse fra Jonas Persson ved Inst. for fysikk. Hvor underlaget til plansfæren opprinnelig kommer fra er derfor ukjent. Under samtalen med Jonas kom det også fram at et kull med arkitektstudenter i 2015 hadde, som elevøvelse, avholdt en arkitektkonkurranse om beste installasjon for stjernetitting. Som et resultat av dette ble “Rindal star cube” våren 2015 en del av kulturstien i Rindal kommune<sup>16</sup>. I underlagsmaterialet for prosjektet finnes en større planisfære som kan egne seg til utendørsbruk i forbindelse med stjernetitting. Så vidt meg bekjent så er det ikke utenkelig at denne er framstilt ved hjelp av en laserkutter.



16. <http://www.tidtilaleve.no/rindal-saa-stjerneklart.5769480.html>

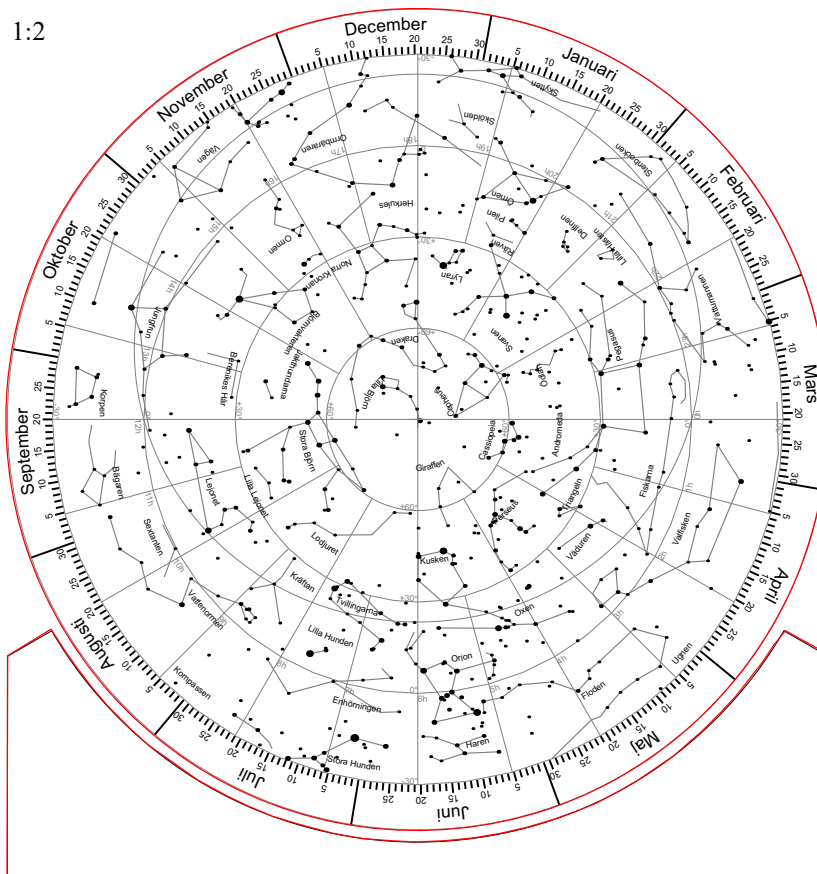


## 6.1.4 Skjære- og graveringsmaler

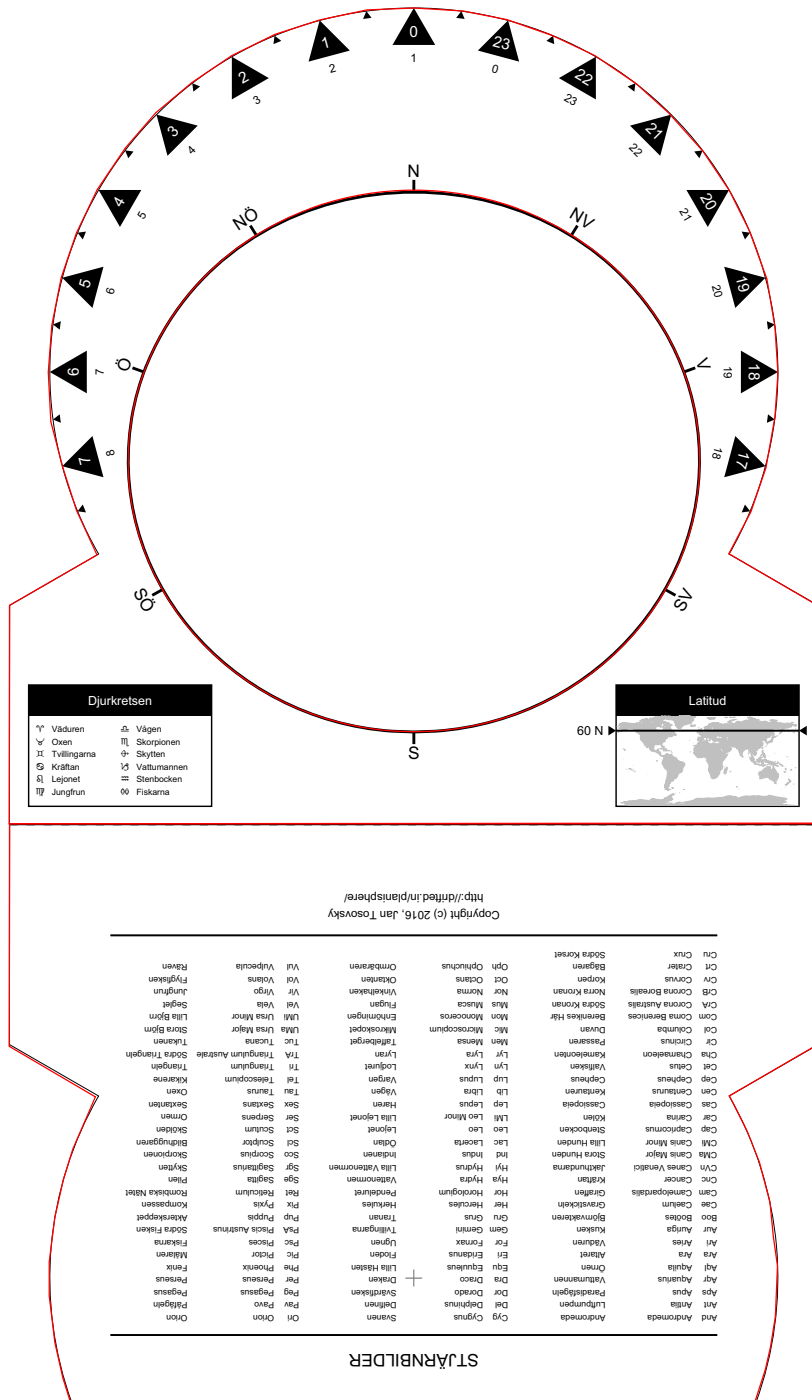
Skjæremaler for planisfære.

Materiale: 3 mm MDF belagt med hvit plast, Vektorskjæring – Speed: 20 %, Power: 100 %, Rastergravinger – Speed: 100 %, Power: 18 %.

1:2









## 7 Oppbevaring

### 7.1 Lag en skreddersydd koffert (Rev. 30.01.17)

#### 7.1.1 Bakgrunn

Noen ganger så oppstår akutte behov, som f.eks, en pakkasse med skreddersyde mål. Kassen som beskrives her er av enkleste slag og ble utformet som en koffert med håndtak. I tillegg ble avsendes navn og adresse gravert inn i lokket i tillegg til FRAGILE med store bokstaver diagonalt over lokk og bunn.

Siden denne skulle sendes med spesialbagasje med fly var det viktig at den kunne tåle de ev. påkjenningene som måtte oppstå under bagasjehåndteringen.

#### 7.1.2 Konstruksjon

Denne gangen valgt vi å tegne ut topp, bunn og sideplater i målestokk 1:4, og forstørre opp etter at fila ble tatt inn i FlexiDesigner. I stedet for å felle sidene sammen med “fingre”, valgte vi å bruke glattkant list i hjørnene og langs langsiden. I tillegg ble det montert lister på tvers i bunn og lokk for å øke styrken dersom boksen skulle bli utsatt for hårdhendt behandling og stor ytre belastning. Det var også viktig å ta hensyn til at sidevangene blir forkortet i henhold til materialtykkelsen. Delene ble til slutt skrudd sammen med treskruer.

Figuren under viser layouten av delene til boksen. Boksen var dessuten merket med “FRAGILE” både på lokket og bunn.



Denne ble skåret ut i 6 mm kryssfiner av bjørk med ytre mål 80 x 50 x 10 cm. Resultatet kan beskues på bildene under.



Detaljer fra monteringen av kofferten.



Plasseringen av skruer i hjørnene på lokk og bunn var vanskelig å forutse siden de ikke måtte komme i konflikt med skruene som holdt sidevangene. derfor ble disse tilpasset helt til slutt.

### 7.1.3 Ideens biografi

Behovet for en pakkasse oppsto da vi skulle frakte trykket “Bryggene ved Nidlevén” av Jan Berg (77 x 44 cm) i glass og ramme til en bryllupsfeiring i Hong Kong. Det viste seg etter en del undersøkelser at ingen koffert som kunne oppdrives på kort sikt var store nok, hverken i butikken eller hos venner og bekjente. Heller ikke våre største sekker dugde. Dermed oppsto tanken om å skreddersy en pakkasse i akkurat rette størrelse og med plass til nødvendig polstring.



Da vi ankom Hong Kong Airport uteble imidlertid pakkassen fra bagasjebåndet og vi ante uråd. Imidlertid hadde den blitt tatt hånd om av en liten kineser som sto å passet på den så den ikke



skulle komme til skade.

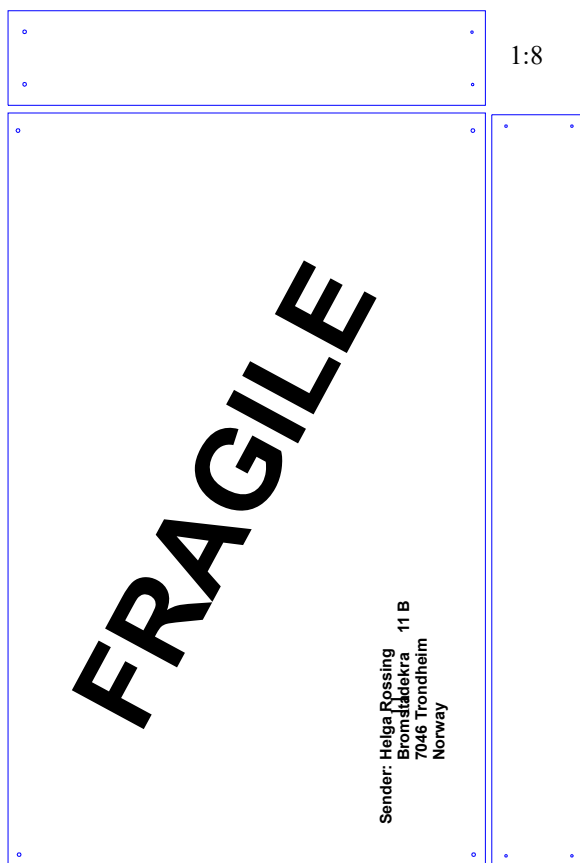
Siden vi hadde lagt så mye arbeid ned i å lage en egen pakkasse valgte vi å ta den tomme kassen med hjem. Så vi fylt den med isopor og håndduker. Tilfeldigvis satt jeg slik i flyet at jeg kunne studere hvordan bagasjen ble lastet ombord. Stor var spenningen, da boksen merket FRAGILE med store bokstaver, ble *lempet* på transportbåndet opp til lasteluka. Akkurat da var jeg særdeles godt fornøyd med at kassen bare var fylt med bobleplast og håndduker, for *lempe* var et mildt uttrykk.

Det hører også med til historien at bildet ble overlevert i god stand og at boksen kom tilbake til Norge like hel og uskadd som da den forlot landet til tross for lempingen.

#### 7.1.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for pakkasse.

Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 25 %.



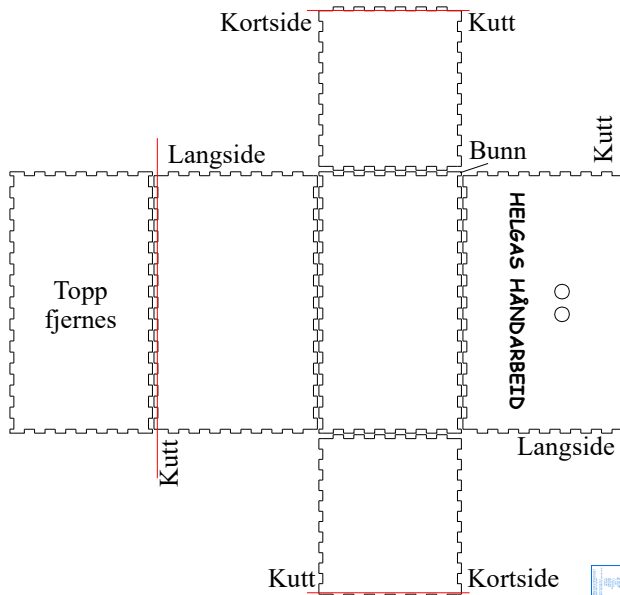
## 7.2 Lag en åpen oppbevaringsboks (skuff) (Rev. 30.01.17)

### 7.2.1 Bakgrunn

Åpne “skuffer” eller bokser kan også lages med boksprogrammene (se avsnitt 2.3 på side 28), til tross for at alle de nevnte programmene lager lukkede bokser. Trikket er å generere en litt høyere boks enn ønsket for så å trekke en linje over alle sideveggene i ønsket høyde, helst akkurat i nederkant av fingrene slik at minst mulig materiale går til spille. Denne linjen trekkes i FlexiDesign samtidig som lokket som er generert av boksprogrammet, fjernes fra fila.

### 7.2.2 Konstruksjon

Denne gangen ønsker vi en boks som har ytre mål lik 40 (b) x 25 (d) x 19,5 (h) cm. Siden veggtykkelsen er 6 mm og programmet krever indre mål så velger vi følgende indre mål for boksen 388 x 238 x 201 mm. Siden vi skal fjerne fingrene i toppen av boksen slik at den blir åpen, kan vi spesifisere høyden lik ønsket høyde pluss materialtykkelsen (6 mm). Bredden av fingrene settes automatisk lik 3 x tykkelsen på veggen (18 mm).





Målestokken på originaltegningen var 1 : 4. Diameteren på hullene ble satt til 5 mm på tegningen, og får en diameter på 2 cm når boksen framstilles i full størrelse.

**Kerf**, som angir tykkelsen på laserkuttet, settes til 0,2 mm da dette kan virke som en fornuftig verdi dersom sammenføyningen i hjørnene skal passe tett sammen. I vårt tilfelle brukte vi trelim i tillegg for å holde sidene på plass. Kuttene og teksten ble lagt på i FlexiDesign. Til slutt ble kanten på toppen slipt ned slik at den ble trekvit.

Resultatet av skjæringen etter at sidene er satt sammen og limt er vist på figuren til høyre.



### 7.2.3 Ideens biografi

Dette var et rent bestillingsverk fra Helga (min kone) som hadde behov for et sted å oppbevare håndarbeidet på hytta.

### 7.2.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for åpen oppbevaringsboks (1:8). Originalfilen er i målestokk 1:4.

Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 25 %.

Det ble ikke laget noen komplett pdf-mal for denne. Pdf-malen som ble framstilt av programmet make-a-boks ble tatt rett inn i FlexiDesigner hvor kuttlinjene, hullene og teksten ble lagt på.



## 8 Matematiske problemløsningsoppgaver

### 8.1 Lag matematiske puslespill med tall (Rev. 30.01.17)

#### 8.1.1 Bakgrunn

Det finnes en rekke matematiske puslerier som egner seg utmerket for å skrives ut på en laserkutter. Disse kan med fordel brukes i en postløype med tema matematikk. La oss se på noen eksempler knyttet til regning og som krever at brukerne utfører hoderegning eller anvender en lommeregner.

#### Rett sum med tallene 1 – 9

Lag et regnestykke med tallene 1 – 9 som går opp:

1	4		□	□	□	+	□	□	□	-	□	□	□
	2	6					□	□	□		□	□	□
3		5					□	□	□		□	□	□
7	8	9					□	□	□		□	□	□

De ni tilgjengelige sifrene 1 – 9, skal legges inn i de 9 posisjonene slik at summen av de to tresifrede tallene skal kunne gjengis korrekt med de tre gjenværende sifrene. Denne oppgaven har en rekke løsninger som alle har tverrsum 18.

En variant er å sette minus i stedet for pluss og se om det er mulig å finne løsninger.

#### Magisk kvadrat

Det skal lages et 3 x 3 magisk kvadrat som er slik at summen i hver av radene, er lik summen i hver av kolonnene er lik summen i hver av diagonalene er lik 15.

1	4	11	12	□	□	□	8	1	6
	2	6	10	15	□	□	3	5	7
3	5	13	14	□	□	□	4	9	2
7	8	9							

Også for denne finnes det flere løsninger. Dessuten finnes et regelverk som kan følges slik at en alltid kommer fram til en gyldig løsning. Det samme regelverket kan brukes for magiske kvadrater med 5 x 5 eller 7 x 7 etter et hvilket som helst magiske kvadrater med et odde antall rader og kolonner<sup>17</sup>.

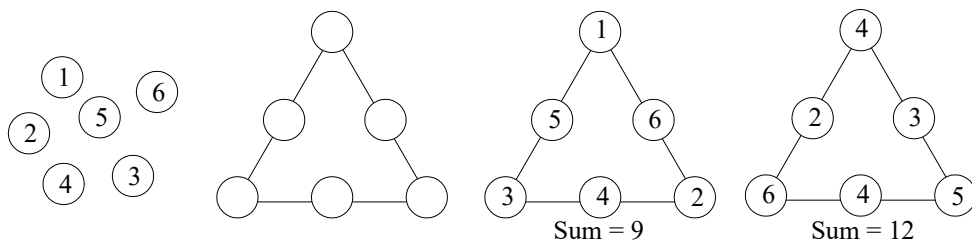
Varianter kan være et magisk kvadrat med 4 x 4 tall hvor en må anvende et annet prinsipp.

17. Se Rossing, N.K., *Den matematiske krydderhylle*, Utg. 8, Fagbokforlaget 2014, side 85



## Tall i trekant

Tallene 1, 2, 3, 4, 5, og 6 skal legges langs sidene i en trekant, slik at summen langs hver av sidene blir 9.

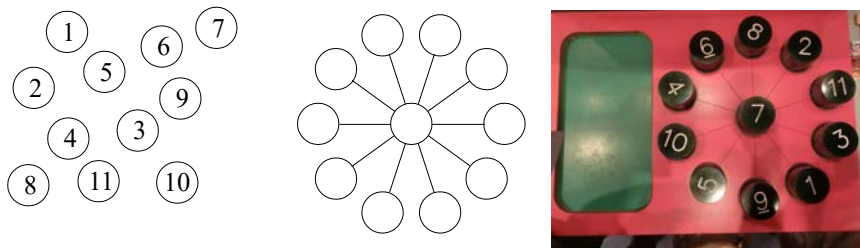


Etter at man har lagt den første oppgaven kan man bruke de samme brikkene å legge dem slik at summen langs hver av sidene blir lik 12.

Sammenlign de to løsningene og forsøk å se et mønster. Klarer du å legge brikkene slik at summen langs hver av sidene er 10 eller også 11? Bekrefter disse siste to det mønsteret du oppdaget tidligere?

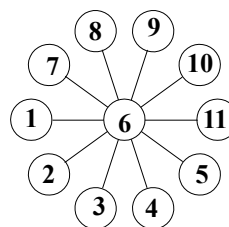
## Stjerneoppgave

Plasser sifrene 1 til 11 slik at summen i alle diagonalene er den samme og lik 18.



Bildet over til høyre er hentet fra Hong Kong Science Museum. Merk at den riktige løsningen ikke er vist på bildet.

Oppgaven kan synes vanskelig dersom en ikke oppdager symmetrien i løsningen, som vist i figuren til høyre.





## “Regnekryssord” med tallene 1 – 9

Tallene 1 – 9 skal legges i de ledige posisjonene slik at alle regnestykkene stemmer.

$\bigcirc - \bigcirc = \bigcirc$   
 $\bigcirc / \bigcirc = \bigcirc$   
 $\bigcirc + \bigcirc = \bigcirc$

$\times$   
 $=$

Her får man kombinert alle de fire regneartene. Bildet til høyre som viser løsningen. Ideen er hentet fra Hong Kong Science Museum.

### Riktige produkter

Lag en multiplikasjon med tallene 1 – 5 og x (multiplikasjonstegn) og = (likhetstegn).

$\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc$

Her finnes det bare en løsning ( $13 \times 4 = 52$ ). En litt mer krevende oppgave får man dersom man inkluderer sifferet 6. Også for denne er det bare en løsning:

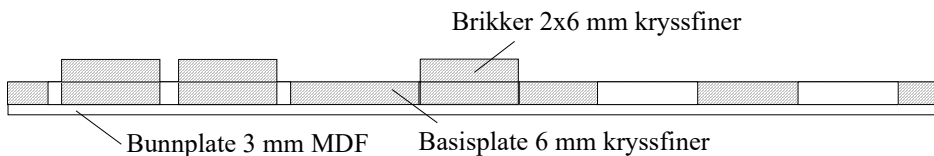
$\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc$

I disse oppgavene må man velge plassering av tegnene så vel som tallene, hvilket gjør oppgaven litt mer krevende.

