SENSORVEILEDNING – SØK 3005 – VÅREN 2019

Oppgave 1

Modellen fremstilles i Gibbons, side 102-103. Det forventes at besvarelsen utleder monopolkvantumet som gir høyest mulig overskudd og bruker trigger-strategier som finner lavest mulig diskonteringsfaktor som opprettholder monopolkvantumet. Lavest mulig diskonteringsfaktor er 9/17.

Oppgave 2

Nytten er $u = w^2$
Initiell inntekt $w = 4$
Lotteriet: $\tilde{X} = (-2, \frac{1}{2}; 2, \frac{1}{2})$

a)

$$Eu(w + \tilde{X}) = \frac{1}{2}(w-2)^2 + \frac{1}{2}(w+2)^2 = \frac{1}{2}(2^2 + 6^2) = 20$$

$$u(w - \Pi) = (4 - \Pi)^2 = 20 \rightarrow \Pi = 4 - \sqrt{20} = -0.472 \qquad (43)$$

Risikopremien er negativ fordi funksjonen er konveks. Individet er ville til å betale for å være med i lotteriet. (har her med en risk-lover å gjøre)

b) $v = w^4 = u^2$
v er en konveks transformasjon av u og denne vil være større i absolutt verdi. Dette kan vises ved å kalkulere som i a) $\rightarrow \Pi = -1.06$

Oppgave 3

a)

Forventet tap = 0.25 * 8 = 2 millioner. I tillegg må det betales 20 % administrasjonskostnader. Premien til Kari blir altså 2.4 millioner.

b) Hva er optimal verdi av β?

Maksimeringsproblemet:

$$max_{\beta} H(\beta) = E(u(\tilde{y})) = Eu(w_0 - \beta P_0 - (1-\beta)\tilde{x}) \tag{2}$$

$$H'(\beta) = \frac{\partial Eu(\tilde{y})}{\partial \beta} = E[(\tilde{x} - P_0)u'(\tilde{y})] = 0 \tag{3}$$

$$H'(B) = \frac{1}{4}\frac{\tilde{x} - P_0}{(w_0 - \beta P_0 - (1-\beta)\tilde{x}))} + \frac{3}{4}\frac{(-P_0)}{(w_0 - \beta P_0)} = 0 \tag{4}$$

$$\tilde{x} - P_0 = \frac{3P_0[w_0 - \beta P_0 - (1-\beta)\tilde{x}]}{(w_0 - \beta P_0)} \tag{5}$$

$$8 - 2.4 = \frac{3 \cdot 2.4[12 - 2.4\beta - (1-\beta)8)]}{12 - 2.4\beta} \tag{6}$$

$$\beta = \frac{38.4}{53.76} = 0.7142 \tag{7}$$

c)

$$8 - 2.4 = \frac{3 \cdot 2.4[16 - \beta 2.4 - (1-\beta)8]}{(16 - 2.4\beta)}$$

$$89.6 - 13.44\beta = 57.6 + 40.32\beta$$

$$\beta = \frac{32}{53.76} = 0.5952$$

Optimal andel faller fra 71.4 % til 59.5 % når initial formue går opp.

Oppgave 4

Oppgaven kan løses ved hjelp av modellen i kapittel 2.3 i Macho-Stadler og Perez-Castrillo.

Prinsipalens optimaliseringsproblem

$$\underset{[e, \{w(x_i)\}_{i=1,\dots,n}]}{\text{Max}} \quad \sum_{i=1}^{n} p_i(e)\, B(x_i - w(x_i))$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} p_i(e)\, u(w(x_i)) - v(e) \geq \underline{U}.$$

Førsteordensbetingelsen blir:

$$\lambda^O = \frac{B'(x_i - w^O(x_i))}{u'(w^O(x_i))}, \text{for all } i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

Førsteordensbetingelsen beskriver kontrakten som gir optimal risikofordeling mellom prinsipal og agent.

En god besvarelsen vil gjennomgå ulike kombinasjoner av risikoaversjon hos prinsipal og agent.

i) Bare prinsipalen er risikonøytral

Hvis B''=0, blir B' en konstant. Førsteordens-betingelsen blir da:

$$u'\,(w^O(x_i)) = \text{constant for all } i.$$

$$w^O(x_1) = w^O(x_2) \;\; = \ldots = w^O(x_n)$$

I dette tilfellet er det optimalt at prinsipalen bærer all risiko slik at agenten får en fast lønn.

ii) Bare agenten er risikonøytral

Hvis u''=0, blir u' en konstant. Førsteordens-betingelsen blir da:

$$w^O(x_i) = x_i - k.$$

I dette tilfellet er det optimalt at agenten bærer all risiko slik at prinsipalen får en fast betaling, tilsvarer franchising.

iii) Begge har risikoaversjon

$$-B'\,(x_i - w^O(x_i)\,) + \lambda\, u'\,(w^O(x_i)\,) = 0.$$

Differentiating with respect to x_i gives:

$$-B''\left[1 - \frac{\mathrm{d}w^O}{\mathrm{d}x_i}\right] + \lambda\, u''\frac{\mathrm{d}w^O}{\mathrm{d}x_i} = 0.$$

Now, by substituting the equality

$$\lambda = \frac{B'\,(x_i - w^O(x_i))}{u'\,(w^O(x_i))},$$

$$-\frac{B''}{B'}\left[1 - \frac{dw^O}{dx_i}\right] + \frac{u''}{u'}\frac{dw^O}{dx_i} = 0.$$

$$\downarrow$$

$$\frac{dw^O}{dx_i} = \frac{r_p}{r_p + r_a}$$

r_p = Prinsipalens absolutte risikoaversjon

r_a = Agentens absolutte risikoaversjon

I dette tilfellet vil risikoen bli fordelt proporsjonalt med partenes absolutte risikoaversjon. Den som har størst absolutt risikoaversjon bærer minst risiko i den forstand at vedkommende mottar et beløp som varierer mindre med resultatet enn hva den andres beløp gjør.

Det er ikke nødvendig å karakterisere hvilken innsats som kontrakten angir, men det gir heller ikke trekk for å gjøre det.