UNDERVISNINGSPRAKSISER FOR Å STØTTE ELEVERS MATEMATISKE RESONNERING

Anita Valenta, Institutt for lærerutdanning, NTNU
Skrevet i 2022 som en del av ProPrimEd-prosjektet, https://www.ntnu.no/ilu/proprimed

«Vår praksis i denne typen situasjoner er å gjøre følgende» kan vi høre noen si. Her brukes ordet praksis i betydning noe man bruker å gjøre ofte, regelmessig, en type rutine. Bevisst eller ubevisst har vi alle noen bestemte rutiner, ting vi gjør, i situasjoner vi opplever ofte. Det gjelder undervisning også. En lærer kan for eksempel ha som rutine, *undervisningspraksis,* å starte time i lyttekroken, be elever om innspill uten at de har rukket opp hånda, lese opp oppgavene for elevene, ikke ha lekse og så videre. Noen undervisningspraksiser er generelle, på tvers av fag, andre er mer fagspesifikke. I matematikkdidaktisk forskning prøver man å identifisere undervisningspraksiser som er viktige for å støtte elevers matematikklæring. For eksempel fremhever Kazemi & Hintz (2014) noen undervisningspraksiser lærer kan bruke for å støtte elevers deltakelse og læring i fellesdiskusjoner i klassen, altså noen samtaletrekk lærer kan bruke: gjenta det eleven sier, be en annen elev gjenta, spørre hvorfor, spørre om noen har noe å tilføye eller om de har endret mening, la elever snakke med de de sitter ved siden av og gi dem nok tid til å tenke. Ellis et al. (2019) peker på at samtaletrekk slik som de ovenfor kan brukes i alle fag, ikke bare matematikk. Med andre ord, de peker på at det er behov for å identifisere undervisningspraksiser som tar mer hensyn til det spesifikke for matematikk, som er mer rettet mot noen konkrete matematiske prosesser.

Matematisk resonnering er en sentral del av matematisk arbeid og er viktig for elevers læring i matematikk generelt. I denne teksten skal vi derfor se på noen undervisningspraksiser som kan være viktige for å støtte elevers arbeid med matematisk resonnering. Matematisk resonnering (MR) handler om å se etter likheter og forskjeller i arbeid med matematikk, utvikle hypoteser om sammenhenger og finne ut om de er sanne eller ikke, og hvorfor (Jeannotte & Kieran, 2017). Prosesser som er sentrale innen arbeid med matematisk resonnering (MR-prosesser) er søk etter mønster, generalisering, sammenligning, klassifisering, hypotesesetting, eksemplifisering, arbeid med å argumentere og bevise.

For å legge til rette for elevers læring og arbeid med matematisk resonnering, er det to aspekter av matematikkundervisning som er sentrale: 1. valg av oppgaver elever skal jobbe med, og 2. måten læreren støtter elevers arbeid under arbeidet med oppgavene (se f.eks. Mueller et al., 2014). I denne teksten skal vi se nærmere på det siste – undervisningspraksiser læreren kan bruke for å støtte elevers arbeid under arbeidet med oppgavene som kan innebære matematisk resonnering[1].

Vi ser her nærmere på resultater av studien Ellis et al. (2019) har gjennomført der de analyserer hva noen lærere gjør for å støtte elevers arbeid med prosessene innen matematisk resonnering. Med utgangspunkt i sin analyse, utvikler de et rammeverk som beskriver de ulike undervisningspraksisene/lærergrepene (rammeverket TMSSR – Teacher Moves for Supporting Student Reasoning). I rammeverket ser de ikke bare på lærergrep knyttet til samtale (innspill/spørsmål), men inkluderer andre typer grep slik som å representere på et annet vis og lignende. De skiller mellom ulike lærergrep både ut fra hvilken funksjon de har i prosessen med å støtte elevers arbeid, og identifiserer fire ulike kategorier:

[1] Om oppgaver som kan legge til rette for elevers matematiske resonnering kan du lese i f.eks. Ponte & Quaresma, 2016; Stein et al., 2009.

Få fram elevens resonnering	Respondere på elevens resonnering
Fremme elevens resonnering	**Utvide elevens resonnering**

Innen hver av de fire kategoriene, klassifiserer videre Ellis et al. (2019) lærergrepene ut fra deres potensial for å støtte matematisk resonnering – lavt eller høyt potensial.