### 8.1.2 Konstruksjon

#### “Regnekryssord” med tallene 1 – 9 (Rev. 30.01.17)

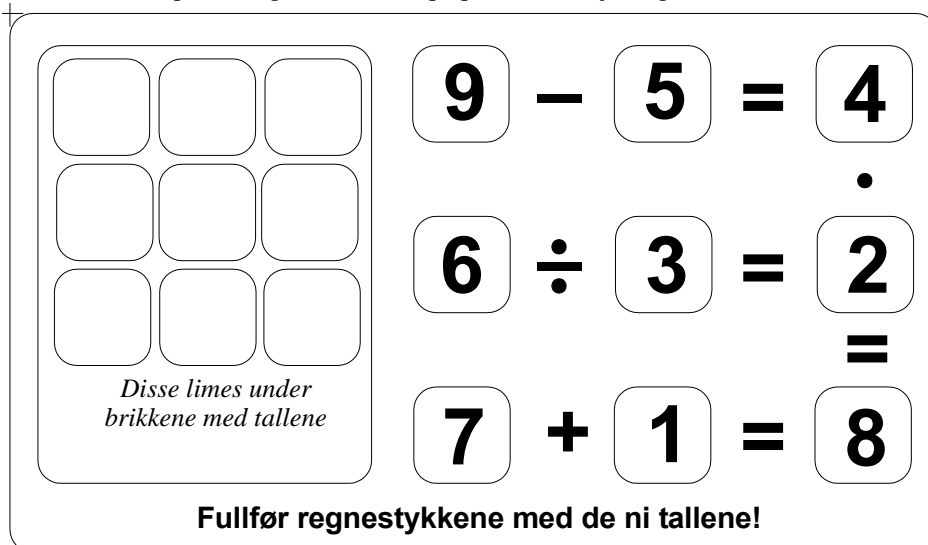
Jeg velger her å beskrive framstillingen av oppgaven “Regnekryssord” med tallene 1 – 9”. De øvrige kan lages etter samme mal. Modellen består av tre lag som vist på figuren under.





Brikkene lages av to lag med 6 mm kryssfiner som limes sammen, dermed skulle de være lette å gripe. Fra tidligere har vi erfaring for at den utskårne delen fra hullene lett kan settes tilbake i hullene som brikker. En åpning til venstre kan brukes som oppbevaringsplass når de ikke er i bruk, samtidig som lag to til brikkene kan skjæres ut av denne åpningen for å spare materiale.

Figuren under viser plasseringen av brikker på plata for utskjæring.



Figuren under viser det ferdige produktet.



Samtlige av oppgavene i dette avsnittet kan lages på denne måten. Det er derfor ikke vanskelig å standardisere utførelsen.

### Magisk kvadrat 1 – 9 (Rev. 30.01.17)

Også denne konstrueres med dobbel høyde på samtlige brikker slik at de skal være lette å gripe. Brikkene plasseres i et åpent felt som gir litt slingringsmonn til brikkene. Alternativt kunne en ha laget enkeltrom til hver brikke dette ville kanskje sett mer ryddig ut, men ville gi skjøre “spilene” mellom hvert tall.

Figuren under viser basisplata til “Magisk kvadrat 1 – 9”.



Bildet under viser hvordan det magiske kvadratet er realisert i 6 mm bjørkfiner og en 3 mm MDF som bunnplate.





## Magisk kvadrat 1 – 5 (Rev. 30.01.17)

Denne inneholder 5 ganger tallene 1 til 5 ordnet i blokker med forskjellig lengde og med ulike antall av tallene i hver blokk. Hver blokk har dobbel tykkelse slik at de skal være lette å gripe. Brikkene og basisplate er laget i 6 mm bjørkefiner og bunnplata av 3 mm MDF.

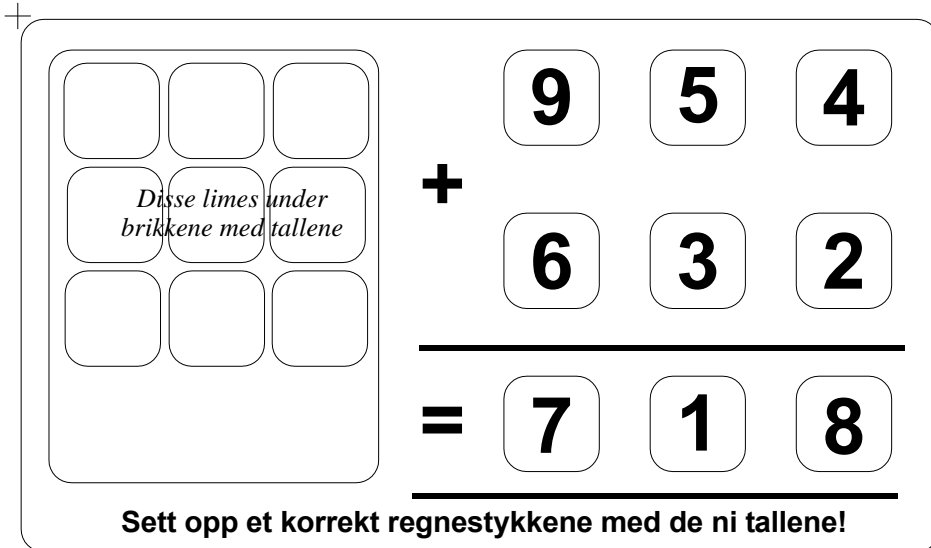


Bildet under viser hvordan det magiske kvadratet 1 – 5 er realisert.



### Rett sum med tallene 1 – 9 (Rev. 30.01.17)

Oppgaven går ut på å plassere tallene 1 – 9 slik at de danner et riktig regnestykke, dvs. en sum. Brikkene er forhøyet og består av to lag med 6 mm bjørkefiner. Til venstre på brettet er et rom hvor brikkene legges når de ikke er i bruk. Nedre del av brikkene skjæres, som tidligere, ut av denne åpningen for å spare materiale. Brikkene og basisplate er laget i 6 mm bjørkefiner og bunnplata av 3 mm MDF.



Bildet under viser hvordan det “Rett sum med tallene 1 – 9” er realisert.

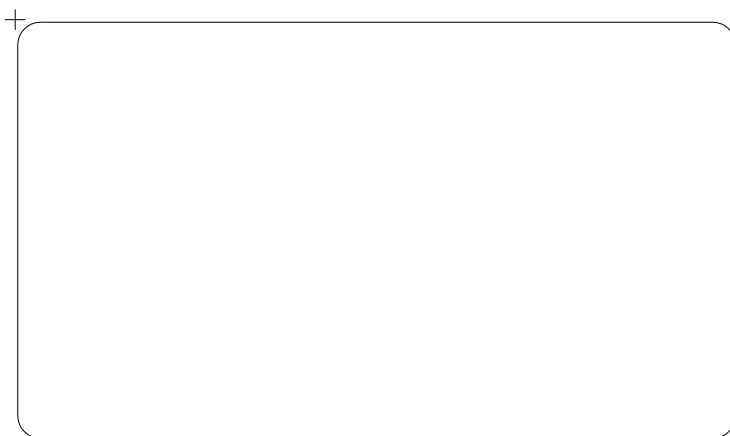


#### 8.1.3 Ideens biografi

Ideen til denne type matematiske puslespill har komme fra ulike hold over mange år. Dels fra *Svein H. Torkildsen* og hans bok “Et ess i ermet, matematikk med en kortstokk”<sup>18</sup>. Andre kilder er prof. emeritus *Neville de Mestre* og hans hefter med oppgaver for bruk i de australske matema-

18.I salg ved Nasjonalt senter for matematikk

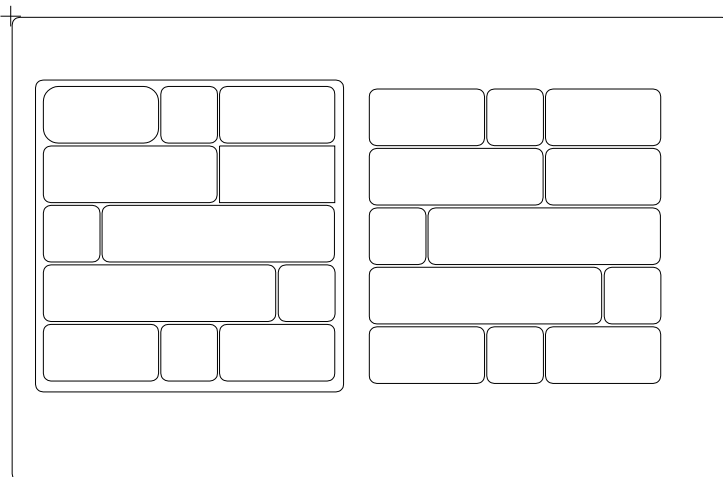




*Bunnplate – skjærefil*

**Magisk kvadrat 1, 2, 3, 4, 5**

Målestokk 1 : 3



*Basisplate – skjærefil*



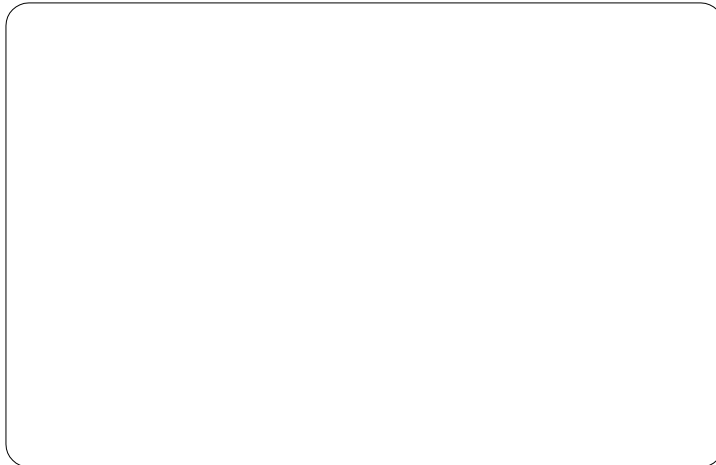
+

## MAGISK KVADRAT

1	2	3	4	5	=15
3	4	5	1	2	=15
5	1	2	3	4	=15
2	3	4	5	1	=15
4	5	1	2	3	=15
					=15

Plasser brikkene slik at summen i alle rader, kolonner og diagonaler er lik 15

*Basisplate – graveringsfil*



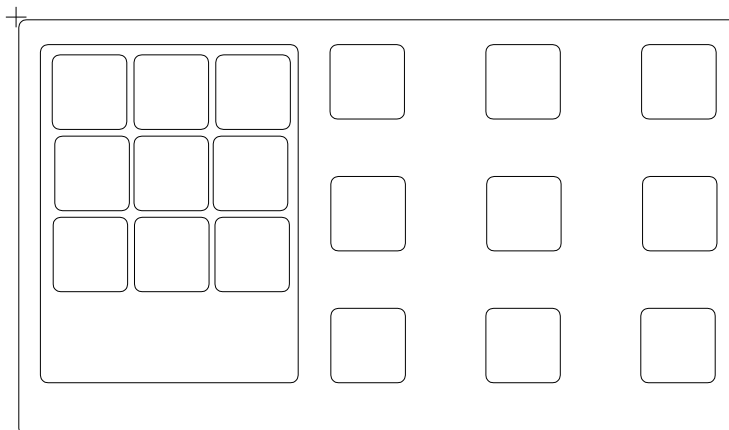
*Bunnplate – skjærefil*





## “Regnekryssord” med tallene 1 – 9

Målestokk 1 : 3



*Basisplate – skjærefil*

+

$$9 - 5 = 4$$

.

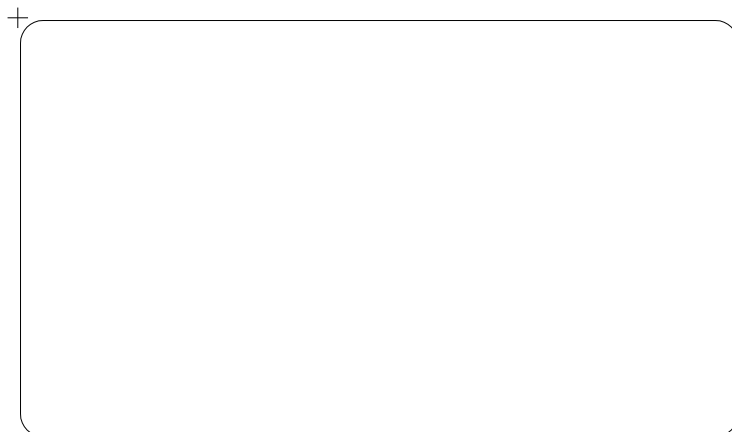
$$6 \div 3 = 2$$

=

$$7 + 1 = 8$$

**Fullfør regnestykkene med de ni tallene!**

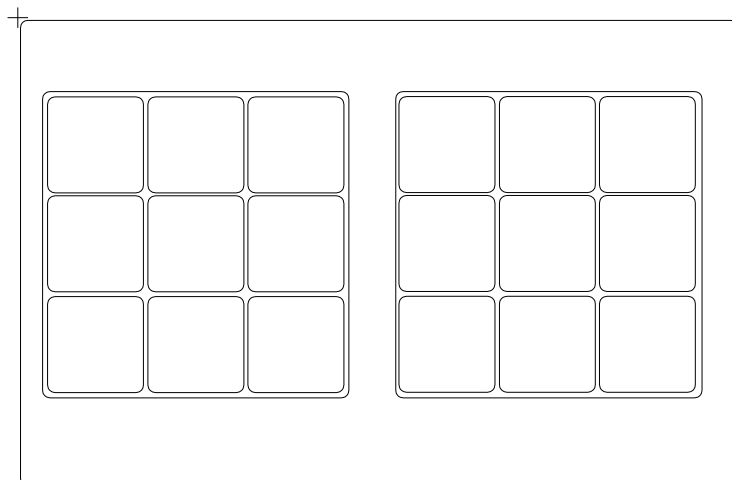
*Basisplate - graveringsfil*



*Bumplate - skjærefil*

**Magisk kvadrat 1 – 9**

Målestokk 1 : 3



*Basisplate – skjærefil*

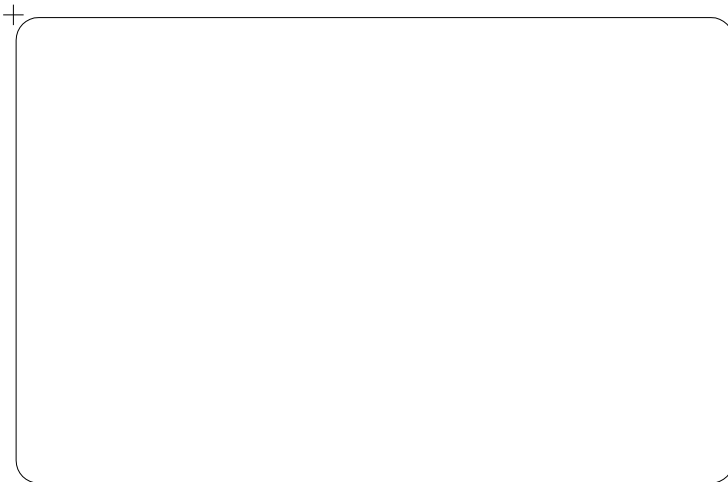
+

## MAGISK KVADRAT

9	5	4
6	3	2
7	1	8

Legg brikkene slik at summen i hver rad,  
kolonne og diagonal blir lik 15

*Basisplate – graveringsfil*



*Bunnplate - skjærefil*

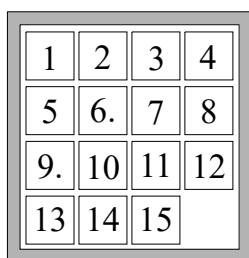
## 8.2 Lag logiske problemløsningsoppgaver (Rev. 30.01.17)

### 8.2.1 Bakgrunn

Laserkutteren egner seg også til å lage flere ulike problemløsningsoppgaver knyttet til logiske problemstillinger. Under har vi skissert et knippe som lett lar seg realisere med laserkutteren.



## 15 spillet



Dette er et klassisk skyvespill bestående av 15 kvadratiske brikker som er nummerert fra 1 til 15 og plassert i en kvadratisk ramme med plass til 16 brikker. Dvs. det er en posisjon som er tom. Ved å flytte brikkene inn i den tomme posisjonen så kan man endre rekkefølgene på brikkene. Målet er å komme fram til en bestemt rekkefølge fra et tilfeldig utgangspunkt.

En variant av spillet ble vist så tidlig som i 1874 av *Noyes Palmer Chapman*, en postmester fra New York, som regnes som oppfinneren av spillet.

Dersom man legger brikkene tilfeldig ned på brettet, vil halvparten av de mulige oppstillingene kunne løses. Dvs. at det er mulig å ende opp med rekkefølgen antydnet på figuren over. Den andre halvparten er ikke løsbart og vil ende opp med en “nesten-løsning” hvor 14 og 15 har byttet plass<sup>19</sup>.

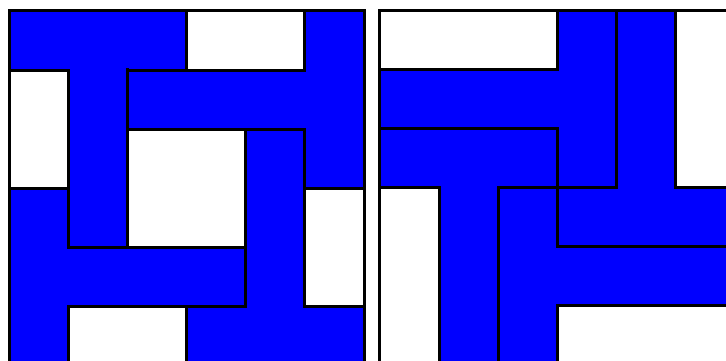
Spillet kan lett lages av en kryssfinerplate og en tynnere MDF i bunnen. Brikkene skjæres ut av åpningen i kryssfineren og graveres med tall.

### De fire klaustrofobiske T’ene<sup>20</sup>

Det finnes en rekke ulike oppgaver som handler om å plassere gjenstander i et avgrenset rom. Disse kan kanskje deles i to kategorier. De som fyller rommet helt og de som *ikke* fyller rommet helt. Dessuten kan “rommet” være to- eller tredimensjonalt.

De fire klaustrofobiske T’ene tilhører gruppen todimensjonale spill som ikke fyller rommet. Dette gjør den spesielt godt egnet for å printes ut på laser-kutter.

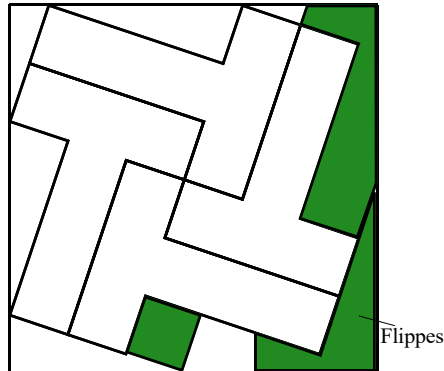
Det interessante med denne løsningen er at oppgaven har to nivåer og flere løsninger.



19. [https://en.wikipedia.org/wiki/15\\_puzzle](https://en.wikipedia.org/wiki/15_puzzle)

20. Den varianten som er vist her kommer fra: <http://www.archimedes-lab.org/pzm50b.html>

Opggaven kan utvides til å legge inn en femte T, da som et ekstra tre-brikkers puslespill som vist under:

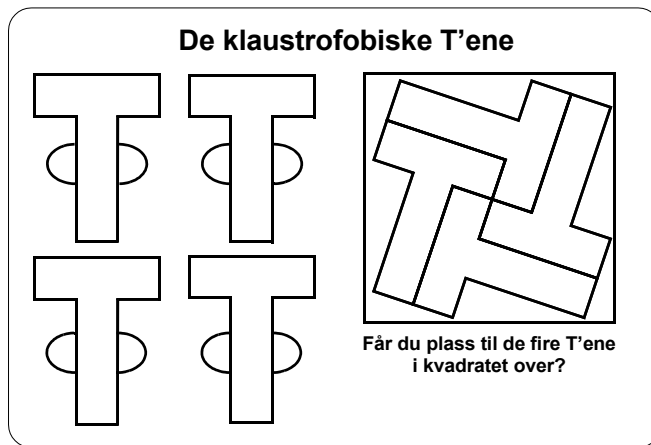


Legg merke til at en av brikkene må snus.

### 8.2.2 Konstruksjon

#### De 4 klaustrofobiske T'ene (Rev. 30.01.17)

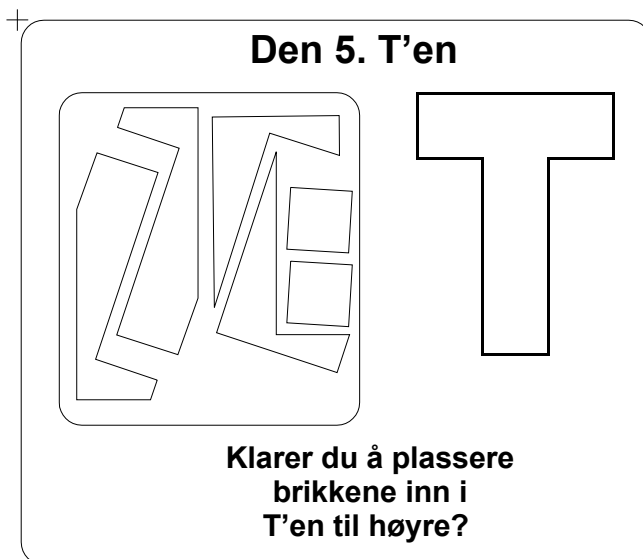
Vi velger å realisere de 4 klaustrofobiske T'ene som vist i figuren under.



Som man ser så har vi valgt å lage gripegroper på sidene av T'ene slik at publikum skal oppmun- tres til å legge dem tilbake i "hvileposisjonene" til venstre. Etter utskrift har en også nok materiale til å lage T'er med dobbel tykkelse for å lette håndterligheten om man ønsker det.



Dersom man ønsker det kan man også lage et lite tilleggspill med en ekstra T som er oppdelt i tre brikker. Denne kan fungere som et eget puslespill, eller kan legges inn som en femte T i puslespillet over.



Her er det lagt opp til å lage doble brikker for å gjøre dem lettere å gripe.

Bildene under viser hvordan det "De klaustrofobiske T-ene" er realisert.



Spillet har flere løsninger.

### 8.2.3 Skjære- og graveringsmaler

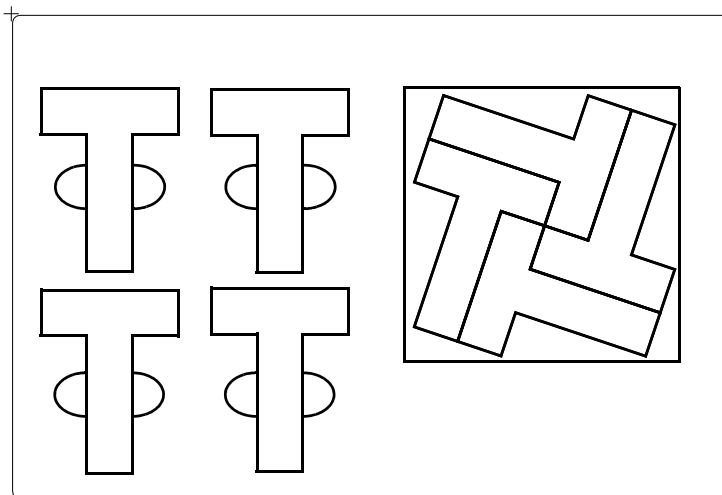
Skjære- og graveringsmaler for logiske problemløsningsoppgaver.

Basisplate – Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %, Raster-gravering – Speed: 100 %, Power: 25 %.

Bunnplate – Materiale: 3 mm MDF, Vektorskjæring – Speed: 20 %, Power: 100 %.

Krysset oppe i venstre hjørne er ment for å posisjonere skjærefil og graveringsfil i forhold til hverandre.

Målestokk 1 : 3



*Basisplate – skjærefil*

+

### **De klaustrofobiske T-ene**

**Får du plass til de fire T-ene  
i kvadratet over?**

*Basisplate – graveringsfil*



*Bunnplate – skjærefil*

## 8.3 Lag intransitive terninger (Rev. 30.01.17)

### 8.3.1 Bakgrunn

Normalt vil vi forvente at en spillterning vil ha lik sannsynlighet for å vende en av de seks sidene opp, dvs. at sannsynligheten for å få en av de seks verdiene er like store.

Vi tenker oss følgende situasjon: Vi er to spillere og vi har tilsammen tre terninger. Hver spiller skal velge en av terningene. Så slår hver av dem terningene og det kåres en vinner og en taper, ev. at det blir uavgjort. Med vanlige terninger skulle en forvente at man kommer ut omtrent likt mht. antall seire, tap og uavgjorte spill bare de kaster mange nok ganger. Et resultat som burde være uavhengig av hvilke av de tre terningene som ble valgt.

For et par år siden fikk jeg følgende spørsmål:

*Tenk deg at du har tre terninger og dere er to som skal kaste terning. Oppgaven går ut på at dere samtidig kaster hver deres terning. Den som får høyest verdi har vunnet omgangen. Hvem vinner flest ganger i løpet av 10 kast?*

*Hvordan skal de terningene være, slik at du, om du velger terning sist, alltid skal være rimelig sikker på å vinne? ”Rimelig sikker” – fordi dette handler om statistikk.*



Det ante meg den gang at terningene ikke hadde verdier som på vanlige terninger, men hadde andre verdier på de seks sidene. Videre at de tre terningene var forskjellige. Men like vel syntes jeg det var underlig at det alltid skulle være mulig å velge en ter-

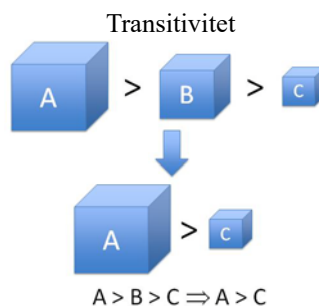




ning slik at jeg statistisk sett alltid skulle kunne slå den andre over tid.

Dette var før jeg kjente begrepet *intransitivitet*. For å forstå hva dette er så la oss først se hva *transitivitet* betyr.

Figuren til høyre viser tre kuber A, B og C med forskjellig størrelse. Vi ser at A er større enn B ( $A > B$ ) og B større enn C ( $B > C$ ), dermed vil A være større enn C eller C vil automatisk være mindre enn A ( $C < A$ ). Dette er så opplagt at selv et lite barn vil klare denne oppgaven. Vi sier at disse tre terningene er *transitive*.



Dersom terningene hadde vært *intransitive*, så ville følgende kunne ha vært tilfelle:

- A > B og
- B > C men
- C > A

Når det gjelder *størrelsen* på terninger så er vi ikke istand til å forestille oss hvordan dette skal kunne skje i virkeligheten.

Når det gjelder *intransitive terninger* så kan følgende være tilfelle:

- Terning A har større sannsynlighet for å slå terning B enn omvendt,
- terning B har større sannsynlighet for å slå terning C enn omvendt, og ...
- terning C har større sannsynlighet for å slå terning A enn omvendt

Altså A slår B (“ $p(A) > p(B)$ ”), B slår C ( $p(B) > p(C)$ ) og C slår A ( $p(C) > p(A)$ ).

Så er altså spørsmålet: Hvordan skal verdiene på slike terninger være for at dette skal være mulig (om det faktisk er mulig)?

La oss for enkelhets skyld bruke tre terninger med forskjellig farge: Rød, blå og grønn. Dersom vi gir de seks sidene til disse terningene følgende verdier, så er påstanden at terningene vil være *intransitive*:

- Rød: 1, 4, 4, 4, 4, 4
- Blå: 3, 3, 3, 3, 3, 6
- Grønn: 2, 2, 2, 5, 5, 5

Dvs. Rød slår blå, blå slår grønn og grønn slår rød statistisk sett. I diagrammet under har vi satt opp de tre utfallsrommene for de tre kombinasjonene av terninger:

Rød/ Blå	1	4	4	4	4	4
3						
3						
3						
3						
3						
6						

Rød/Blå =  $25/36 = 69\%$

Blå/ Grønn	3	3	3	3	3	6
2						
2						
2						
5						
5						
5						

Blå/Grønn =  $21/36 = 58\%$

Grønn/ Rød	2	2	2	5	5	5
1						
4						
4						
4						
4						
4						

Grønn/Rød =  $21/36 = 58\%$



Vi ser at rød i gjennomsnitt slår blå terning 25 av 36 kast (69%), mens blå terning i gjennomsnitt slår grønn terning 21 ganger av 36 kast (58%), og at grønn terning i gjennomsnitt slår rød terning 21 av 36 kast (58%).

Det finnes mange slike kombinasjoner av terninger som gir intransitive utfallsrom. Vi legger kanskje også merke til at leken “Stein, saks, papir” også er intransitiv i og med at steinen slår saksen, saksen slår papiret og papiret slår steinen.

Så kan vi ved selvsyn se at intransitive terninger er mulige selv om det føles litt underlig.

I denne sammenhengen skal vi bruke et program for å generere layouten til kubiske bokser som er merket slik at de danner tre intransitive terninger.

### 8.3.2 Konstruksjon

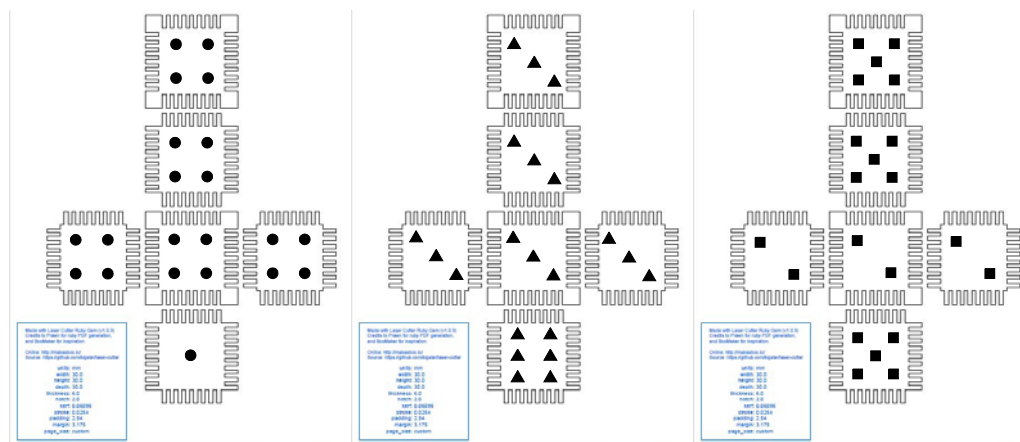
Siden vi i utgangspunktet kun har én farge så må vi sørge for å merke terningene på andre måter. Dette kan gjøres på ulikt vis. La oss assosiere til stein, saks, papir og bruke symbolene sirkel, trekant og kvadrat. Hvor sirkelen (stein) slår trekanten (saks), trekanten (saks) slår kvadratet (papir) og kvadratet (papir) slår sirkelen (stein). Vi velger å angi øyene med de tre symbolene:

Sirkel-terningen har 1, 4, 4, 4, 4, 4 sirkler på sine 6 sider

Trekant-terningen har 3, 3, 3, 3, 3, 6 trekanter på sine 6 sider

Kvadrat-terningen har 2, 2, 2, 5, 5, 5 kvadrater på sine 6 sider

Vi velger å bruke programmet make-a-box for å generere terningene (se avsnitt 2.3.3 på side 31) og spesifiserer en terning på 30 x 30 x 30 mm. Vi velger sirkler, trekanter og kvadrater som symboler på de tre terningene.



Bildet til høyre viser de ferdige terningene. Trekantene er erstattet med stjerner. Hjørnene bør slipes runde slik at terningen ruller bedre.



### 8.3.3 Ideens biografi

For en del år tilbake fikk jeg følgende spørsmål:

*Jeg har tre terninger. Vi velger hver vår terning og kaster. Den som får høyest skår i hvert kast vinner omgangen. Vi kaster mange omganger. Den som har vunnet flest ganger vinner konkurransen. Du velger først og kan velge en hvilken som helst av de tre terningene. Deretter skal jeg velge blant de gjenværende to, slik at jeg alltid vil vinne over deg dersom vi kaster mange nok ganger.*

Den gang forsto jeg ikke at dette kunne være mulig og var ikke istand til å gi noe svar på utfordringen. Helt til jeg for et par år siden oppdaget en salgsannonse for “ikke transitive terninger” hos det engelske firmaet “Grand Illusion”<sup>21</sup>.

Jeg bestilte terningene og fikk satt navn på fenomenet hvilket gjorde det mulig å søke på nettet, dermed forsto jeg at dette var et kjent fenomen som både lot seg teste med de nevnte terningene og som lot seg analysere på en måte som selv elever på ungdomsskolen kunne klare. Jeg lanserte ideen på en fagdag for Trondheim Katedralskole i august 2015, hvilket skapte en del interesse blant matematikklærerne.

### 8.3.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for intransitive terninger.

Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 25 %.

Krysset oppe i venstre hjørne er ment for å posisjonere skjærefil og graveringsfil i forhold til hverandre.

Images

Non Transitive Dice - Set 2

Another variation on Non Transitive Dice, this time based on a set of three dice. The number combinations are 1, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 6 and 2, 2, 2, 5, 5, 5. In this case, the first die beats the second in 25 out of 36 possibilities, the second beats the third in 21 out of 36 chances, and the third beats the first in 21 out of 36 tries.

Michael Phillips writes to point out that Bradley Efron designed some further sets of Non Transitive Dice, including

- 2,1,3,9,10,11
- 0,1,7,8,8,9
- 5,5,6,6,6,6
- 4,4,4,12,12

and

- 1,2,3,9,10,11
- 0,1,7,8,8,9
- 5,5,6,6,7,7
- 3,4,4,5,11,12

Thanks for this, Michael

These dice are unique to Grand Illusions

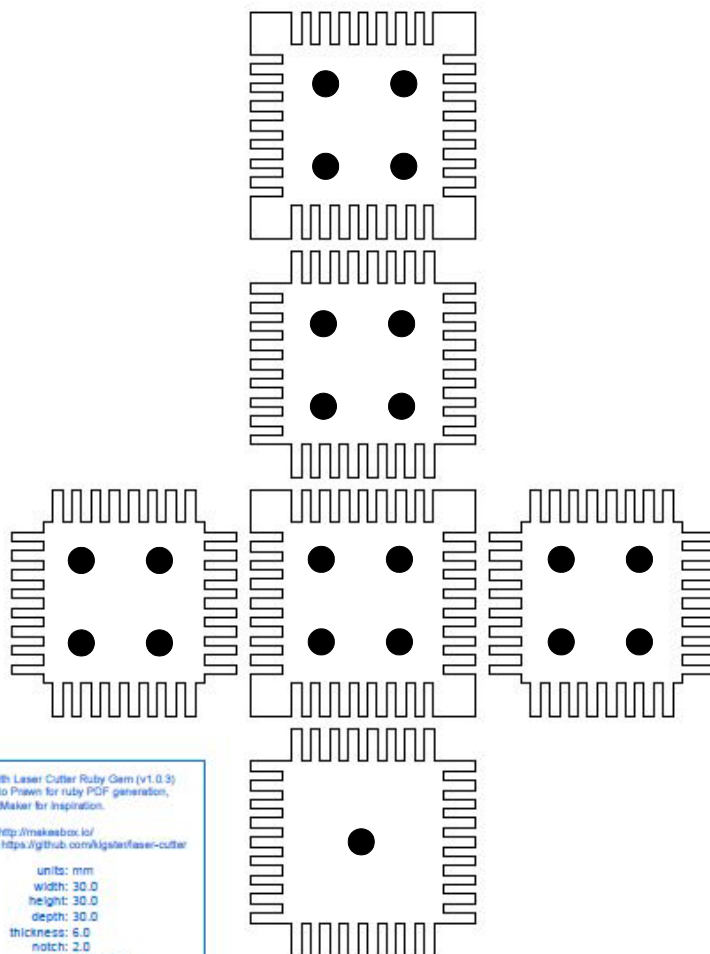
Made in UK

Price: £3.99  
\$5.16 USD  
(Including VAT at 20%)

Price: £3.33  
\$4.21 USD  
(Excluding VAT at 20%)

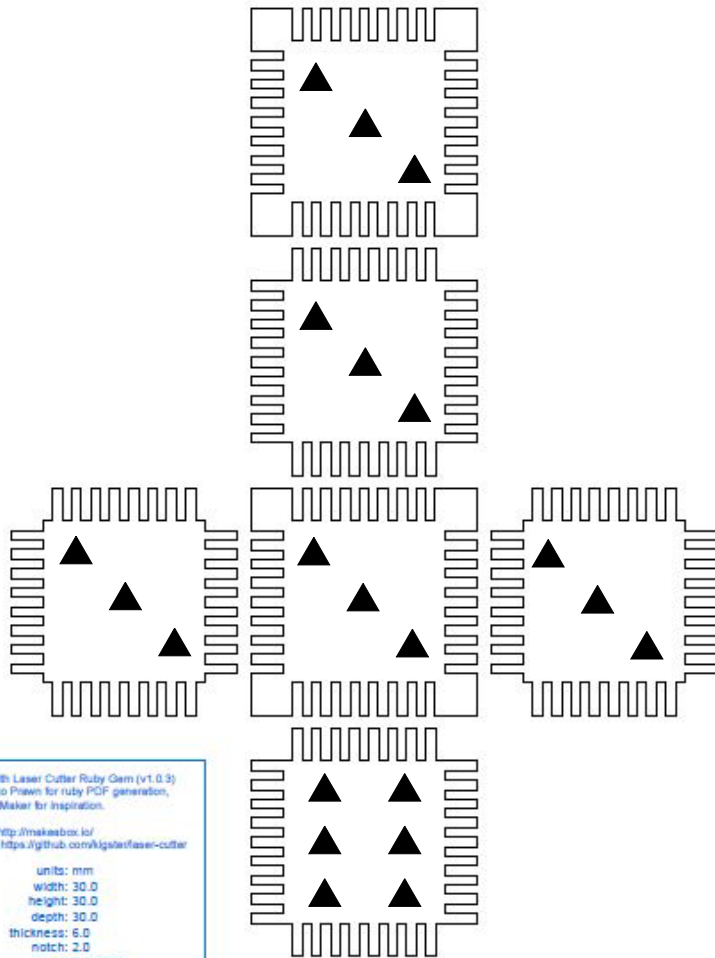
Quantity  BUY

21. [http://www.grand-illusions.com/acatalog/Non\\_Transitive\\_Dice\\_-\\_Set\\_2.html](http://www.grand-illusions.com/acatalog/Non_Transitive_Dice_-_Set_2.html)



Made with Laser Cutter Ruby Gem (v1.0.3)  
Credits to Prawn for ruby PDF generation,  
and BoxMaker for inspiration.  
Online: <http://makeabox.io/>  
Source: <https://github.com/mkgster/laser-cutter>

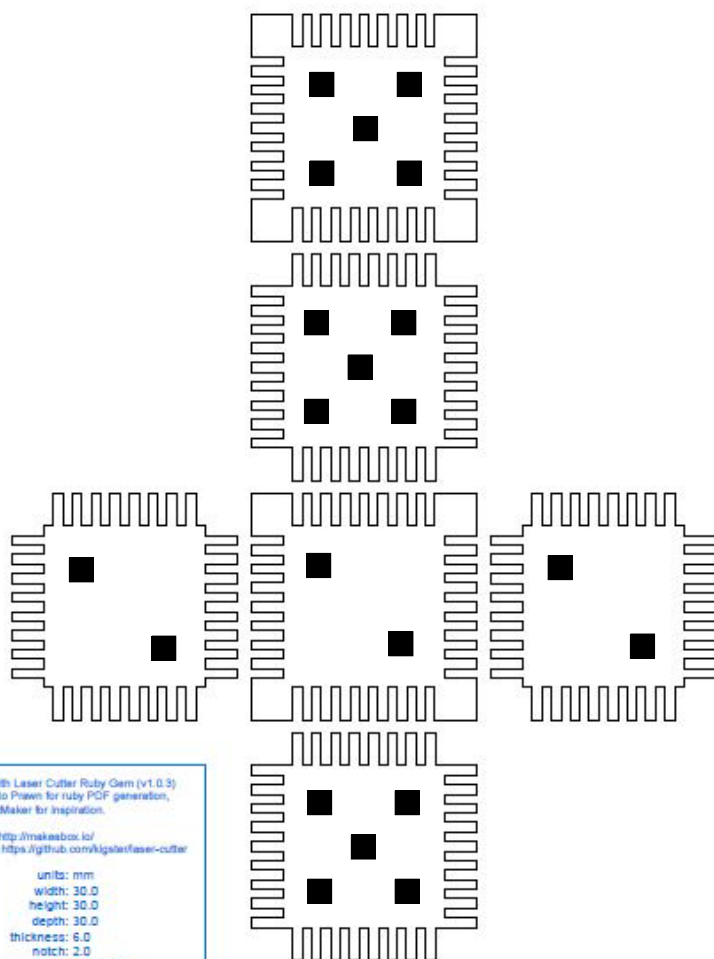
units: mm  
width: 30.0  
height: 30.0  
depth: 30.0  
thickness: 6.0  
notch: 2.0  
kerf: 0.05096  
stroke: 0.0254  
padding: 2.54  
margin: 3.175  
page\_size: custom



Made with Laser Cutter Ruby Gem (v1.0.9)  
Credits to Prasen for ruby PDF generation,  
and BobMaker for inspiration.

Online: <http://makesbox.io/>  
Source: <https://github.com/kigster/laser-cutter>

units: mm  
width: 30.0  
height: 30.0  
depth: 30.0  
thickness: 6.0  
notch: 2.0  
kerf: 0.05095  
stroke: 0.0254  
padding: 2.54  
margin: 3.175  
page\_size: custom



Made with Laser Cutter Ruby Gem (v1.0.3)  
Credits to Prawn for ruby PDF generation,  
and BoxMaker for inspiration.

Online: <http://makesbox.io/>  
Source: <https://github.com/kjstener/laser-cutter>

units: mm  
width: 30.0  
height: 30.0  
depth: 30.0  
thickness: 6.0  
notch: 2.0  
kerf: 0.05096  
stroke: 0.0254  
padding: 2.54  
margin: 3.175  
page\_size: custom

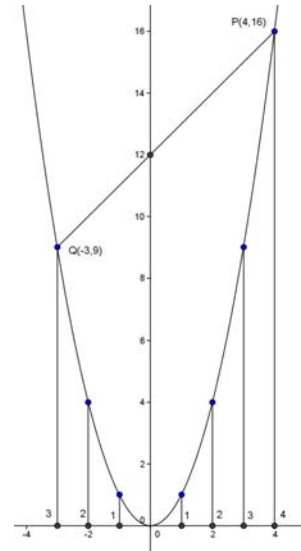
## 8.4 Lag en regneparabel (Rev. 30.01.17)

### 8.4.1 Bakgrunn<sup>22</sup>

En parabel med toppunkt i origo har en interessant egenskap. Dersom vi trekker en linje fra to tilfeldige punkter på parabelen, ett med negativ x-verdi (Q (-3, 9)) og ett med positiv x-verdi (P (4, 16)), vil kryssningspunktet med y-aksen alltid angi tallverdien av produktet av de to x-verdiene ( $|-3 \times 4| = 12$ ).

Ved å lage parabelen i stort format og montere spikre i noen utvalgte y-verdier langs parabelen (små sirkler langs grafen), kan en ved hjelp av en tråd med lodd i begge ender, kontrollere påstanden omtalt foran.

En slik "Regneparabel" kan lett skrives ut på laserkutteren og henges på veggen eller påmonteres en fot slik at den kan plasseres på et bord<sup>23</sup>.



Det kan lett vises matematisk at kryssningspunktet med y-aksen alltid vil være lik absoluttverdien til produktet av x-verdiene langs parabelen som omtalt over.

Dersom vi ønsker å multiplisere x-verdiene a og b, finner vi punktene P(a, a<sup>2</sup>) og Q(-b, b<sup>2</sup>). Der- nest uttrykker vi linjen mellom disse to punktene matematisk ved hjelp topunktsformelen og kan sette opp følgende generelle uttrykk for stigningstallet for linjen:

$$a = \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (8.1)$$

Derneft kan vi sette inn verdiene for a og b:

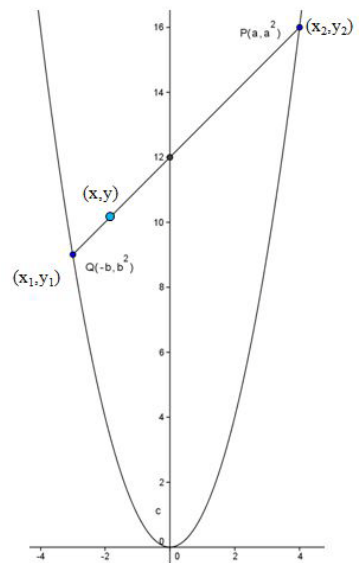
$$a = \frac{y - b^2}{x - (-b)} = \frac{a^2 - b^2}{a - (-b)} = \frac{(a + b)(a - b)}{(a + b)} \quad (8.2)$$

$$\frac{y - b^2}{a + b} = (a - b) \quad (8.3)$$

$$y + b^2 = (a - b)(x - b) \quad (8.4)$$

$$y + b^2 = ax - bx + ab - b^2 \quad (8.5)$$

$$y = (a + b)x + ab \quad (8.6)$$



22. Beskriver et opplegg utviklet av Christoph Kirfel ved UiB og brukt ved VilVite

23. Ideen til dette kommer fra Kai Håkon Sunde ved VilVite som først laget underlag for å skrive ut regneparabelen på laserkutter. På grunn av størrelsen på laser-kutteren ved VilVite så ble denne skrevet ut i tre deler.