I studien til Ellis et al. (2019) arbeider elevene med oppgaver som innebærer matematisk resonnering. I samtaler mellom lærer og enkeltelever, elevgrupper eller helkasse, ble lærergrepene fra de ulike kategoriene brukt ofte i den rekkefølgen de er listet ovenfor (få fram - respondere – fremme – utvide), men ikke alltid. Rekkefølgen kan variere avhengig av elevens innspill, fasen i arbeidet, målet med samtalen. Innen hver av de fire kategoriene, har Ellis et al. (2019) videre skilt mellom lærergrep som har lavt potensial for å støtte matematisk resonnering, og de som har høyt potensial.

Videre i teksten skal vi se nærmere på TMSSR-rammeverket til Ellis et al. (2019), definere og gi eksempler på de ulike lærergrepene. Begrepene jeg bruker er oversatt og tilpasset fra Ellis et al. (2019), og jeg bruker egne eksempler. I teksten jeg kalle lærergrepene fra TMSSR-rammeverket for MR-lærergrep. Når slike grep brukes regelmessig i undervisning, kan vi kalle dem for *MR-undervisningspraksiser*, altså praksiser som støtter elevers matematiske resonnering.

FÅ FRAM ELEVENS RESONNERING

Formålet med lærergrepene i denne kategorien er å få fram hva elever tenker, hva de har gjort, få avklaringer og innsikt i deres resonnement. Grepene hjelper læreren å forstå hva eleven tenker, vurdere elevers forståelse og avklare elevens fremgangsmåter og ideer. Gjennom grepene i denne kategorien, kan elevens[2] resonnement bli synliggjort ikke bare for læreren, men også for andre elever. Lærere kan velge å få frem bare svar og prosedyrer, eller også prøve å få frem elevens ideer, begrepsmessig forståelse og forklaringer. Grepene er kategorisert etter lavt/høyt potensial og presentert i tabell 1 med eksempler.

Lærergrep – lavt potensial	Definisjon og eksempler
Få fram svar	Stiller spørsmål for å få fram elevens svar på oppgaven. *Hva har du svart i denne oppgaven?*
Få fram fakta eller prosedyrer	Ber elever om noen fakta eller om å gjennomføre noen prosedyrer. *Hvor mange centimeter er det i en meter? Hvordan kan vi skrive det som et desimaltall?*
Etterspørre avklaring	Spør for å avklare hva eleven mener. *Så du mener at jentelarven kommer først til toppen, eller?*
Sette seg inn i elevens resonnement	Prøver å forstå elevens fremgangsmåte og/eller forklaring. *Hvordan har du kommet frem til at jentelarven kommer først? Mener du at de begynner samtidig, eller?*
Undersøke elevens forståelse	Spør for å vurdere elevens forståelse av en matematisk ide som diskuteres. *Hvorfor kan man forkorte den brøken med 2?*

[2] For enkelhetsskyld skriver jeg ofte i teksten om én elevs resonnement, men det kan handle om resonnementet til en gruppe elever også.

Lærergrep – høyt potensial	Definisjon og eksempler
Få fram ideer	Stiller spørsmål for å få fram elevens ide om løsningsstrategi i en oppgave eller om en matematisk ide. *Hvordan har du tenkt at dette bildet kan brukes for å finne ut hvor mye 4 ganger 9 er?*
Få fram forståelse	Spør for å få fram elevens forståelse og prøve å identifisere måten hen tenker. *Hva vet du om det tallet her? Hvordan bruker du det videre?*
Etterspørre forklaring	Ber elever om å utdype mer og forklarer hvordan de tenker. *Kan du fortelle mer her? Hvor kom den 7-eren fra?*

Tabell 1: Få frem-lærergrepene fra Ellis et al. (2019)

Respondere på elevens resonnering

Etter at en elev har presentert sitt resonnement, kan læreren respondere på ulike vis. Gjennom disse grepene videreutvikles ikke resonnementet videre så veldig mye - svar og ideer enten bekreftes som korrekte eller avkreftes som feil, noen viktige momenter fremheves gjennom at de gjentas eller representeres på et annet vis. I tabell 2 er respons-grepene som kan støtte MR kategorisert etter potensialet, og eksemplifisert.