Vi ser nå at dersom  $x$  er lik null (dvs. langs  $y$ -aksen) så vil  $y = ab$ , altså produktet mellom tallverdiene til de to  $x$ -verdiene  $a$  og  $b$  vi startet med.

Gjennom eksperimenter og beregninger skulle elever i ungdomsskolen og i videregående kunne løse denne oppgaven.

### 8.4.2 Konstruksjon

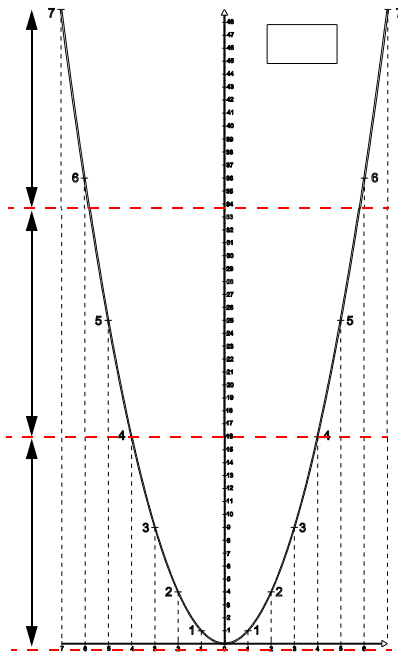
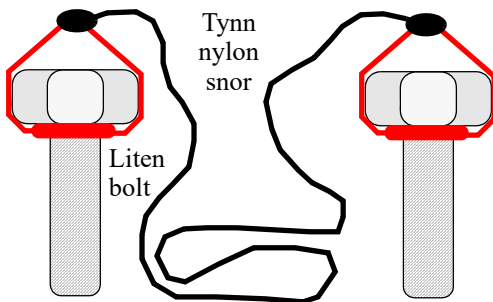
Parabelen kan genereres av et passende program som kan tegne opp en parabel og skrive ut grafen i pdf-format. Fra det pdf-formatet kan så parabelen graves på 9 mm kryssfiner som gir brukbar stabilitet og kontrast. Ønsker man noe som vises tydeligere kan man benytte plastbelagt MDF (sannsynligvis 3 mm) som brukes som bakplater for skap o.l. Ved å grave på den hvite plastbelagte siden vil kurven og teksten komme meget tydelig fram. Deretter bør den tynne MDF-plate forsterkes med en tykkere plate.

Heltallsverdiene langs parabelen kan ev. forsynes med sirkulære hull som passer til spikrene slik at de kan presses inn slik at de sitter.

Figuren til høyre viser den opprinnelige DXF-fila fra Vil-Vite som kom i tre deler. Ved bruk av Epilog-kutteren kan man lage parabelen i ett stykke med en størrelse på inntil 100 x 70 cm.

Figuren under viser det endelige resultatet etter skjæring og montering på sokkel for plassering på et bord.

“Linjen” er laget av en blå nyllonsnor og to bolter påmontert en hempe av kobbertråd som vist på figuren under.



Velg en mørk snor som er passende tykk slik at den lett synes mot den lyse bakgrunnen.

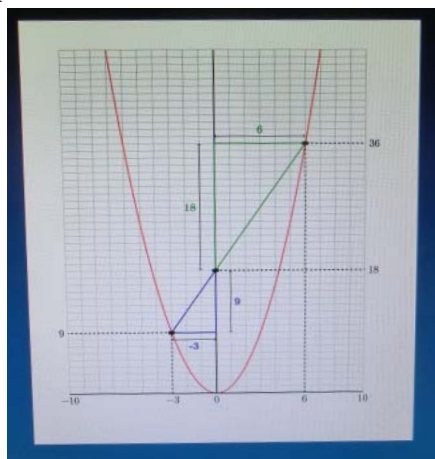




### 8.4.3 Ideens biografi

Ideen komme fra Christof Kirfel hvor “Ragneparabelen” inngår i et større undervisningsopplegg om tema *parabelen* beregnet på elever i videregående skole. Opplegget er blant annet benyttet som undervisningsopplegg ved vitensenteret VilVite i Bergen. Kai Håkon Sunde, pedagog ved VilVite, har laget utlegget av parabelen som også er laget med laser-kutteren ved Vitensenteret i Trondheim.

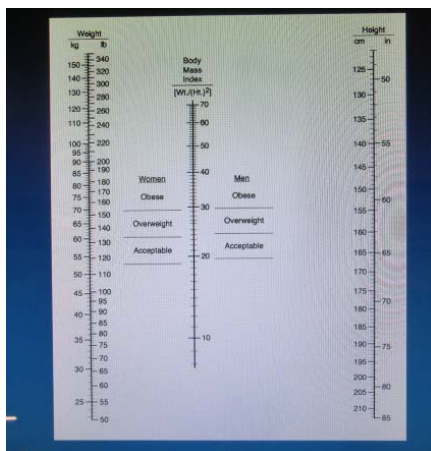
Under et besøk ved MoMath i New York<sup>24</sup> fant undertegnede det samme prinsippet beskrevet på postere i senteret.



## STRING PRODUCT

The same idea works for any two numbers. Let's try 2 and 6; the corresponding squares are 4 and (again) 36. The larger green triangle is now three times larger than the small blue one, so the height along the vertical axis is also three times larger. Together the two heights add up to the difference of the squares  $36 - 4 = 32$ . Again a little trial shows that the smaller height must be 8 and the larger one 24, so the crossing point has height  $4 + 8 = 12$ , which as expected is exactly  $2 \times 6$ .

Dette er ikke så sært som en kanskje skulle tro da prinsippet er blitt brukt i mange ulike sammenhenger for å utføre rutinemessige beregninger av ulike slag. Under er vist et eksempel hvor et slikt diagram brukes til å beregne “Body Mass Index” (BMI).



## STRING PRODUCT

String Product is an example of a graphical calculator called a Nomogram. Invented around 1880 by Philbert Maurice d'Ocagne (1862-1938), when he was 18 years old, nomograms are special-purpose calculators that were much used by scientists and engineers before electronic calculators and computers existed. Often they consisted of a few scales of numbers on a page such that when you draw a line through the points corresponding to some known values, the value at the point where the line crosses another scale gives a desired computed value. By choosing the scales and positioning carefully it is possible to do quite complicated calculations this way.

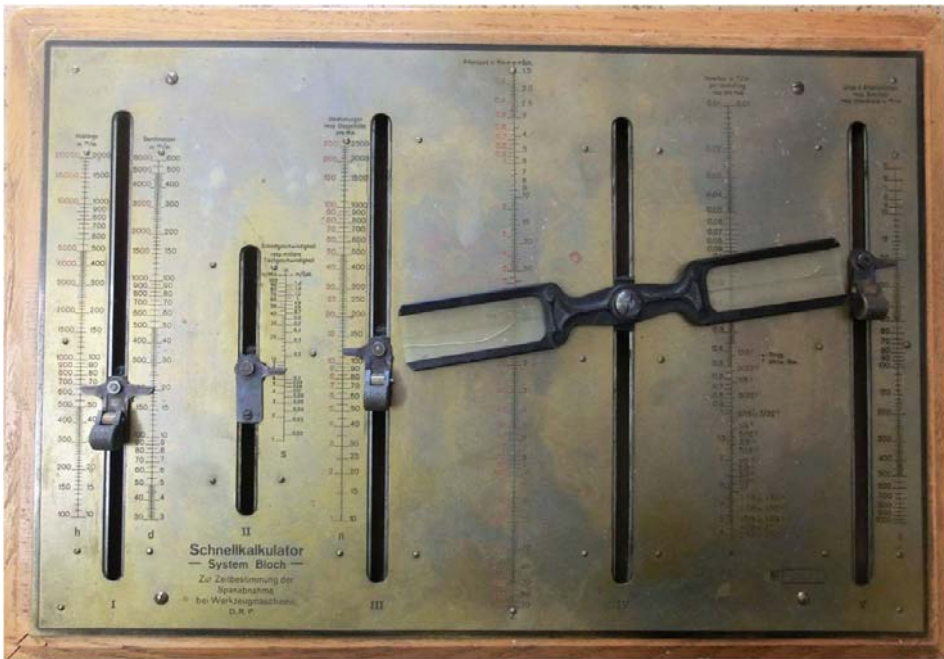
The image at the right shows a nomogram used to compute the Body Mass Index (BMI) that tells someone whether they are overweight or not. A line connecting the height and weight values on the outer scales goes through the BMI value on the center scale.

Even though we now have machines that will do such calculations in the blink of an eye, sometimes a nomogram is a more convenient way to do it.

24. MoMath er et Science Centre i New York med tema matematikk.



I verkstedindustrien var det også lenge vanlig å bruke denne typen “regneverktøy” for raskt å kunne gjøre standard utregninger som vist på bildet under<sup>25</sup>.



Bildet viser en “Schnellkalkulator (System bloch) Zur Zeitbestimmung der Spanabnahme bei Werkzeugmaschinen D.R.P.”.

#### 8.4.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for regnearparabelen. Finnes som tre .dxf-filer som kan lases inn i FlexiDesign og skaleres.

Materiale: 6 mm finer, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 25 %.

---

25.Denne er gitt til Vitensenteret i Trondheim på lutten av 1990-tallet. Opphav dessverre ukjent.

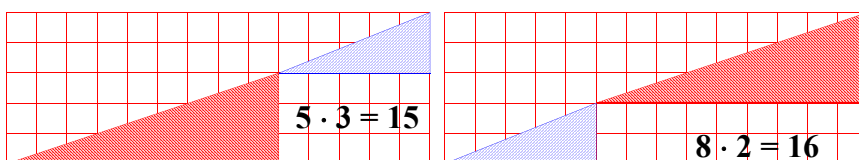
## 9 Kognitive paradokser

### 9.1 Currys triangel (Rev. 30.01.17)

#### 9.1.1 Bakgrunn

#### Paul Currys paradoks

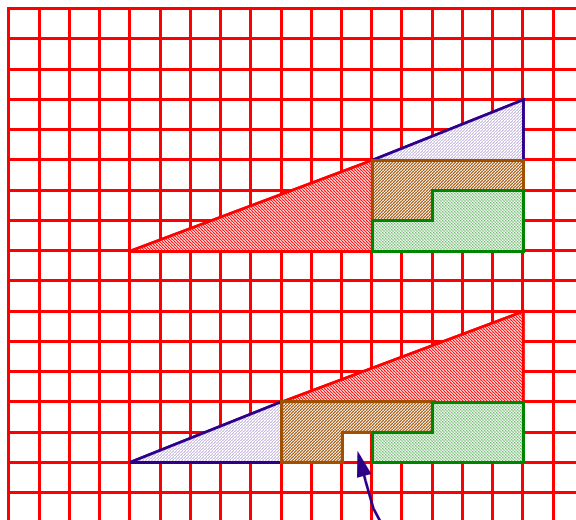
I 1953 konstruerte amatørmagikeren *Paul Curry* følgende paradoks: Han tok utgangspunkt i et rektangel inndelt i  $14 \cdot 5$  kvadrater. Han plasserte så to rettvinklede trekkanter inn i rektangelet, som vist til høyre på figuren under. Vi ser at trekantene avgrenser et område nederst til høyre i rektangelet på  $5 \cdot 3 = 15$  kvadrater. Så byttet han om på de to trekantene og fikk avgrenset et nytt område, denne gangen med et areal på  $8 \cdot 2 = 16$  kvadrater.



Dette paradokset kan tydeliggjøres ved den neste oppgaven.

#### Oppgave

La elevene bruke det de har lært i oppgaven foran, til å avsløre følgende “puslenøtt”:



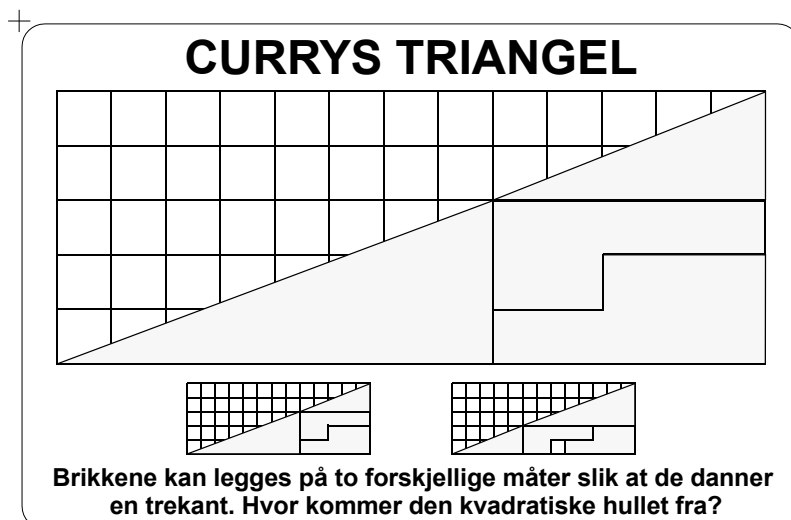
*Hvor er det blitt  
av det siste kvadratet?*

Også i denne oppgaven kan det være nyttig å tenke Fibonacci-tall og det gyldne snitt.



### 9.1.2 Konstruksjon

Currys triangel framstilles i 6 mm bjørkefiner med en bunnplate av 3 mm MDF. Alle gravering av tekst og figurer skjer på topplata av bjørkefiner, mens det graveres et rutenett i bunnplata. Når alt er skåret ut, limes de to platene sammen.

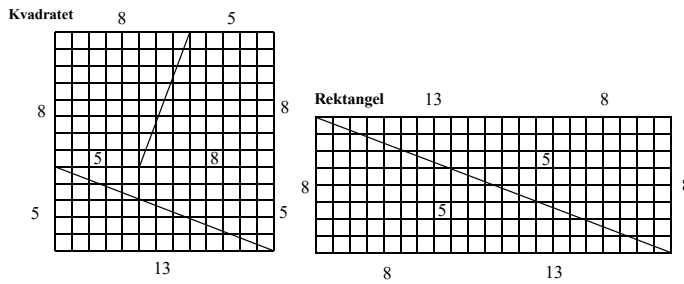


Ideen til denne modellen kommer fra en studietur ved Teknorama i Stockholm for Vitensenterets ansatte på begynnelsen av 2000-tallet. Alt på den tiden var denne modellen kjent, men det var først på denne turen at vi bestemte oss for å lage modellen. Senere ble den også realisert som en del av Matematikkløpa ved Vitensenteret i Trondheim.

Bildet under viser produktet realisert som beskrevet over.



### 9.1.3 Ideens biografi



Alt helt fra jeg begynte å arbeide ved Vitensenteret i Trondheim var jeg fascinert av matematiske forunderligheter. Det første heftet jeg laget handlet derfor om et geometrisk paradoks som går under navnet William Hoopers paradoks. Også i dette paradokset forsvinner

et lite kvadrat når brikkene flyttes om fra figuren til venstre til figuren til høyre.

Første gang jeg la ordentlig merke til Currys triangel var på en studietur til Teknorama i Stockholm for ansatte ved Vitensenteret i Trondheim. Den gang oppfattet jeg det som Carrolls triangel oppkalt etter den britiske forfatteren, matematikeren og fotografen **Charles Lutwidge Dodgson** (1832–1898) bedre kjent som *Lewis Carroll*, forfatteren av bla. andre “Alice in Wonderland”. Derfor gikk dette pusselet i mange år under navnet Carrolls triangel ved Vitensenteret i Trondheim. Under en av revisjonene av matematikkboka *Den matematiske krydderhylle* ble jeg klar over feil og fikk rette opp dette. Etter det har den fått navnet Currys triangel. Oppgaven er blitt brukt i ulike sammenhenger både i utstillingen og i Matematikkløypa, en samling problemløsningsoppgaver laget for grupper som besøker Vitensenteret.

### 9.1.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for Currys triangel.

Basisplate – Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 25 %.

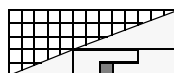
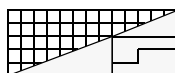
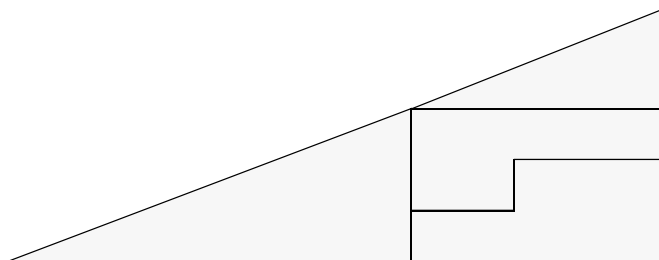
Bunnplate – Materiale: 3 mm MDF, Vektorskjæring – Speed: 20 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 25 %. Krysset oppe i venstre hjørne er ment for å posisjonere skjærefil og graveringsfil i forhold til hverandre.



Målestokk 1 : 3

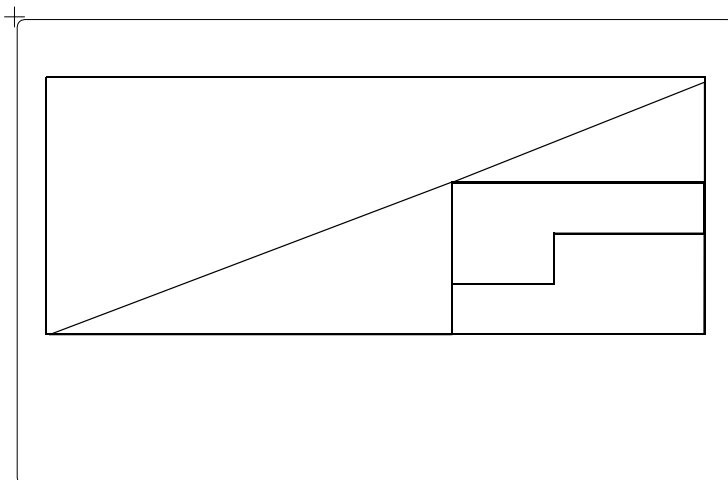
+

## CURRYS TRIANGEL



**Brikkene kan legges på to forskjellige måter slik at de danner en trekant. Hvor kommer den kvadratiske hullet fra?**

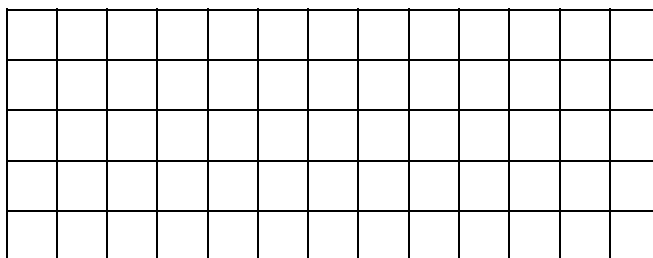
*Basisplate – graveringsfil*



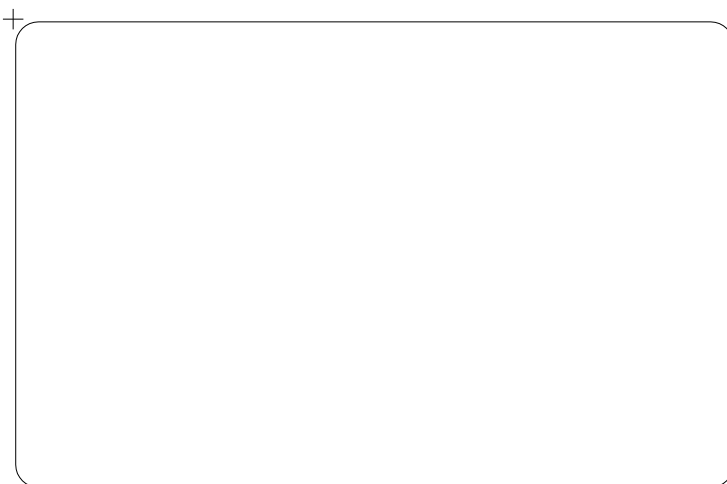
*Basisplate – skjærefil*

---

+



*Bunnplate – graveringsfil*



*Bunnplate – skjærefil*





## 9.2 “Get of the earth” (Rev. 30.01.17)

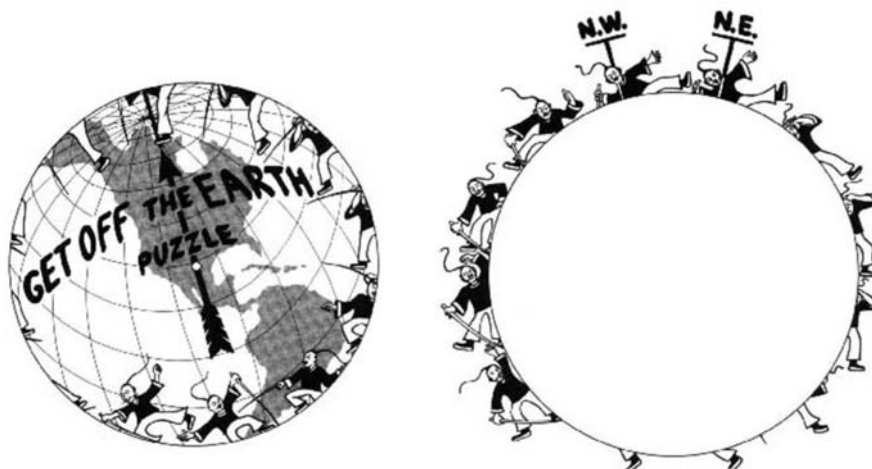
### 9.2.1 Bakgrunn

“Get of the earth” er et av Sam Loyd’s populære puslerier som jeg vil si faller i kategorien kognitivt paradoks. Han lanserte dette pusselet i 1898 og den ble umiddelbart en stor suksess, I løpet av kort tid var det solgt over 10 millioner eksemplarer. Pusselet ble laget i to deler, slik at den innerste runde skiven kunne dreies som vist på figuren under.



Ved å dreie den sirkulære jordkloden i midten, vil vi oppdage at antallet kinesere langs kanten endrer seg. I den ene posisjonen teller vi 12 kinesere i den andre 13. Så hvor kommer den 13’ende kineseren fra?

Pusselet finnes i mange ulike utgaver. Her er det bilde vi har brukt i vår modell<sup>26</sup>.





Denne er utstyrt med en pil som enten skal legges mot NW (nordvest) eller mot NE (nordøst). Mot NW er det 12 kinesere, mot nordøst er det 13 kinesere.

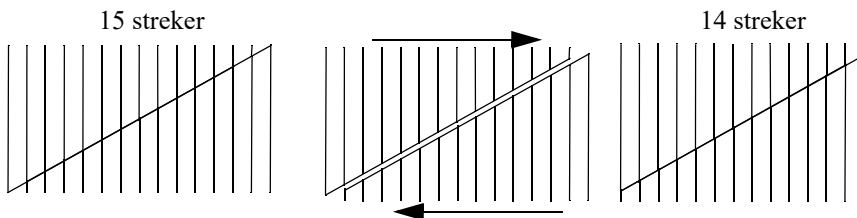
En annen, men ganske vanlig variant av dette paradokset er vist i figuren under. Pusselet består av tre brikker, hvor de to øverste kan bytte plass. I den ene posisjonen er det 14 figurer, mens i den andre er det 15.



Denne kalles Irske Leprechauns' illusjon og historien går slik:

*En irlender var på vei til en festival. Han hadde med seg et stort banner med 14 Leprechauner<sup>27</sup>. Mens han gikk langs veien kom det et voldsomt vindkast som rev banneret i tre store biter. Da vinden løyet samlet mannen sammen de tre biten og satte dem sammen etter beste evne. Til sin forskrekkelse oppdaget han at en ekstra Leprechaun opp på banneret. Nå var det plutselig 15 stykker av dem. Bare se selv på figuren over.*

Disse pusselene danner en klasse av pusslerier eller kognitive paradokser. Illustrasjonen under gir en forklaring på hva som skjer. Illustrasjonen viser et gitter med 15 vertikale linjer avdelt med en diagonal linje. Dersom vi flytter nedre del av figuren et intervall mot venstre så vil vi se at antall linjer reduseres til 14, samtidig som lengden av linjene øker.



26. <http://www.moillusions.com/get-off-earth-optical-illusion/>

27. En leprechaun (av irsk «leipreachán») er en menneskelignende skapning fra irsk folklore. Leprechauns er rundt 75 cm høye og kledd i grønt og i gammeldags stil. Leprechauns er som regel menn, men kvinnelige leprechauns skal også ha blitt observert ifølge folketroen (<https://no.wikipedia.org/wiki/Leprechaun>)



Med andre ord, den ene linjen som forsvinner fordeler seg på de resterende. Slik er det også med kineserne, den 13. kineseren som forsvinner fordeler seg på de 12 resterende.

### 9.2.2 Realisering

Modellen er realisert i hvit plastbelagt 3 mm MDF slik at de graverte tegningene skal komme tydelig fram. Sirkelen i midten skjæres ut slik at den kan rotere. Et håndtak (Ø5 mm rundpinne) er festet til et hull i skiven. Pinnen er gjennomgående og vel så det slik at enden stikker ned i et “bananformet” hull i bunnplata. Dermed avgrenses bevegelsen slik at den kun kan dreies mellom de to aktuelle posisjonene.



For at skiva skal gå lett, er det viktig at det banaformede hullet er romt nok slik at tappen ikke butter mot kanten.

### 9.2.3 Ideens biografi

Første gang jeg så et slikt pussel var på begynnelsen av 1980-tallet. Den gang ble jeg så fascinert at jeg tegnet av illusjonen “Den bortkomne” og publiserte den i et speiderblad. Pusselet består av tre deler som skal klippes fra hverandre. Ved å bytte om på de to øverste framkommer illusjonen. Senere har slike stadig dukket opp i ulike sammenhenger.



### 9.2.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for “Get of the world”.

Basisplate – Materiale: 3 mm MDF dekket med hvit plast, Vektorskjæring – Speed: 20 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 18 %.

Bunnplate – Materiale: 3 mm MDF, Vektorskjæring – Speed: 20 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 18 %.



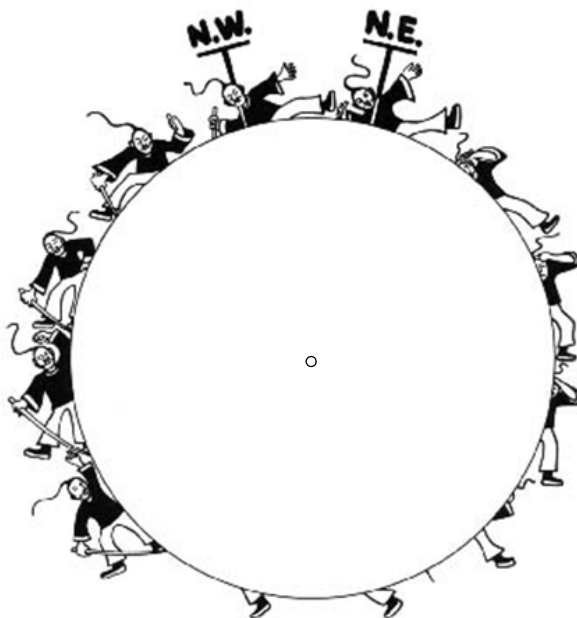
Krysset oppe i venstre hjørne er ment for å posisjonere skjærefil og graveringsfil i forhold til hverandre.

Målestokk 1 : 2

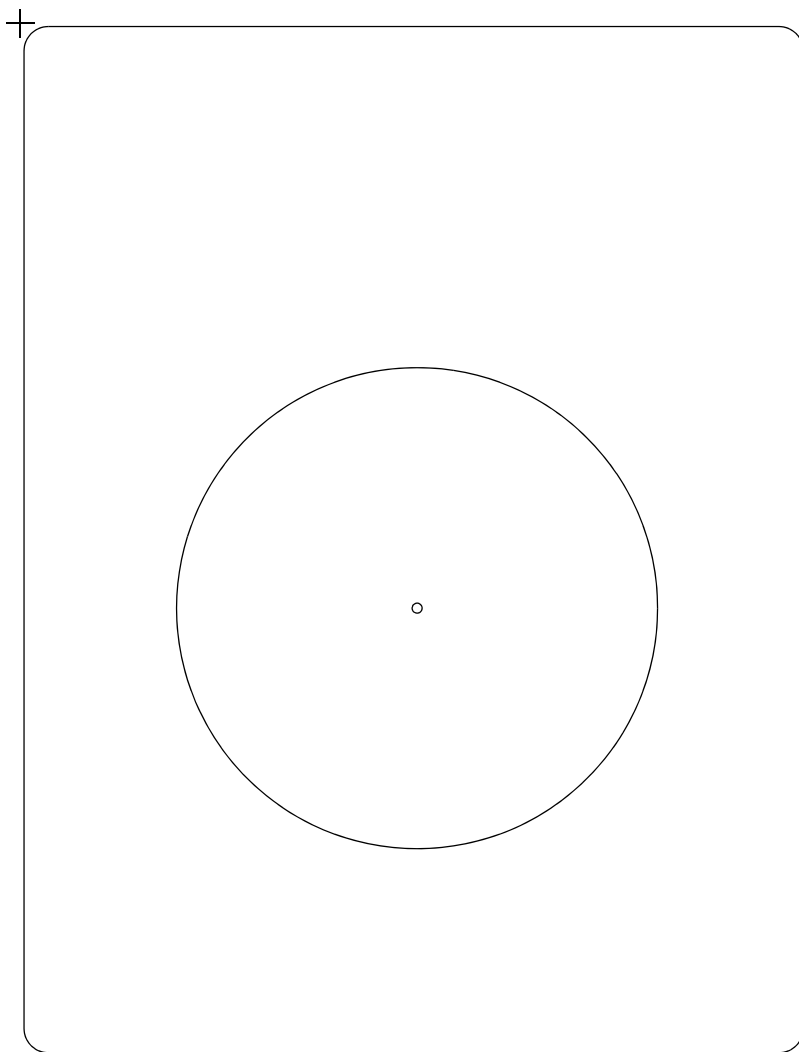


## GET OFF THE WORLD PUZZLE

Sam Loyd 1898



*Basisplate – graveringsfil*



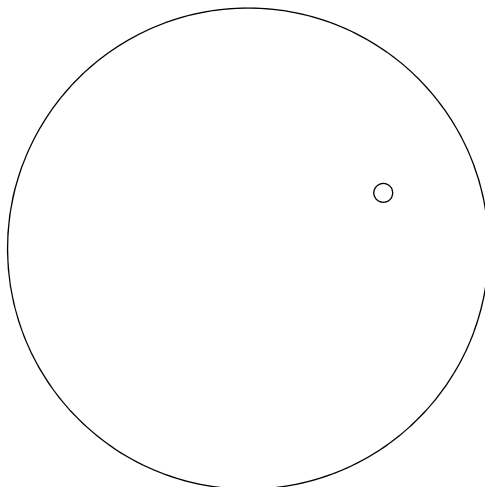
*Basisplate – skjærefil*

+

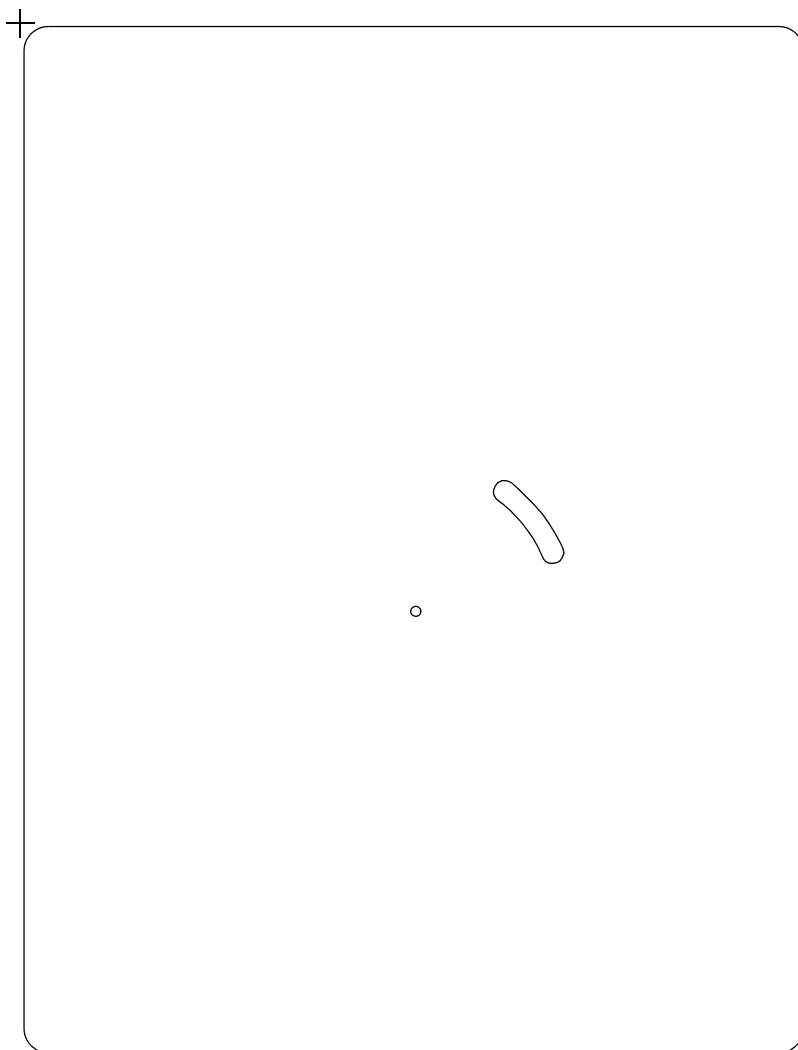


*Dreiskive – graveringsfil*

+



*Dreiskive – skjærefil*



*Bunnplate – skjærefil*

## 10 Anamorfe bilder

### 10.1 Anamorf bilde med konisk speil (Rev. 30.01.17)

#### 10.1.1 Bakgrunn

Anamorfe bilder er bilder om er forvrengt på en kontrollert måte ved hjelp av en matematisk transformasjon slik at de kan gjenskapes ved hjelp av krumme speil. En typisk variant er en forvrengning av bildet slik at det kan gjenskapes ved hjelp av et sylindrisk speil. I bildet under ser vi det opprinnelige bildet øverst til venstre, dernest det transformerte bildet øverst til høyre. Under ser vi hvordan det opprinnelige bildet blir gjenskapt når vi ser inn i sylinderspeilet.



Denne teknikken ble brukt på 15 – 1700 tallet for å skjule “farlige” motiver. I dag kan disse transformasjonene lett gjøres med programvare. Et lett tilgjengelig og gratis program er anamorphMe<sup>28</sup>. Se programmets nettside for å laste ned og utforske anamorfe bilder.

---

28.Programmet Anamorph.me kan lastes ned fra: <http://myweb.tiscali.co.uk/artofanamorphosis/software.html>



I denne sammenheng skal vi se på en variant av speilprojeksjon. I dette tilfellet transformeres bildet slik at det gjenskapes sett ned mot toppen av et kjegleformet speil som vist på figuren under.



Her ser vi hvordan det anamorfe bildet av en paraply gjenskapes i speilbildet sett ned på kjeglen. Også denne transformasjonen utføres av programmet anamorphMe.

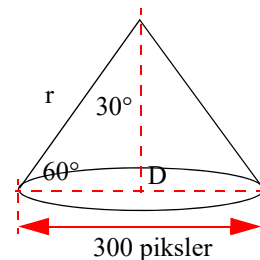
I dette tilfelle skal vi ta et bilde og transformere slik at det blir riktig sett rett ned på en speilende kjegle.

### 10.1.2 Konstruksjon

Vi tar utgangspunkt i bildet til venstre. Bildet hentes inn i anamorphMe. Dernest utføres en konisk transformasjon og vi får bildet i midten. Dette bildet ønsker vi å gravere inn i en MDF-plate med hvit plastoverflate. For bedre å få fram bildet etter gravering, utføres en filtrering av bildet i Inkscape (Image Paint and Draw/Cross Engraving). Resultatet sees på bildet lengst til høyre under.



Når bildet transformeres i anamorphMe settes noen parametre, blant annet diameteren til kjeglen og helningsvinkelen på sidekanten. Diameteren oppgis i piksler og 300 er default verdi, likeså er 30 grader default verdi for helningsvinkelen. Den enkleste måten å bestemme diameteren i grunnflaten på, er å ta et mål etter at bildet er skrevet ut. Dernest kan man beregne lengden av sidenkanten til kjeglen som vil være radien i den sektoren som skal forme kjeglen..







Dersom  $D$  er den målte diameteren i grunnflata til kjegla og  $A$  er halvparten av toppvinkelen, kan vi skrive:

$$\sin(A) = \frac{D/2}{r} \quad (10.1)$$

hvor  $r$  er radien i sektoren. Dersom vi løser denne ligningen mht.  $r$  får vi:

$$r = \frac{D}{2 \sin(A)} \quad (10.2)$$

Det neste vi må bestemme er hvor mange grader sektoren må være for å rekke akkurat rundt kjeglen.

Omkretsen rundt grunnflata til kjeglen er lik  $O_D$ :

$$O_D = 2\pi \frac{D}{2} = \pi D \quad (10.3)$$

Tilsvarende kan vi beregne omkretsen for en sirkulær flate med radius  $r$  lik  $O_r$ . Dette er omkretsen til den utbredte sideflaten før vi har klippe bort en sektor for å lage kjeglen:

$$O_r = 2\pi r \quad (10.4)$$

Vi vet nå at forholdet mellom  $O_D$  og  $O_r$  må være lik forholdet mellom den sektoren vi skal beholde og hele den sirkulære flaten, vi kaller den  $x$ , og vinkelen rundt hele sirkelen er som kjent lik  $2\pi$ . Vi kan derfor sette opp følgende forhold:

$$\frac{O_D}{O_r} = \frac{\pi D}{2\pi r} = \frac{x}{2\pi} \quad (10.5)$$

Vi kan eliminere  $r$  ved å sette ligning 10.2 inn i ligning 10.5 og vi kan skrive:

$$\frac{\pi D}{2\pi \frac{D}{2 \sin(A)}} = \frac{x}{2\pi} \quad (10.6)$$

Dersom vi forenkler og forkorter kan skrive:

$$\sin(A) = \frac{x}{2\pi} \Rightarrow x = 2\pi \sin(A) \quad (10.7)$$

Vi vet at vinkelen  $A$  i dette tilfellet er  $30^\circ$  dermed blir  $\sin(30^\circ) = 0,5$ . Setter vi inn dette finner vi at:

$$x = \pi \quad (10.8)$$

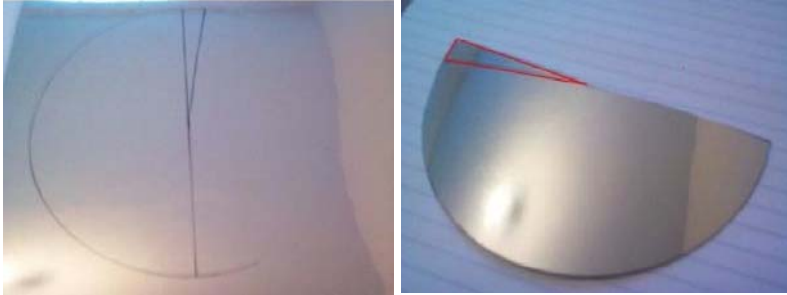
Hvilket betyr at sektoren som danner toppkjeglen er  $180^\circ$ , dvs. en halvsirkel med radius  $r$ .

Vi finner diameteren,  $D$ , til grunnflata ved måling. I vårt tilfelle er den 70 mm. Dernest beregnes  $r$  lik:



$$r = D/2 \sin(30^\circ) = D = 70 \text{ mm} \quad (10.9)$$

En liten ekstra sektor er lagt inn for at kjeglen skal kunne limes sammen



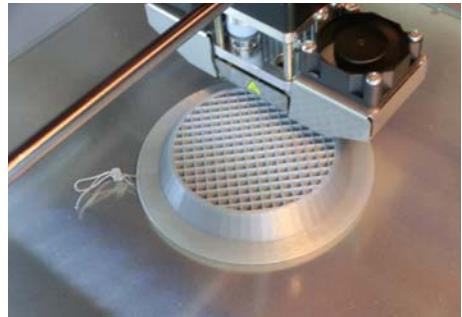
Bildene over er hentet fra [1]. Oppmåling og tegning gjøres på den matte siden av mylaren. Vi legger også inn en ekstra sektor for liming. Dersom mylaren er tynn kan det være en fordel å lime den på et papir for å gjøre den mer stabil for montering. Dog må man være klar over at to flater som er limt sammen kan være vanskeligere å forme.

En bedre måte kan være å montere mylatten omkring en kjegle skrevet ut på en 3D-printer dermed oppnår man en perfekt form dersom man klarer å feste mylaren til kjeglen. Dette kan gjøres ved å feste limkanten med en tape til kjeglen før resten av mylarsektoren strammes rundt kjeglen.

Dersom vi ønsker å lage et 3D-print av den innvendige kjeglen trenger vi høyden til kjeglen. Denne beregnes ved hjelp av:

$$h = \frac{D}{2 \tan(A)} = \frac{70}{2 \times 0,577} = 60,66 \text{ mm} \quad (10.10)$$

Bildene under viser framstillingen av den 3D-printede kjeglen av den beregnede størrelsen.

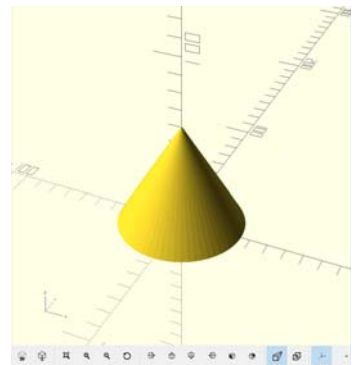


For å tegne kjeglen ble gratisprogrammet OpenScad brukt. Dette er et kodebasert 3d-CAD program med lav terskel. Kodelinjen under er alt som skal til for å konstruere kjeglen:

```
cylinder($fn = 60, 60.66, 35, 0.0,false);
```

hvor:

\$fn = 60 angir at kjeglen er bygget opp av 60 flate sidesektorer  
60.66 = angir høyden i mm  
35 = angir grunnflatens radius i mm  
0.0 = angir toppflatens radius i mm (om en ønsker en avkortet kjegle)  
false = angir at grunnflaten skal plasseres i xy-planet.



OpenScad kan lastes ned fra:

<http://www.openscad.org/>

Resultatet kan sees på bildene under. Å lage en perfekt kjeGLE med mylar kan være en krevende øvelse, da det er vanskelig å få speilflaten perfekt i limskjøten. Men bildene viser at transformasjonen fungerer.



Bildet til venstre viser den graverte plata, bildet til høyre en fargekopi laget rundt kjeGlen. Bildene under viser nærbilder av speilbildet i kjeGlen.





### 10.1.3 Ideens bibliografi

Interessen for anamorfe bilder oppsto da jeg oppdaget at Holbeins kjente bilde *Ambassadørene* inneholdt et anamorft motiv av en hodeskalle. Bildet er et renessansemaleri malt i 1533 og viser den franske ambassadøren i England Jean de Dinteville (1504–1555) sammen med sin landsmann Georges de Selve (1509–1541), som i 1533 var biskop av Lavaur. Bildet viser stoltheten over humanismen og viser de forskjellige kunnskapsdisiplinenes emblemer.



Ved føttene finner vi imidlertid en underlig form som ved nærmere ettersyn viser seg å være en sterkt forvrent hodeskalle. Denne får imidlertid normale proporsjoner dersom vi ser bildet på skrå inn fra siden. Hodeskallen er sannsynligvis et symbol på at alt i denne verden er forgjengelig, og at døden er det eneste sikre i livet.

Senere skulle jeg oppdage et det fantes en rik tradisjon for å gi forbudte eller kontroversielle motiver en anamorft form slik at motivet ble uforståelig for de som ikke kjente hemmeligheten bak.



Teknikken var i mange år død inntil moderne kunstnere gjenoppdaget og videreutviklet teknikken som vi skal se i den neste eksempelet. Programmet AnamorphMe er jo også et eksempel på den fornyede interessen. Se også [2] og [3].

### 10.1.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for “Anamorft bilde med konisk speil”.

Basisplate – Materiale: 3 mm MDF dekket med hvit plast, Vektorskjæring – Speed: 20 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 18 %.

Bunnplate – Materiale: 3 mm MDF, Vektorskjæring – Speed: 20 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 18 %.

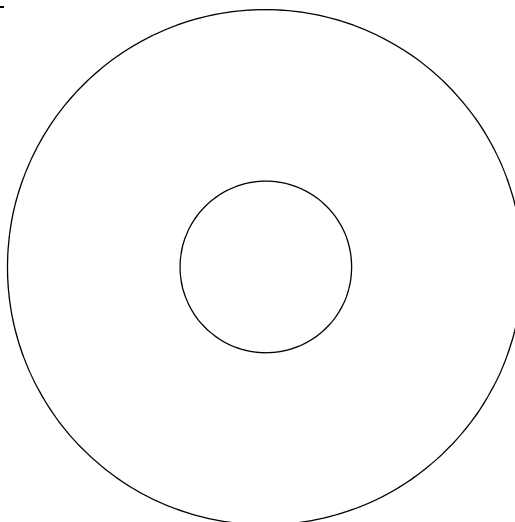
Krysset oppe i venstre hjørne er ment for å posisjonere skjærefil og graveringsfil i forhold til hverandre.