Lærergrep – lavt potensial	Definisjon og eksempler
Rette elevens feil	Retter eksplisitt elevens feil. *Du sier at det finnes bare én måte å få 6, 2 ganger 3. Men 6 ganger 1 er vel også en mulighet?*
Gjenta elevens utsagn	Gjentar elevens ideer enten muntlig eller skriftlig for å gjøre dem synlig for andre. *Skriver på tavla det eleven sier.*
Oppmuntre til at elever gjenta andres utsagn	Ber andre elever gjenta elevens ide eller fremgangsmåte med egne ord. *Sanna, kan du fortelle med egne ord hva denne gruppen har gjort for å komme frem til løsningen?*
Validere et korrekt svar	Validerer elevens ide ved å gjenta, omformulere eller tilføye informasjon til elevens innspill. *Ja, ikke sant. Når du vet at tallet er mindre enn 3, så vet du at det er mindre enn 20 også, du trenger ikke å spørre om det.*
Lærergrep – høyt potensial	**Definisjon og eksempler**
Få elever til rette opp feil	Legger opp til at eleven(e) skal rette opp feil. *Du sier at gutte- og jente-larven kom samtidig. Kan det stemme hvis de ikke starter samtidig og den jenta er raskere?*
Representere på et annet vis	Læreren gjentar noe eleven har sagt, men samtidig representerer det på litt annet vis for å få frem ideen eller fremgangsmåten. Det kan struktureres annerledes, illustreres med et eksempel eller tegning, eller skrives med symboler. *Ok, så det du sier er at hvert tall blir doblet. Vi kan lage en tabell så vi ser det tydelig.*

Tabell 2: Respondere-lærergrepene far Ellis et al. (2019)

Gjennom grepene i de to siste kategoriene, fremme og utvide elevens resonnering, påvirkes og endres elevens resonnement, slik vi skal se videre i teksten.

FREMME ELEVENS RESONNERING

Lærere kan fremme elevens resonnering videre gjennom å veilede eleven, eller ved å tilføye noe nytt eleven kan ta i bruk. Lærer kan veilede gjennom å gi tips om noe som er sentralt i oppgaven, gjennom å bryte oppgaven i mindre, enklere steg og lede eleven til en ide eller fremgangsmåte gjennom spørsmål, eller gjennom å minne om strategier som er blitt brukt før i lignende oppgaver. En annen måte å fremme elevers resonnering på er gjennom å «tilføye noe» altså introdusere/bringe inn noe som ikke er med i elevens resonnement ennå. Det kan være snakk om generell informasjon som er nødvendig, en prosedyre eller en begrepsmessig forklaring eller oppsummering av viktige poeng. I tabell 3 er de ulike grepene innen denne kategorien listet og eksemplifisert.

	Lærergrep – lavt potensial	Definisjon og eksempler
Veilede	**Rette elevers oppmerksomhet**	Indikerer et konkret aspekt i oppgaven, ideen, eller fremgangsmåten som elevene bør fokusere på. *Her står det differanse. Hvilken regneoperasjon er det?*
	Stille ledende spørsmål	Stiller spørsmål som leder mot en konkret strategi. *Hvor mange muffins er det i en rad på dette brettet? Og hvor mange rader er det?*
	Bryte ned oppgaven	Deler opp oppgaven i mindre steg for elevene og reduserer kompleksiteten i den. *Se på jentelarven først. Hvor mye har hun gått på en time? Hvor mye har hun gått på to timer?*
Tilføye noe	**Gi generell informasjon**	Gir eleven generell informasjon, ikke spesifikk for oppgaven. *Skylde penger betyr at man har lånt, at det må betales tilbake.*
	Fortelle hvordan noe skal gjøres	Forteller hvordan man kan gå frem for å løse en oppgave, skisserer en fremgangsmåte. *Du kan skrive tallene under hverandre, så tar du siffer for siffer og plusser.*
	Oppsummere en oppgave/ide	Oppsummere rammene i en oppgave eller noen viktige poeng i arbeidet. *Det som er viktig her er å skille mellom de ulike verdiene. Og veksle når det er ti.*
	Lærergrep – høyt potensial	**Definisjon og eksempler**
Veilede	**Tilby veiledning**	Gir tips om mulig fremgangsmåte eller sentral ide uten å skissere det hele. *Det er snakk om påfølgende tall her, hva er spesielt med dem?*
	Oppmuntre til flere løsningsstrategier	Oppmuntre til å finne flere strategier på en og samme oppgave. *Kan man tenke på en annen måte her?*
	Bygge videre på elevers bidrag	Bygger på noe eleven selv (eller en annen elev) har gjort før for å hjelpe eleven videre. *I disse to oppgavene tegnet du og telte, kan du prøve å gjøre det her også?*
Tilføye noe	**Presentere alternative løsningsstrategier**	Bringer inn mye måter å tenke på, nye strategier. *En elev i en annen klasse har sagt at han bruker å se på hvor nært teller og nevner er. Hvordan kan det hjelpe her?*
	Presentere en begrepsmessig forklaring	Tilbyr en forklaring som bygger på egenskaper av og relasjoner mellom matematiske objekter. *Vi har ikke flere siffer enn 0,...,9. Ti hundredeler er like mye som en tidel siden hundre er 10 tiere. Så når får i addisjon 10 hundredeler, så skriver vi det som én tidel*