+ Målestokk 1: 3



*Basisplate – graveringsfil*

+



*Basisplate – skjærefil*





## 10.2 Anamorfe bilder med dobbelt motiv (Rev. 30.01.17)

### 10.2.1 Bakgrunn

I forrige avsnitt nevnte vi anamorfe bilder som kan gjengis korrekt når de speiles i et sylindrisk speil. I dette avsnittet skal vi se hvordan den ungarske kunstneren *István Orosz* (1951–) har klart å lage bilder med dobbelte motiv. Et motiv som gir mening når vi ser det uten hjelpemidler og et annet motiv når vi ser det speilet i et sylindrisk speil. Bildet under har han kalt: “The magically Appearing Portrait of Jules Verne on the Mysterious Island” hvor kunstneren benytter en etseteknikk. Bildet er fra 1983.

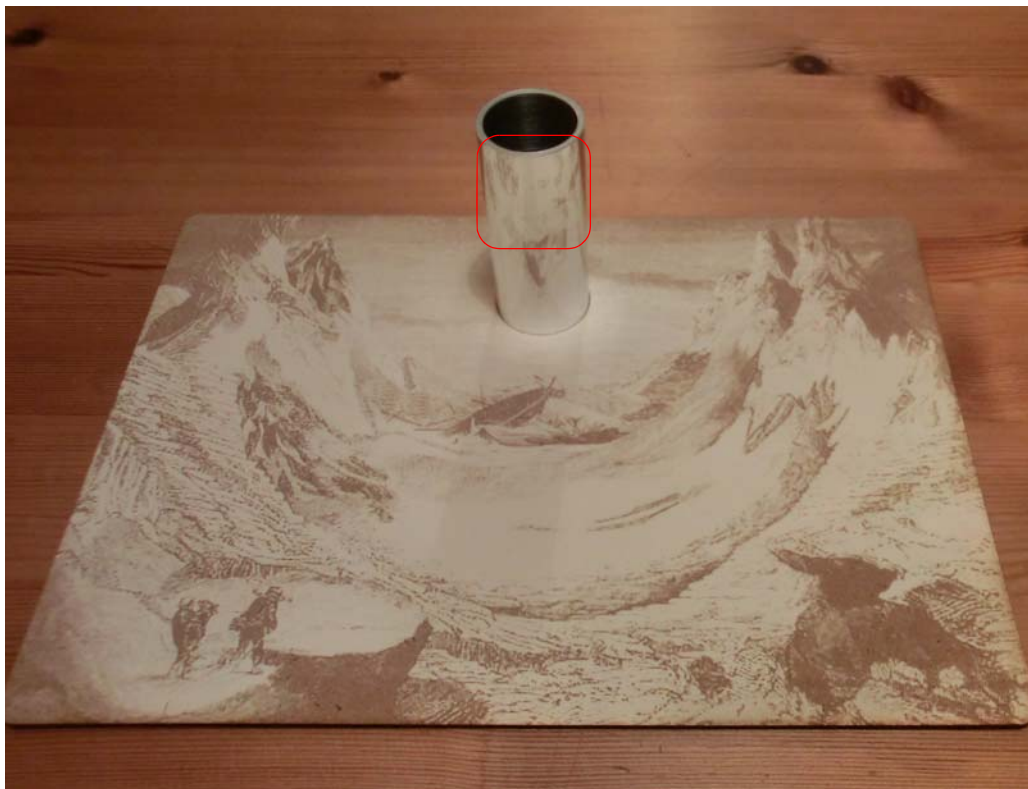


Det åpenbare motivet er av en skute havarert i et goldt isøde et eller annet sted mot nord. Ser vi derimot motivet gjennom et sylindrisk speil, vil vi oppdage ansiktet til den franske forfatteren Jules Verne. Motivet er da også hentet fra novellen “The mysterious Island” som han skrev i 1874.



### 10.2.2 Konstruksjon

La oss se om vi klarer å gjenskape dette fantastiske bildet som en gravering på MDF belagt med hvit plast. Bildet under viser resultatet. Vi ser at graveringen kanskje er noe svak, men det er ikke vanskelig å gjenkjenne ansiktet til Jules Verne.



Et forstørret utsnitt av portrettet av Jules Verne er vist til høyre. Røret har en diameter på 32 mm og er 3D-printet i PLA på Ultimaker 2+. Som en kanskje kan se så har røret fått en liten fortykning ca. 1/3 ned fra toppen. Røret er så belagt med *mylar* som er en speilende plastfilm. Filmen er fetet enkelt med en liten tape på baksiden av røret.





### 10.2.3 Ideens biografi

Første gang jeg så dette bildet var i Science Centret “Camera Obscura” i Edinburgh i 2010, rett ved inngangen til “The Castle”. Bildet sto utstilt i en monter i utstillingen sammen med andre anamorfe bilder. Jeg husker enda hvor sterkt inntrykk bildet gjorde på meg.

I butikken fant jeg boken “Masters of Deception” [4] som gjenga dette og mange flere lignende bilder av *István Orosz*. En gullgruve av en bok for slike som meg.



### 10.2.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for “Anamorfe bilder med dobbelt motiv”.

Basisplate – Materiale: 3 mm MDF dekket med hvit plast, Vektorskjæring – Speed: 20 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 18 %.

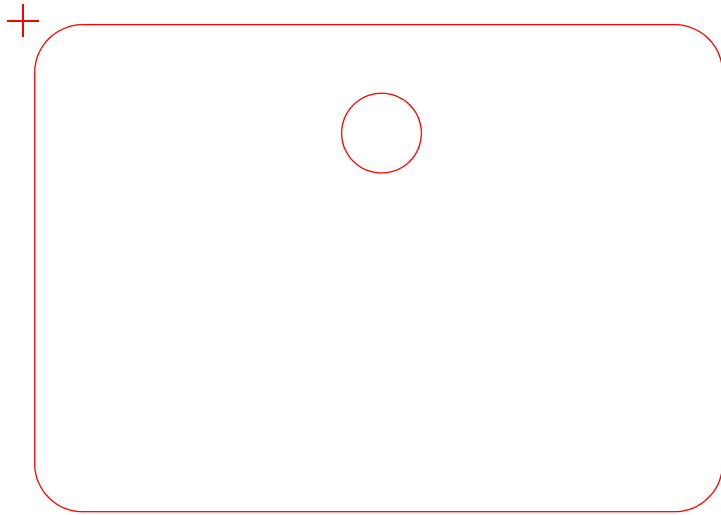
Krysset oppe i venstre hjørne er ment for å posisjonere skjærefil og graveringsfil i forhold til hverandre.

Målestokk 1: 3



*Basisplate – graveringsfil*





*Basisplate – skjærefil*

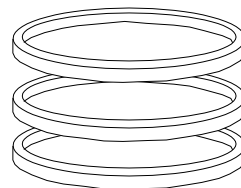


## 11 Bruksgjenstander

### 11.1 Lag en skål (Rev. 30.01.17)

#### 11.1.1 Bakgrunn

Dersom man skal bygge opp en tredimensjonal gjenstand av snitt gjort i en plata, kan man gjøre slik vi viste da vi bygget bokser som omtalt tidligere. En annen variant er å bygge opp en romlig form ved hjelp av snittflater som vist på figuren til høyre. Normalt vil dette kreve mye materiale da snittene overlapper hverandre i størrelse, enten helt eller delvis.



Det finnes imidlertid en annen variant hvor alle delene skjæres ut som konsentriske deler. Dermed får en utnyttet materialet maksimalt. Delene har en utforming som gjør det mulig å bygge på hverandre ved at delene vris i forhold til hverandre.

Metoden er vist i figuren under.

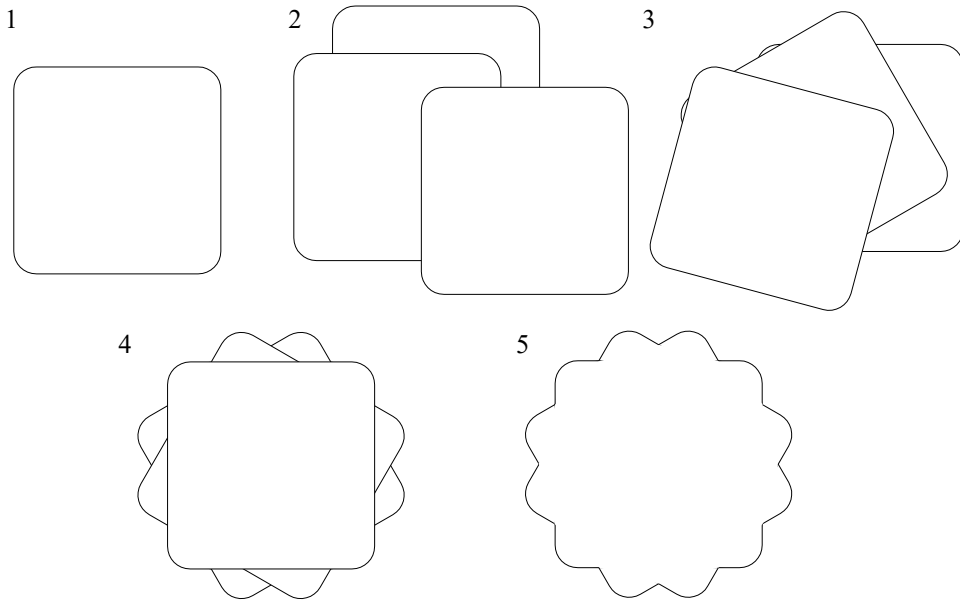


Ved å vri hver enkelt struktur  $15^\circ$  i forhold til den forrige, så vil snittene bygge i høyden.

La os se hvordan grunnstrukturene er bygget opp.

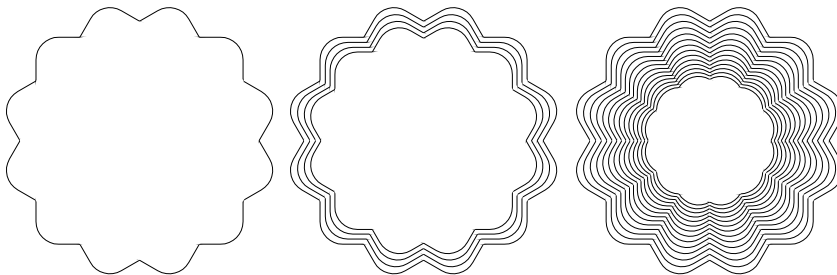
### 11.1.2 Konstruksjon

En slik konstruksjon kan tegnes på mange forskjellige måter og det er bare å eksperimentere fritt. I dette tilfellet startet jeg med et kvadrat med avrundete hjørner som vist på figuren under (1).



1. Pass på å la radiusen i hjørnene være liten nok slik at den tilslutt danner spisser som ikke er for avrundet.
2. Kopier opp 3 avrundete og like kvadrater. Legg dem bare over hverandre slik at alle er synlige.
3. Drei de fire “kvadratene” i forhold til hverandre. Det første dreies  $0^\circ$  (blir stående i ro), det andre  $30^\circ$  og det tredje  $60^\circ$ .
4. Så sentres de om den samme aksene både vertikalt og horisontalt (menyen “Juster” i PPT).
5. Dernest tegner man rundt den ytre konturen og fjerner til slutt de underliggende “kvadratene”

Det neste man nå kan gjøre er å lage stadig mindre kopier av konturen og legge disse inni hverandre omkring et felles senterpunkt.





Dermed skal skjærefila være klar. Det er særdeles viktig at alle linjene møtes helt i hjørnene, om dette ikke er tilfelle, så vil ikke de enkelte delene skille lag etter avsluttet skjæring.

### 11.1.3 Framstilling

Figuren under fra venstre mot høyre viser skjærefila, resultatet etter skjæring og den ferdig oppbygde skåla.



Hver av delene dreies 15° i forhold til den som ligger under og limes der hvor de to overlapper. Det mest krevende er å sørge for at ringene legges korrekt slik at helningen til sidene i skåle blir den samme i alle retninger.

### 11.1.4 Ideens biografi

Ideen til denne skåla fikk jeg i en av markedsbodene i Kashgar langt nord-vest i Kina ikke langt fra grensen til Afghanistan, da vi var på en rundreise i dette området i 2011. Dette er ett av de største og mest innholdsrike markedene jeg noen gang har besøkt. Der dukket denne kurven opp og jeg lot meg fascinere av utformingen og at jeg ganske raskt forsto hvordan den var designet. Det ble imidlertid ikke noe kjøp, men ideen har lagt lagret langt bak i hodet og dukket opp på flyet mellom Arlanda og Hong Kong sommeren 2016. Plutselig så jeg at skåla relativt lett kunne la seg realisere ved hjelp av laserkutteren. Jeg brukte dermed en drøy time til å tegne den ut mens jeg likevel satt lenket til flysetet i over 10 timer.

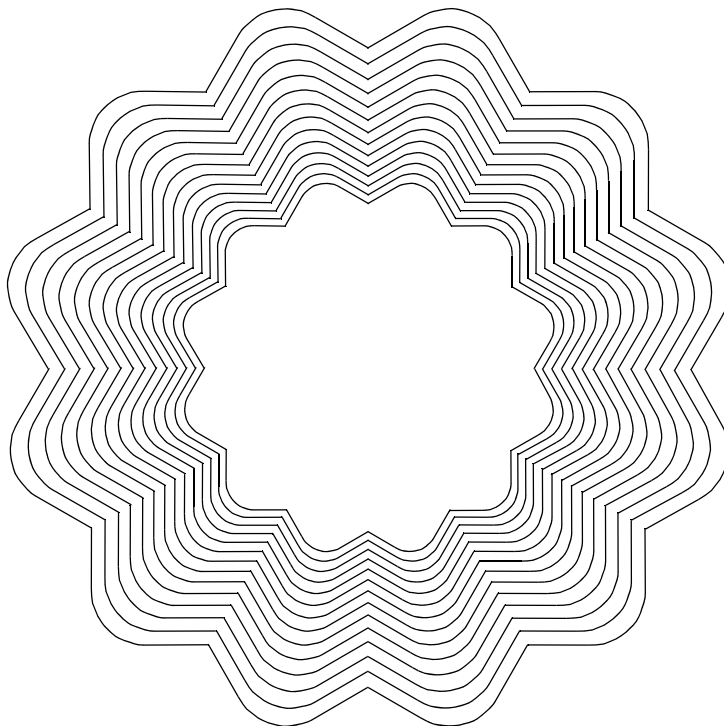


### 11.1.5 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for “skål”

Basisplate – Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %.

Målestokk 1 : 2



Basisplate – skjærefil

## **11.2 Lag et “Ren oppvask”/”Skitten oppvask” skilt (Rev. 30.01.17)**

### **11.2.1 Bakgrunn**

De fleste har erfart at man er usikker på om det som står i oppvaskmaskinen er vasket og dermed er rent, eller er uvasket slik at skitten oppvask kan settes inn. Et skilt som viser oppvaskmaskinens status er derfor meget nyttig. Skiltet snus idet man setter igang en vask og snus tilbake så snart maskinen er tømt etter vask.



### 11.2.2 Konstruksjon

Konstruksjonen er enkel. Skiltet må lett kunne festes til fronten av oppvaskmaskinen og kunne fortelle oppvaskens tilstand. Vi velger et skilt som endrer status ved å snus opp-ned som vist på figuren til høyre. Skiltet lages i tynn finer som gjøres dobbel. Den underste delen holder 10 mm neodymmagneter<sup>29</sup> som presses inn i plata. Til slutt limes de to delene sammen. Det er viktig at magnetene er senket ned i plata slik at de ikke skraper i overflata av oppvaskmaskinen. Fronten av skiltet er laget i 3 mm plastbelagt MDF (bak-kledning til skap) som ved gravering vil forsvinne og lage tydelig kontrast mellom tekst og bakgrunn. “REN OPPVASK” vil da framstå som mørke bokstaver på hvit bakgrunn, og “SKITTEN OPPVASK” som hvite bokstaver på mørk bakgrunn.



Figuren under til høyre viser det ferdige produktet.

### 11.2.3 Ideens biografi

Ideen til dette skiltet går et par år tilbake i tid da renholderen ved Vitensenteret var sykmeldt en periode, og de øvrige ansatte ved senteret måtte overta ansvaret for oppvasken. Dermed var det stadig et problem å holde orden på om oppvasken i maskinen var ren eller skitten, og det skjedde til stadighet at man satte skitten oppvask inn i ren maskin. Så tok leder for teknisk ansvar og laget et magnetisk skilt som ble satt på fronten, dermed var problemet løst.



### 11.2.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for “Ren oppvask”/”Skitten oppvask” skilt

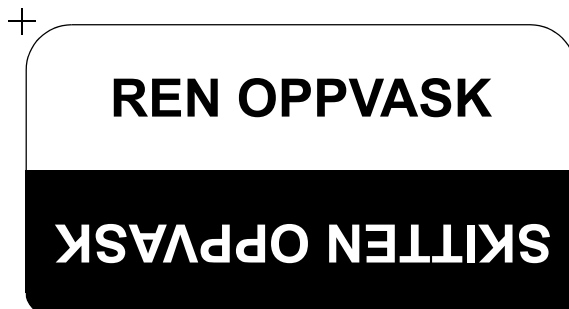
---

29.Clas Ohlson (<http://www.clasohlson.com/no/Neodym-magnet/Pr311466000>)



Basisplate – Materiale: 3 mm MDF dekket med hvit plast, Vektorskjæring – Speed: 20 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power: 18 %.

Målestokk 1 : 2



Basisplate – graveringsfil



Basisplate – skjærefil



Bunnplate – skjærefil





## 12 Tegnemaskiner

### 12.1 Stor spirograf (Rev. 30.01.17)

#### 12.1.1 Bakgrunn

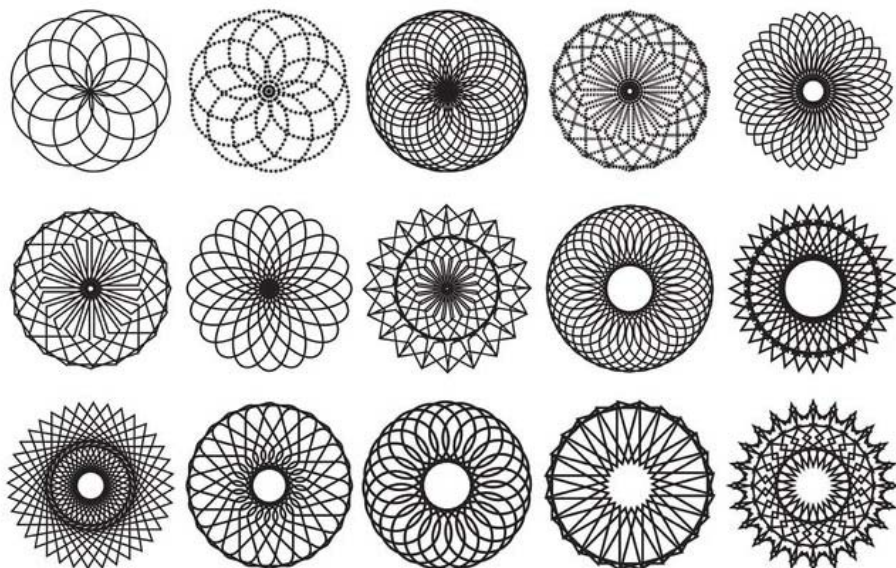
Det finnes en lang rekke mekaniske tegnemaskiner, de fleste bygget av entusiaster fra ulike kanter av verden. Utgangspunktet er som regel to eller flere roterende hjul som ved hjelp av armer styrer bevegelsen til tegneredskap, tusj eller penn eller lignende (se avsnitt 12.2, side 163).

Den enkleste varianten er *spirografen* som består av et tannhjul som triller på innsiden eller utsiden av en sirkel forsynt med tenner. En penn plasseres i et hull i hjulet. Når hjulet triller vil pennen tegne en kurve på et papirark som er plassert under hjulet.

Figuren under (t.v.) viser en enkel spirograf, og til høyre en dataframstilt spirograflignende figur.



Figuren under viser flere typiske spirograf-mønster, likevel er nok disse mønstrene datagenerert.



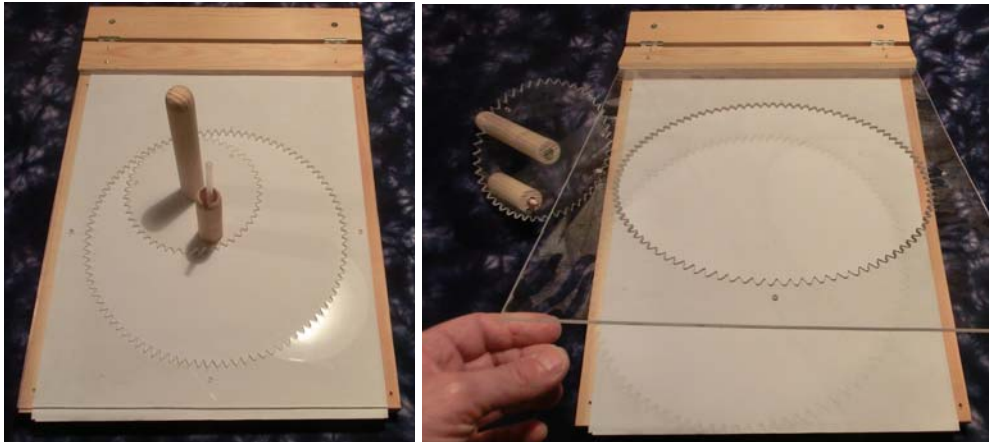
Designed by Vecteezy



Spirografer kan fåes kjøpt i de fleste leketøysbutikker eller de kan lett lages med laserkutteren.

### 12.1.2 Konstruksjon av en stor spirograf for bruk i utstillingen

Å laserkutte en spirograf for bruk i en vitensenterutstilling er ingen sak. Utfordringen er at den skal betjenes med penner som til en hver tid skal være "skrivedyktige". Likevel, bildet under viser en slik spirograf, laget i akryl. Et hjul med 49 tenner trille på innsiden av en store åpning med 97 innvendige tenner. Dvs. hjulet har trillet litt mer enn akkurat en runde rundt den utvendige sirkelen når hjulet har gått to ganger rundt sin egen akse. Det vil si, vi får en tegning hvor kurvene smyer seg tett inntil hverandre for hver runde, men møter ikke seg selv igjen før den har gått mange runder.



Når tegningen er ferdig, løfter man opp plata og et nytt ark kan legges inn under plata.

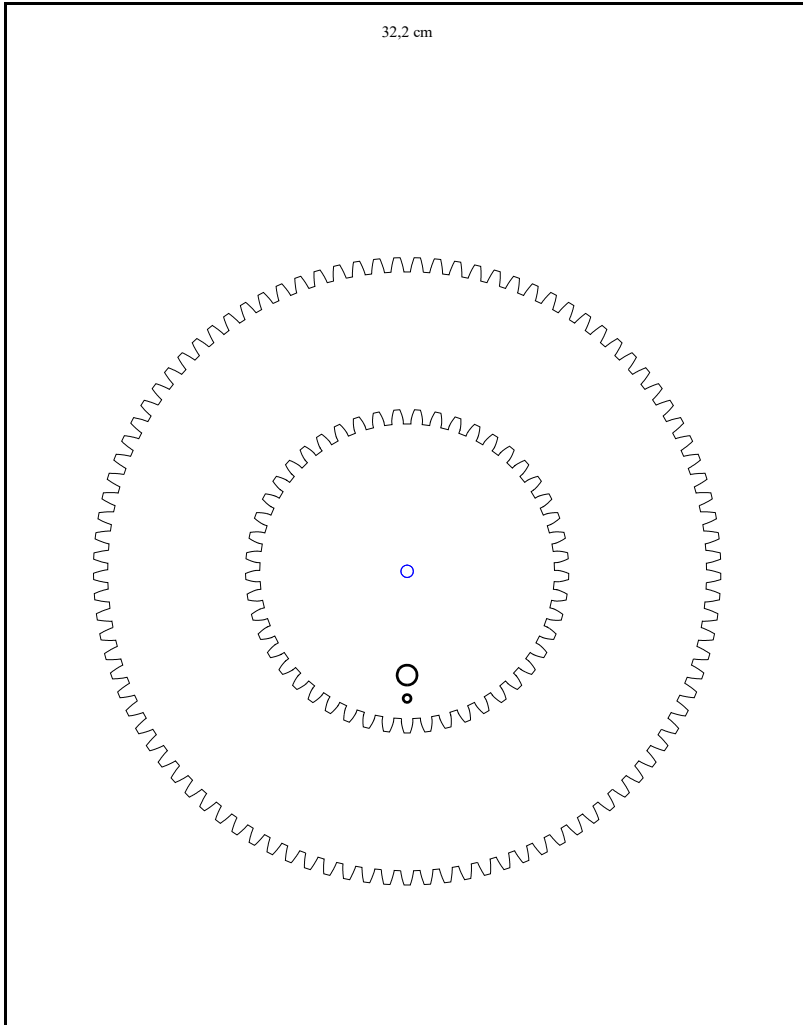
### 12.1.3 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for stor spirograf.

Basisplate – Materiale: 4 mm akryl (Biltema), Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %.



Målestokk 1 : 3



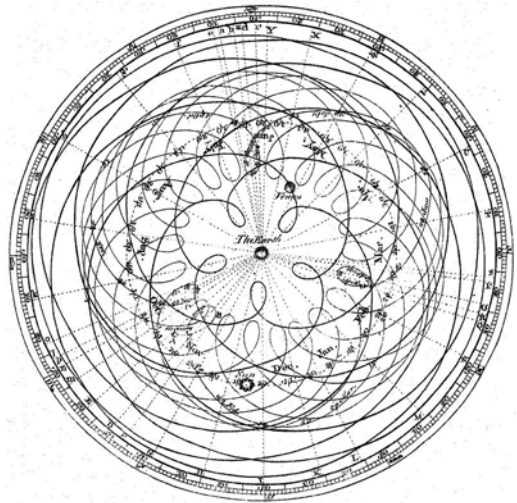
Basisplate – skjærefil

## 12.2 Cycloid tegnemaskin (Rev. 30.01.17)

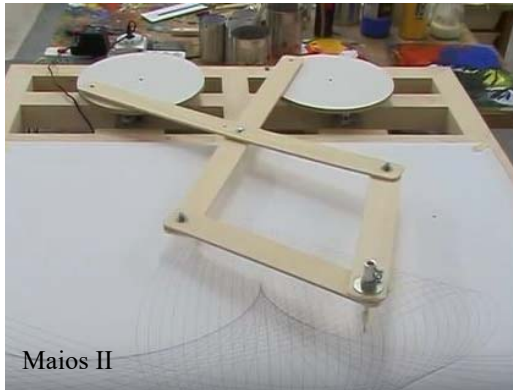
### 12.2.1 Bakgrunn

Gjennom de siste 10–12 årene har kunstneren **Alfred Hoehn** eksperimentert med roterende hjul påmontert pantograflignende mekanismer som holder et tegneredskap. Figuren nederst på siden viser en typisk realisering av en slik tegnemaskin som han har gitt navnet Maios II. I alt har han bygget og publisert 9 slik tegnemaskiner som alle egner seg for framstilling med laserkutter.

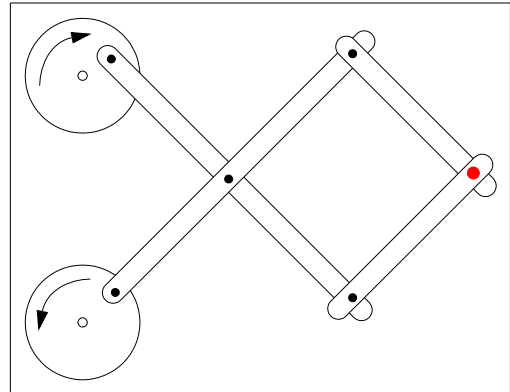
Navnet Maios stammer sannsynligvis fra den greske astronomen **Klaudios Ptolemaios** (ca. 100 – 168), som forfektet et jordsentrert univers. Han var også en stor matematiker og beskrev planetenes baner rundt jorda med matematiske ligninger, og disse banene skulle være sirkulære. Etter som observasjonene ble mer nøyaktig, fikk han imidlertid problemer med å få matematikken til å stemme med observasjonene. Han måtte derfor modifisere ligningene med å legge nye sirkelbaner utenpå de opprinnelige slik at matematikken stemte med observasjonene, se figuren til høyre<sup>30</sup>. Dette varte helt til nye og bedre observasjoner ble gjort og problemet viste seg på nytt. Slike sammensatte baner kalles *episykler*.



På mange måter ligner Ptolemaios *episirkulære* baner på de tegningene Alfred Hoehn lager med sine tegnemaskiner, dermed er ikke navnet Maios på tegnemaskinene helt tatt ut av luften<sup>31</sup>.



Maios II



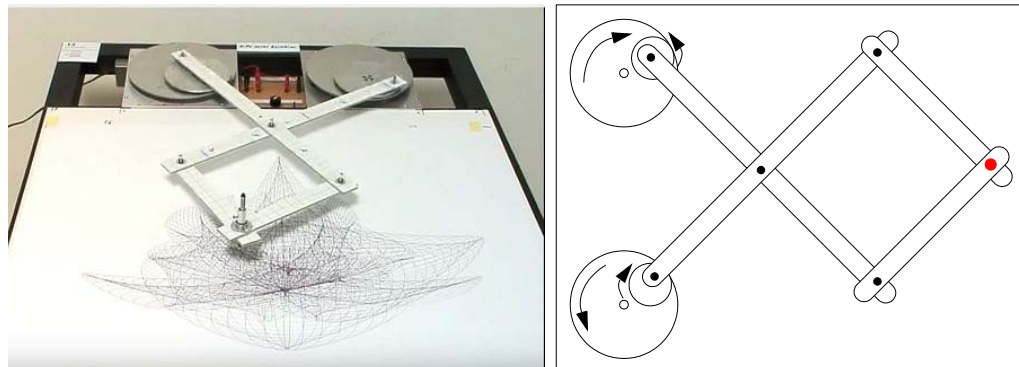
30. [https://en.wikipedia.org/wiki/Deferent\\_and\\_epicycle](https://en.wikipedia.org/wiki/Deferent_and_epicycle)

31. <https://www.youtube.com/channel/UCONj-uzrWvdaL4Nz4Y1HNxA>



De to runde skivene roterer langsomt med forskjellig hastighet. Den innbyrdes hastigheten kan justeres etter behov.

Ved å utvide maskinen med ytterligere to hjul som er festet til de to sirkulære skivene, og som går i motsatt retning av de første, oppnår Hoehn større kompleksitet i tegningene som antydnet i figuren under.



Mens Alfred Hoehn benytter motorer som drivkraft for sine tegnemaskiner, så benytter **Joe Freedman** seg av håndmakt.

Joe startet sin karriere på 70-tallet som “book designer” hvor han framstilte bøker og kataloger for museer, noen av dem meget suksessfulle. Senere laget han optiske leketøy som han solgte i små opplag<sup>32</sup>. I de seneste årene har han konstruert og framstilt det han kaller “Cycloid Drawing machins”. Disse er laserskåret og er foreløpig produsert og solgt i et meget begrenset antall. Dette er et av flere prosjekter finansiert av “Kick Starter”<sup>33</sup> i USA.



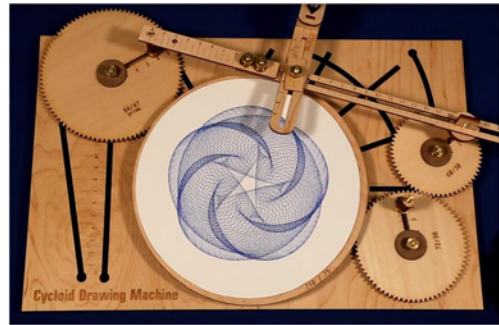
---

32. <http://www.heeza.fr/en/games-toys-optical-toys/900-optical-toy-2-thaumatropes-by-joe-freedman-usa.html>

33. <https://www.kickstarter.com/projects/1765367532/cycloid-drawing-machine/description>

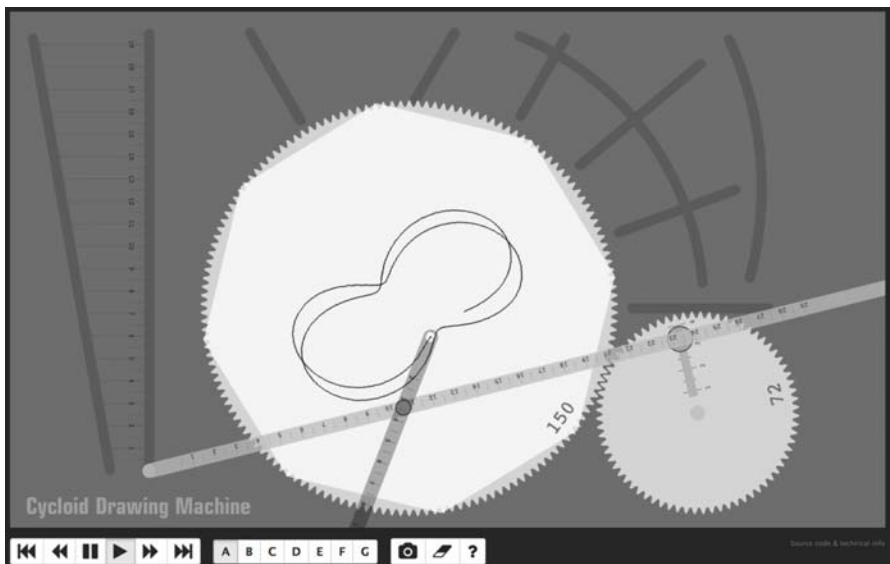
Maskinen inneholder en rekke deler pent innpakket i en eske laget for dette formålet. Settet inneholder følgende deler:

- 1 basisplaten
- 2 sirkulære tegnebord med tannhjul (120 og 150 tenner)
- 12 tannhjul i tre (32, 34, 40, 50, 58, 60, 72, 74, 90, 94, 98, og 100 tenner)
- 3 forbindelsesstag
- 2 forlengelsesstag
- 1 penneholder
- 50 ark med sirkulært tykt tegnepapir
- 100 ark med åttekantet tegnepapir for uttesting
- 1 mal for kutting av åttekantet tegnepapir
- 3 pennar med sort, rød og blå farge
- 1 rull med tape
- 4 holdere for å koble stagen til tannhjulene
- Div. messing skruer og muttere med gripetak
- 1 delikat brukerveiledning med mange eksempler



De lux-modellen inneholder i tillegg et ekstra tegnebord med et tannhjul med 144 tenner, i tillegg til ytterligere 5 tannhjul med henholdsvis 30, 36, 48, 66 og 80 tenner.

Det er imidlertid ikke lett å finne fram i jungelen av kombinasjoner av ulike tannhjul og plassering av akslinger. *Jim Bumgardner* har derfor laget et simuleringsprogram basert på programmet “Processing”, hvor man effektivt kan teste ut ulike kombinasjoner av tannhjul og plassering av akslinger<sup>34</sup>.



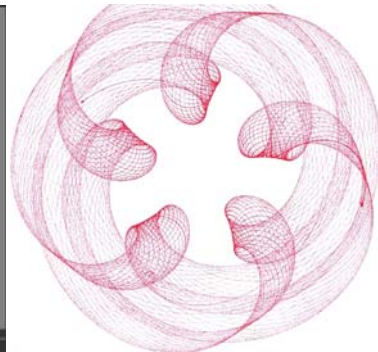
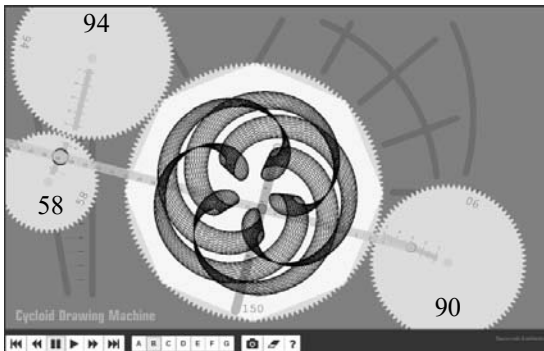
34. <http://wheelof.com/sketch>



Ved hjelp av menyen nederst (A – G) kan man velge ulike kombinasjoner av oppstillingen av tannhjul og stag. Ved å bruke muspekeren og dra i akslingene kan man endre festepunktene, og ved å “dra” i tannhjulene endre størrelsen, dvs. antall tenner. Man kan så enten kjøre simulatoren langsam, raskt eller generere den endelige figuren momentant. Til slutt kan man lagre tegningen.

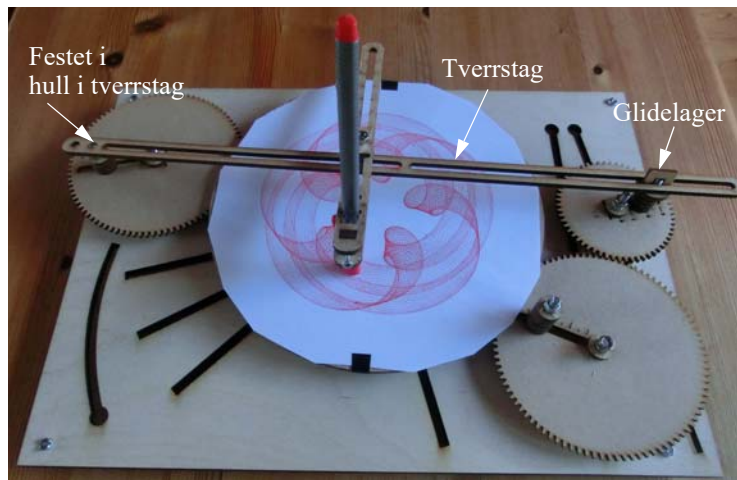
Under er vist en simulering av et oppsett med tre tannhjul (94, 58 og 90, og bordet med 150 tenner), dessuten er plasseringen av akslingene på tannhulene forsøkt plassert likt i simulatoren og i virkeligheten. Dette gir mulighet til å sammenligne den simulerte og den virkelige tegningen.

Vi ser av figuren under at likheten mellom den simulerte og den mekanisk tegnede figuren er slående



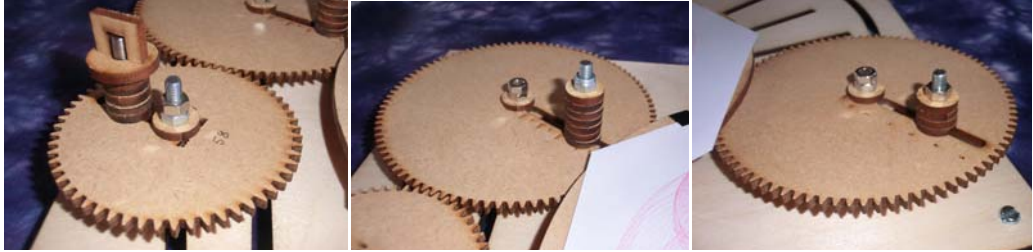
### 12.2.2 Konstruksjon

Joe Freedman har lagt ned mye arbeid i denne maskinen og han får mye skryt fra de som har vært så heldig å få tak i en slik maskin (han har laget seks for salg). Etter selv å ha laget en kopi av maskinen ut fra det som er lagt ut på nettet så skjønner jeg hvor mye arbeid det ligger i detaljer. Jeg erfarte selv hvor lite som skulle til for at hjulene løsnet eller satt for stramt. Jeg måtte derfor bruke mye tid til å finne gode løsninger for sammenføyningene.

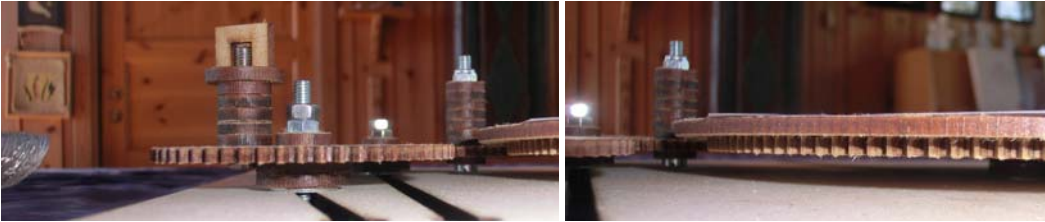




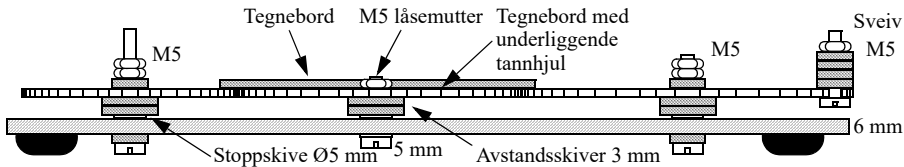
Under er vist noen detaljbilder av tannhulene.



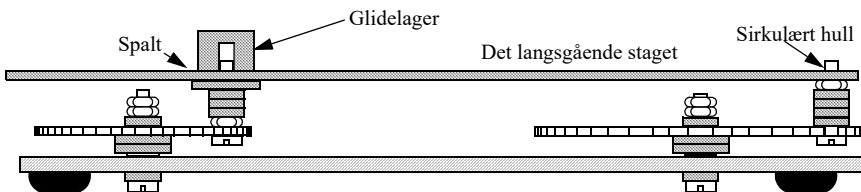
Bildene under er vist tannhulene fra en litt annen vinkel slik at det skal være mulig å se hvordan jeg har montert tannhulene til plata. Joe har gjort dette på en langt mer profesjonell måte.



Monteringen av tannhjulene er ytterligere tydeliggjort på tegningen under. Tegningen viser hvordan tannhjul og tegnebord med underliggende tannhjul kan festes. Jeg har valgt å bruke to muttere, M6, for å låse mutterne slik at de ikke løsner under bruk. Her finnes det sannsynligvis langt bedre måter å gjøre dette på. Årsaken til at jeg ikke brukte låsemuttere var at disse var meget trege å få på plass. En kan også vurdere å bruke M5 vingemuttere til å låse en M5 mutter under, dermed skulle det være lettere å løsne koblingene. Selve basisplata er av 6 mm kryssfiner, mens tannhjul og avstandsskiver er laget i 3 mm MDF. Man kunne også med fordel laget tannhjulene av kryssfiner, da MDF er lite slitesterkt.

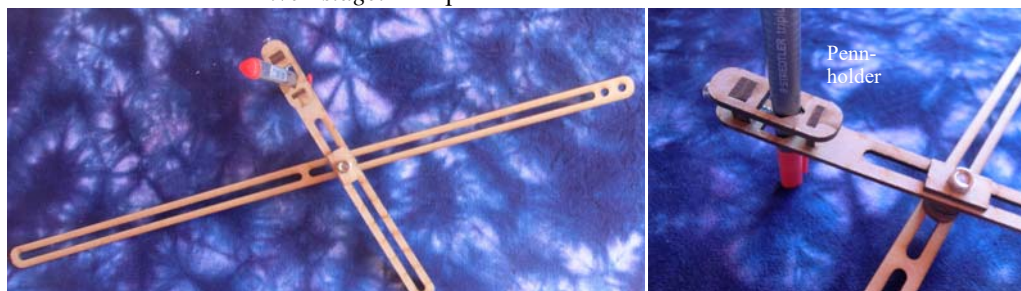


Det langsgående staget går mellom akslinger festet eksentrisk på to av tannhjulene. I den ene enden har staget et sirkulært hull med diameter 5,5 mm som er tredd ned på akslingen. I den andre enden festes det langsgående staget til akslingen med et *glidelager*.

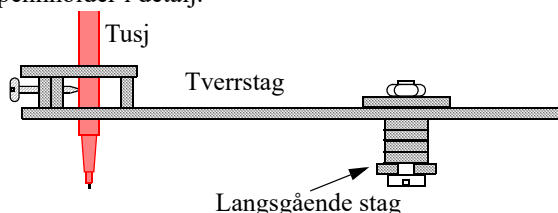




Merk at tegningene over ikke er identisk med det endelige oppsettet, men viser prinsippene, Figuren under viser bilder av *tverrstaget* med pennholder.



Figuren under viser pennholder i detalj.



### 12.2.3 Ideens biografi

Helt siden barndommen har jeg vært fascinert tegnemaskiner som harmonografer, spirografer, geometriske penner, guilloche mønster og lignende. Det var derfor ikke vanskelig å la seg engasjere da jeg kom over hjemmesiden til Joe Freedman og ikke minst Wayne Schmidt som i stor detalj og med stor entusiasme beskrev og demonstrerte Joe's "Cycloide Drawing Machine"<sup>35</sup>.