Tabell 3: Fremme-lærergrepene fra Ellis et al (2019)

UTVIDE ELEVENS RESONNERING

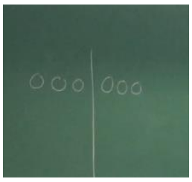
Gjennom grepene i denne kategorien prøver læreren å få eleven til å utvide sitt resonnement, først og fremst mot generalisering og argumentasjon. Også her kan man skille mellom grepene som veileder eleven videre og de som tilføyer noe. I tabell 4 er MR-lærergrepene som utvider elevens resonnering presentert.

	Lærergrep – lavt potensial	Definisjon og eksempler
Veilede	**Oppmuntre til evaluering**	Spør elever om hva de synes om andres svar eller forklaringer. *Stian, du er enig i at strategien til Anne kan virke?*
	Etterspørre nøyaktighet	Ber elever om å sjekke arbeidet, fylle inn detaljene, er nøye. *Når du skriver 2/3 her, 2/3 av hva er det snakk om?*
	Bryte ned argumentasjon	Prøver å få eleven til å argumentere, men argumentet brytes opp og forenkles gjennom spørsmålene. *Når du sier 7 ganger 1/2 og 7 ganger 1 her, hva er det du egentlig regner ut da? Og når hvert av de tre barna har 7 flasker med 1 og 1/2 liter saft, hvorfor ganger du 10 og 1/2 med 3 da?*
	Lærergrep – høyt potensial	**Definisjon og eksempler**
Veilede	**Oppmuntre til refleksjon**	Ber elever om å reflektere omkring svar og forklaringer. *Hva er det som gjør at summen blir et tall i 3-gangen? Vil det være det for hvilke som helst tre tall?*
	Oppmuntre til resonnering	Oppmuntre elever til å tenke på egenskaper av og relasjoner mellom de involverte begrepene. *Hva er likt, og hva er ulikt når dere ser på de tallene her? Er det noe mønster?*
	Etterspørre argumentasjon	Spør elever om å forklare hvorfor en strategi virker, eller argumentere for en sammenheng eller en løsning. *Hvorfor blir det slik at summen alltid blir delelig med 3?*
Tilføye noe	**Etterspørre generalisering**	Oppmuntre elever til å generalisere på tvers av ulike eksempler, eller til å uttrykke en generell sammenheng. *Kan noen si noe om hva slags tall det er mulig å få som omkrets når vi har denne typen rektangler?*

Tabell 4: Utvide-lærergrepene fra Ellis et al. (2019)

EKSEMPEL: MR-LÆRERGREP I EN HELKLASSEDISKUSJON

Vi skal nå se på en helklassediskusjon fra en norsk 6.klasse om en oppgave som innebærer matematisk resonnering, og skal bruke rammeverket til Ellis et al. (2019) til å identifisere de ulike grepene læreren gjør for å støtte elevers resonneringsprosesser.



Klassen har på forrige timen diskutert hypotesen om at alle tall i 6-gangen er partall. Det ble fremhevet at et partall er et tall som kan deles i to like store deler (hele tall), og argumentet for hypotesen tok utgangspunkt i tegningen ved siden av der man så at 6 kan deles i to like store deler, og hver ny 6-er som legges til kan deles på samme måte. Summen (som da blir et tall i 6-gangen) kan derfor alltid deles i to like store deler. Timen vi skal se på nå, starter med at læreren minner om arbeidet sist. Elevene får deretter i oppgaven å finne ut om:

Summen av to partall blir et partall – alltid, aldri eller noen ganger?

Oppgaven legger opp til matematisk resonnering, nærmere bestemt hypotesesetting (undersøke om den gitte sammenhengen gjelder alltid, aldri eller noen ganger) og argumentasjon/bevis for hypotesen. Det er nok delen med å argumentere og at sammenhengen gjelder alltid som er den sentrale i oppgaven og også mest krevende for elevene.

I økta har elevene jobbet med oppgaven i små grupper, og så starter en fellesdiskusjon som vi skal se noen utdrag fra nedenfor og analysere. MR-læreregrepene er skrevet i kursiv slik at deres bruk i analysen blir mer synlig.

1. Lærer Nå har jeg gått rundt og sett litt, og det ser ut som om dere er enige. Men vi må ta en liten runde å høre hva dere har tenkt og hva dere har funnet ut. Er det sånn, at om du legger sammen to partall, blir også svaret et partall? Er det alltid sånn? Aldri sånn, eller av og til? Vi kan begynne med Amal og Azra da, få høre hva dere har tenkt.

Lærer starter diskusjonen ved å prøve å få fram resonnementet til Amal og Azra som har jobbet sammen. Han spør om hva de har tenkt, så her prøver han å *få fram ideen* deres.

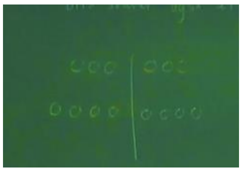
2. Amal Vi tenker alltid, siden, vi gjorde så masse, og vi tenkte litt, om det er så masse så blir det alltid tenkte vi, og ja..
3. Azra For eksempel 2 pluss 2 er begge partall, og svaret blir 4, 4 er også et partall.
4. Lærer Okey. Ja. Så det dere egentlig har gjort da, dere har skrevet ned masse eksempler på partall og plusset sammen to partall og alle gangene ble det partall til svar? [Jentene: ja] Men, er vi overbevist om at det alltid er sånn da? Kan det ikke være sånn at en eller en annen plass så lurer det seg inn et svar som ikke blir et partall da? Dere har jo ikke undersøkt alle partallene. Kan vi med sikkerhet vite at det alltid blir partall, ved å sjekke ut noen? Omara?

Første del av utsagnet 4 ovenfor handler fortsatt om å få fram elevenes tenking, og det virker som om læreren her prøver å *sette seg inn i elevenes resonnement.* Videre i utsagnet responderer læreren ved å prøve å *få elever til å rette opp feil*. Man kan også si at han prøver å utvide elevenes resonnering ved etterspørre generalisering og argumentasjon. Til slutt ber han en annen elev, Omara, om innspill, altså prøver å *få fram* et *svar.*

5. Omara For at, om vi trenger [uhørlig], uansett hvor mange partall vi plusser på hver side, så blir det liksom like mye.. ja, emh..
6. Lærer Men si det en gang til, nå må dere høre hva Omara sier.
7. Omara Vi tegnet en slik strek som du gjorde, og 4 sirkler på hver side, eller en sirkel på hver side. Også 3, også blir det like mye på hver side..
8. Lærer Du tenkte i stad, i stad så tegnet jo jeg 6, gjorde jeg ikke det? Bare som et eksempel. 6 er et partall, og hvis vi deler det i to så får vi likt på begge sidene. Også sa du noen annet også, hva sa du?

I utsagn 6 ber læreren Omara om å gjenta det hun sier og funksjonen av det innspillet ser ut til å være å *få fram* en *avklaring*, men også få andre elever til å følge med da noe viktig, fremme deres resonnement ved å *rette* deres *oppmerksomhet.* I utsagn 8 *representerer* læreren det det eleven sier *på et annet vis*, gjennom å utdype detaljene rundt eksemplet og tegningen eleven trekker frem. Han *etterspør* videre mer *avklaring*.

9. Omara Uansett hvor mye vi plusser på så blir det likevel like mye på begge sidene.
10. Lærer Så det du vil, hvis du tegner opp et annet partall da, for eksempel kan du si et annet partall da?
11. Omara 8.
12. Lærer 8 okey. Så om vi tegner 8 da, så blir det 4 der og 4 der. Og i og med at det også er et partall så kan vi dele det i to. Og da blir det like mye der som det er der. Og da er det et partall, var det det du tenkte?