Dessuten passet dette perfekt inn i utprøvingen av laserkutteren og mine eksperimenter med tannhjul ved hjelp av programmet GearDXF<sup>36</sup>. Jeg vil imidlertid ikke at mitt design skal bli en konkurrent på markedet til Joe Freedmans delikate sett. Privat kan man vel eksperimentere fritt.

### 12.2.4 Skjære- og graveringsmaler

Skjære- og graveringsmaler for Cycloid tegnemaskin.

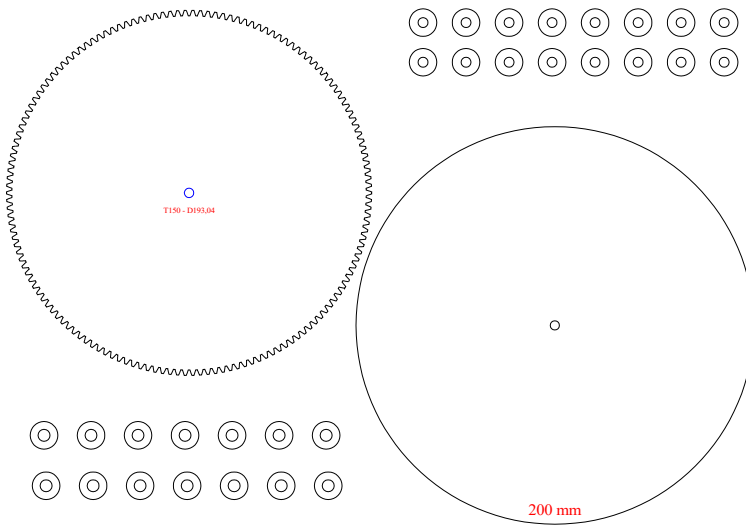
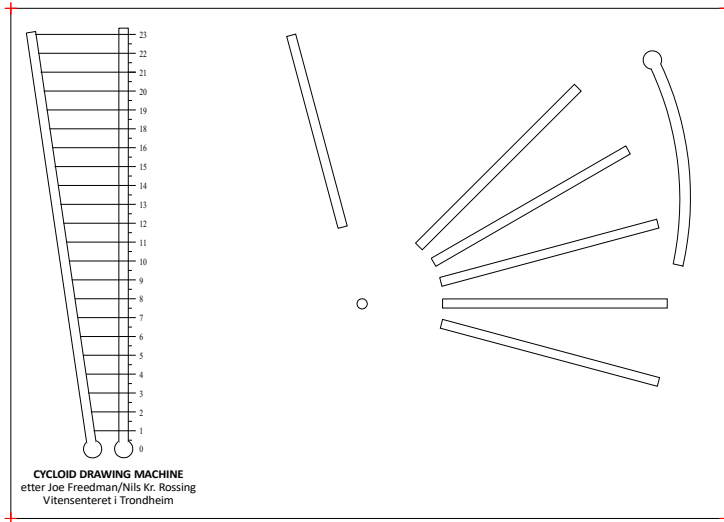
Basisplate, tannhjul og annet – Materiale: 6 mm bjørkefiner, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %, Rastergraving – Speed: 100 %, Power 25 %.

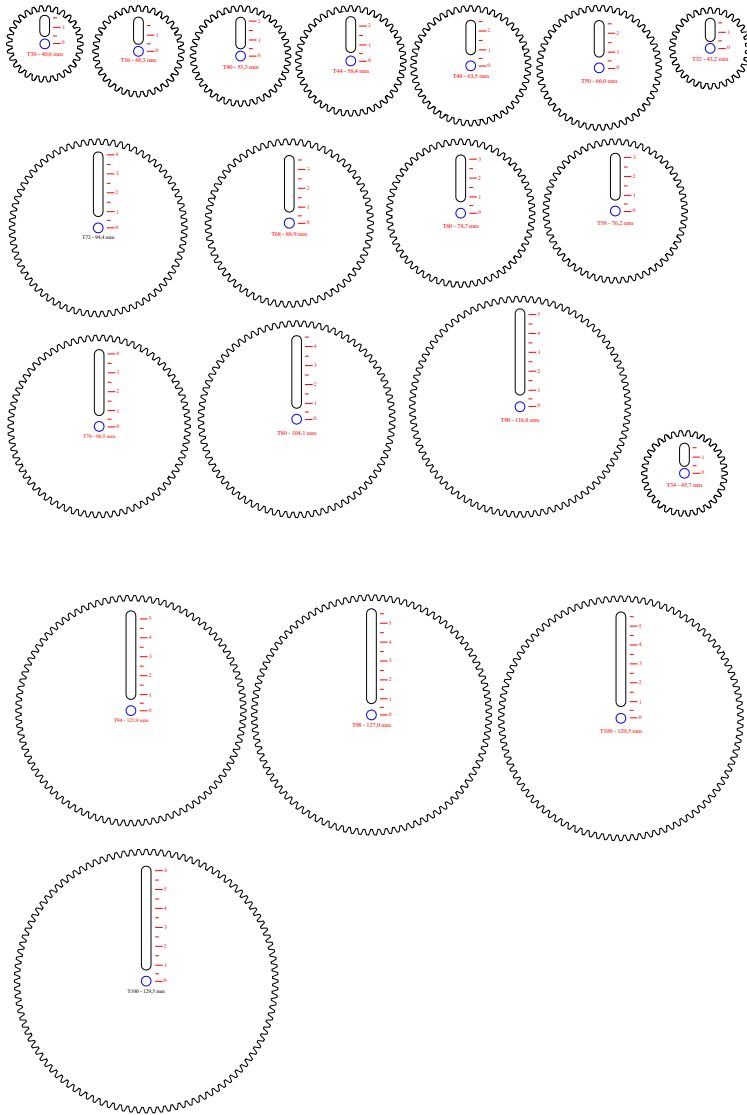
Av respekt for det fantastiske arbeidet Joe Freedman har gjort, ønsker jeg ikke å legge ut filene fritt tilgjengelig. Uansett vil disse enkle kopiene falle noe igjennom mht. kvalitet i forhold til Freedmans kvalitetsarbeid. Vi anbefaler imidlertid å oppsøke en av de mange videoene på YouTube som demonstrerer hans maskin.

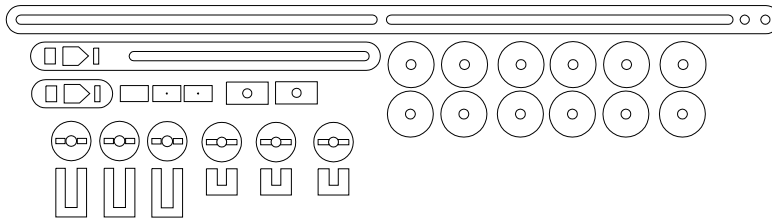
35. <https://www.youtube.com/watch?v=ygcGfnVM6Ho>

36. <http://en.freedownloadmanager.org/Windows-PC/GearDXF-FREE.html>





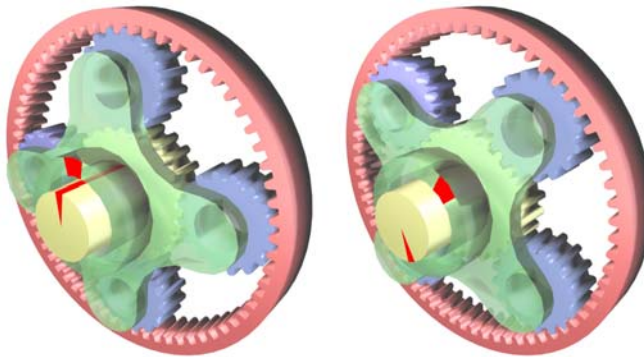




## 12.3 Urverk med planetgir (Rev. 30.01.17)

### 12.3.1 Bakgrunn

Min gode venn Helge Rustad har, etter at han fikk tilgang til laserkutteren ved Vitensenteret, konstruert et urverk bygget opp av tannhjul. Urverket består av et planetgir som vist i figuren under.



Planetgiret består av et tannhjul i sentrum (*solhjulet*), fire tannhjul som alle griper inn i senterhjulet (*planethjul*), som igjen triller på innsiden av et ytre tannhjul (*tannring*). Akslingene til de tre planethjulene holdes opp av en *brakett*. Dersom vi i dette tilfellet holder tannringen fast og lar solhjulet rotere vil braketten rotere med laver turtall gitt av forholdet mellom antall tenner på hjulene. Figuren til høyre viser et tilfelle hvor et solhjulet er omgitt av tre planethjul.

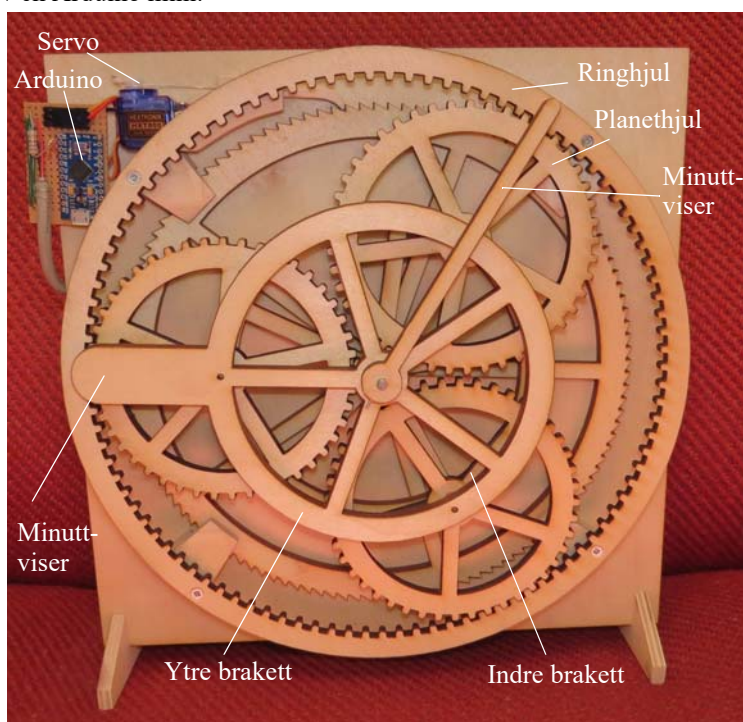
Fordelen med en slik løsning er at giret tåler stort dreiemoment med relativt små dimensjoner fordi kreftene er balansert.





### 12.3.2 Konstruksjon

Slik klokka er bygget for øyeblikket så drives den av en servo som trekker fram et sagtannformet tannhjul som er forbundet med en senter aksling som driver minuttviseren, se bildet under. Servoen styres av en Arduino mini.



Virkemåten er som følger: Servoen skyver fram det bakerste tannhjulet som har 120 tenner, en tann hvert  $\frac{1}{2}$  minutt. Dette styrer så minuttviseren ved hjelp av en gjennomgående aksling. Det midterste lille hjulet, solhjulet, er også festet til denne akslingen, og vil dermed også gjøre én rotasjon i timen. Solhjulet har 9 tinner som griper inn i de tre planethjulene som alle har 45 tenner, dvs. fem ganger så mange som solhjulet. Planethjulene triller på innsiden av ringhjulet som har 99 tenner, og er skrudd fast i bakplata. Braketten som holder de tre planethjulene har da en hastighet lik  $\frac{1}{12}$  av solhjulet. Siden timeviseren er festet til den ytre braketten vil denne rotere med en  $\frac{1}{12}$  av hastigheten til minuttviseren, hvilket er som ønsket.

For å stabilisere akselpunktet til planethjulene er det montert en indre brakett på undersiden av planet hjulene.

### 12.3.3 Ideens biografi

Så lenge jeg har kjent Helge så har han bygget klokker, men også



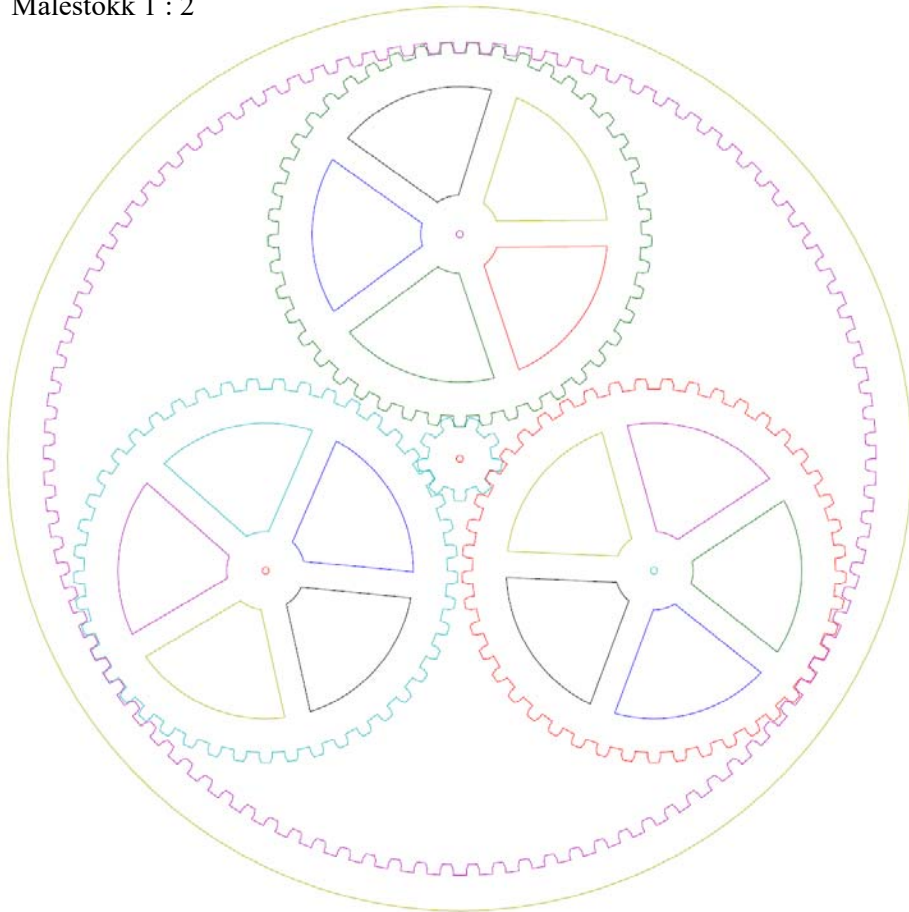
mange andre snurrige innretninger. Året etter at Vitensenteret i Trondheim åpnet bygget han en kuleklokke som sto i inngangspartiet til senteret. Den gikk i flere år, men ble etter hvert slitt og etter hvert sendt tilbake til opphavsmannen. Besøk gjerne Helges hjemmeside: <http://helge.ru-stad.name/>

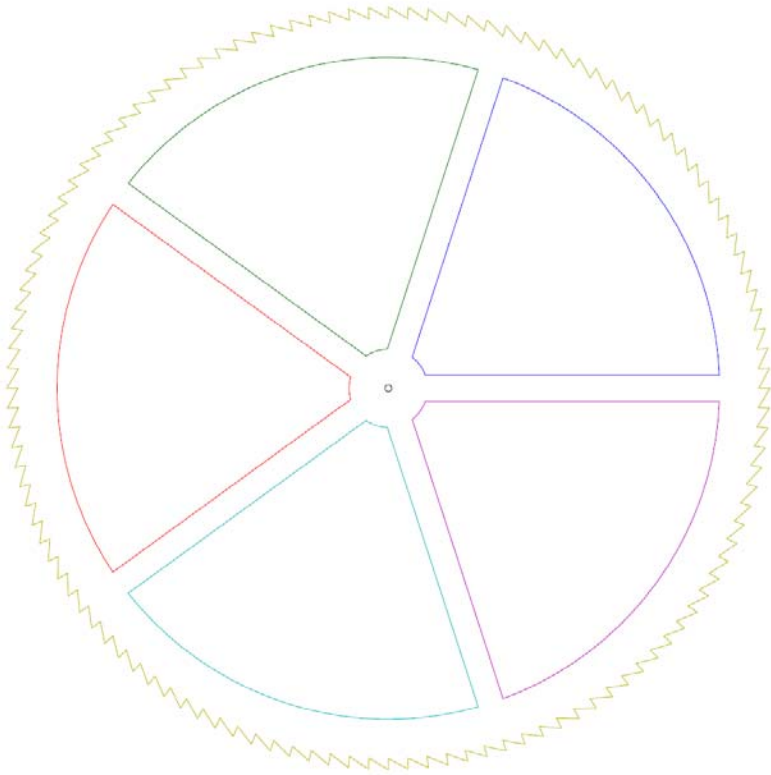
### 12.3.4 Skjære- og graveringsmaler

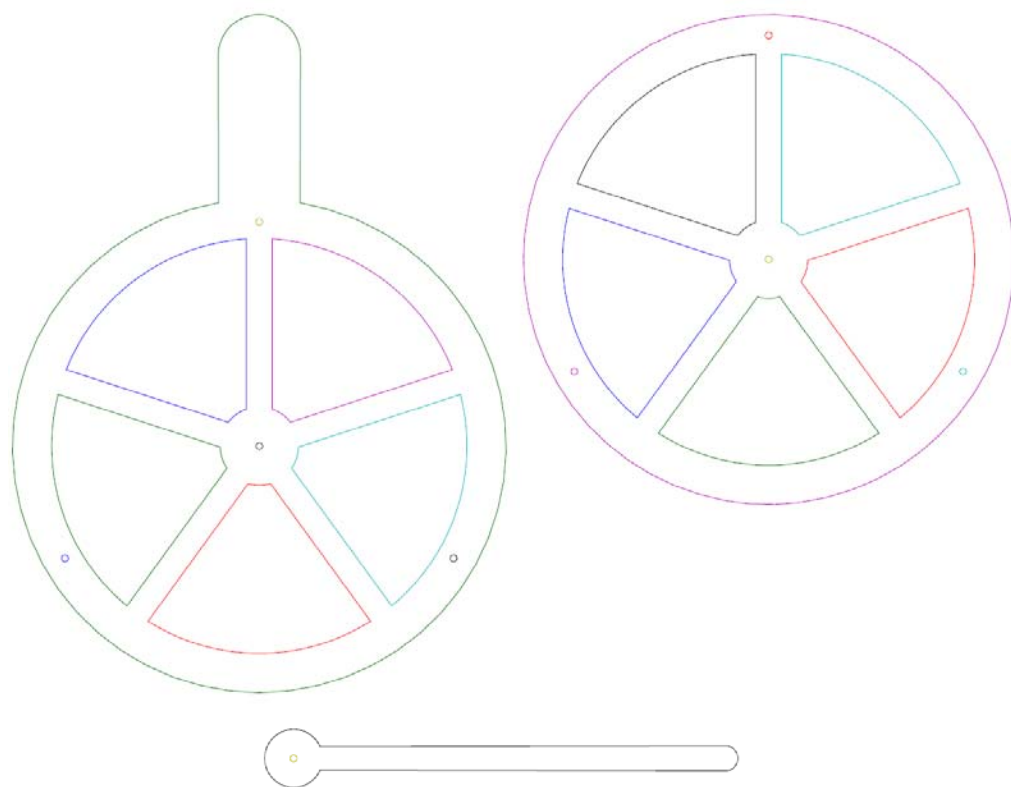
Skjære- og graveringsmaler for klokke med planetgir

Basisplate, tannhjul og annet – Materiale: 6 mm finer, Vektorskjæring – Speed: 6 %, Power: 100 %,

Målestokk 1 : 2







## 12.4 Ideer til andre design

Under er en liste over ulike design som kan være interessant og lærerikt å realisere:

- *Pentakis kaleidoskop med akrylspeil* – i forbindelse med matematikkutstillingen Abelloftet  
<http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/takaki2008/index.html>  
<http://www.scipress.org/journals/forma/pdf/2101/21010029.pdf>
- *Pythagoras kopp* - Kan den lages med laserkutter?
- *Kurvetegner av typen Maios*
- *Pendelur med tannhjul*
- *Cyclic Drawing Machine med magnetholdere*
- *Mendosino-motor*



- 
- *Solcelle lampe i akryl*





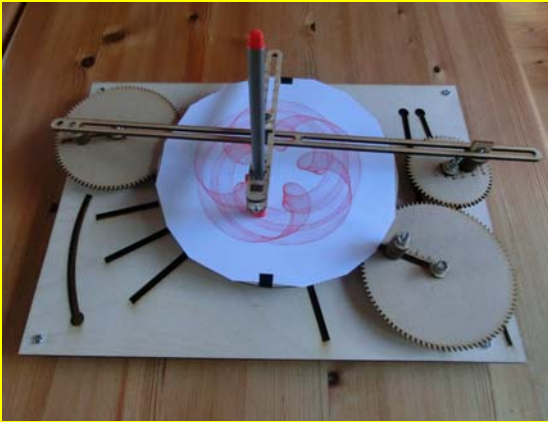
---

## 13 Referanser

- [1] Philip Kent, *Anamorph Me – User’s guide*, version 0.2, [www.anamorphosis.com](http://www.anamorphosis.com)  
<http://www.anamorphosis.com/UsersGuide.pdf>
- [2] Nils Kr. Rossing, *Fysikkeksperimenter - for bruk i skolen*, Tapir akademisk forlag, Trondheim 2007
- [3] Fred Leeman, *Hidden images - Games of perception - Anamorphic Art - Illusion, From the Renaissance to the Present*, Harry N. Abrams, Inc., Publishers, New York 1976
- [4] Al Seckel, *Master of Deception*, Sterling, New York, London 2004.







Hftet er blitt til etter som forfatteren har lært seg å bruke laserkutteren som ble satt i drift ved Vitensenteret i Trondheim i januar 2016. Selv om den i stor grad brukes til modellbygging og andre interne prosjekter, er det tanken at den etter hvert skal gjøres tilgjengelig for lærere og elevprosjekter, og for publikum generelt etter opplæring.

Modellene i heftet slik det framstår for øyeblikket er plukket ut med tanke på relevans for andre prosjekter. Flere av matematikkmodellene kan være aktuelle for den nye matematikkutstillingen på Abelloftet ved Vitenfabrikken. De to generatorene er aktuelle som prototyper for den nye elektrisitetsutstillingen ved Vitensenteret i Trondheim, og et par modeller er valgt ut fra påkommende behov eller “just for fun”.

**Nils Kr. Rossing**

Prosjektleder ved Vitensenteret i Trondheim  
Førstelektor ved Skolelaboratoriet ved NTNU  
e-post: [nkr@vitensenteret.com](mailto:nkr@vitensenteret.com)