13. Omara Ja.

I utsagn 10 prøver læreren videre å *få fram idéen* til Omara (så det du vil), og også *fakta* (et annet partall). Videre, i utsagn 12 *representerer* læreren tallet 8 som eleven foreslår *på et annet vis*, som fire rundinger hver side av streken på tegningen. Videre fremmer han elevenes resonnering ved å *oppsummere en ide* (at summen blir partall siden det, som vist på tegningen, kan deles i to like store deler).

14. Lærer Var dere med på den? Hørte dere hva hun sa nå? [Klassen: ja] ja. Er dere overbevist om at, at uansett hvilket partall vi plusser sammen så vil det bli partall uansett?

15. elev Yes.

16. Lærer Okei, ja, dere er overbevist? Hva snakker dere om Ingrid og Irmelin?

17. Ingrid Samme som dem.

I utsagn 14 kan man si at læreren utvider elevens resonnering ved å *oppmuntre til evaluering* (om de forstår resonnementet, og de er overbevist av argumentet*)*. Han prøver å *få frem* elvenes *ideer* i utsagn 16. Til slutt oppsummer læreren:

18. Lærer Det er det som er litt vanskelig vet du. For ofte blir man overbevist selv, slik som Amal som fant hvor mange regnestykker, med masse partall som ble partall, så da ble hun overbevist selv om at det må være alltid. Men om jeg er litt sånn kritisk da, så kan jeg jo si at det kan jo være at en eller annen plass så blir et ikke sånn, og da er ikke jeg helt overbevist. Så da handler det om å lage et argument som er enda mer overbevisende da. Jeg synes det du sa nå Omara var veldig bra, for her vil en jo se det på den tegninga uansett. For hvis vi tar to partall vil det bli like mye på begge sider [peker på tegningen på tavla], og da blir det et partall til sammen. Var dere med på den? [elever: ja] Var det noen som prøvde på noe annet da? For det var jo, en ting er å finne om det var alltid, aldri eller av og til, men var det noen som prøve å skrive en annen forklaring enn det de gjorde da?

I første del av oppsummeringen ovenfor utvider læreren elevenes tenking ved å *oppmuntre til refleksjon* om at det ikke er nok å sjekke noen eksempler hvis vi prøver å overbevise om at noe gjelder alltid. Videre responderer han ved å *validere et korrekt svar*, Omara sin idé. Til slutt fremmer han elevens resonnering videre ved å *oppsummere ideen* en gang til og *oppmuntre til flere løsningsstrategier*.

Her ser vi hvordan lærergrepene fra de ulike kategoriene brukes om hverandre i en helkassediskusjon. Læreren får frem ulike gruppers resonnement, fremhever og tydeliggjør noen sentrale aspekter i argumentasjonene og oppmuntrer elever til refleksjon omkring noen kritiske momenter (som det at å sjekke eksempler ikke er nok hvis vi argumenterer for at noe *alltid* er sant).

Av og til er det ikke så lett å si om et lærergrep i en undervisningssituasjon er akkurat den eller den type, det kan være avhengig av situasjonen. I tillegg kan et grep ha flere funksjoner samtidig slik at det kan gi mening å si at grepet er av to typer samtidig. Viktigere enn bestemme akkurat hvilken type et lærergrep er, er å bli bevisst på muligheter man har til å støtte elevers arbeid innen matematisk resonnering. Ved å arbeide bevisst med å øve på noen gode lærergrep som vi vet kan støtte elevers matematikklæring, kan de etter hvert bli til undervisningspraksis man har, en rutine man gjør uten å tenke så mye over det.

Referanser

Ellis, A., Özgür, Z., & Reiten, L. (2019). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal, 31*(2), 107–132. http://dx.doi.org/10.1007/s13394-018-0246-6

Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 96*(1), 1–16. https://doi.org/10.1007/s10649-017- 9761-8

Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions*. Stenhouse Publishers.

Mueller, M., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2014). Teachers Promoting Student Mathematical Reasoning. *Investigations in Mathematics Learning, 7*(2), 1–20. https://doi.org/10.1080/24727466.2014.11790339

Ponte, J. P. & Quaresma, M. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. *Educational Studies in Mathematics, 93*(1), 51–66.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. & Silver, E. A. (2016). *Implementing Standards-Based Math Instruction: A Casebook for Professional Development*. Teachers College Press.