

Sensorveiledning SØK3005

Dette er et kort notat til sensor, ikke fullstendig løsningsforslag.

Oppgave 1

Antar sektor som bruker 2 typer arbeidskraft, faglærte (type 1) og ufaglærte (type 2). Etterspørselen etter hver type antas gitt ved:

$$(1) N^i = N^i(w^i, w^j), \frac{\partial N^i}{\partial w^i} < 0, \frac{\partial N^i}{\partial w^j} > 0, i=1,2; j=1,2; i \neq j$$

a) Separate fagforeninger med preferansefunksjoner

$$(2) U^i = U^i(w^i, N^i(w^i, w^j)), i=1,2; j=1,2; i \neq j$$

FOB ved simultan lønnsfastsetting gir følgende 2 ligninger som definerer Nash-likevekten:

$$(3) \frac{dU^i}{dw^j} = U_{w^j}^i + U_{N^i}^i \frac{\partial N^i}{\partial w^j} = 0, i=1,2$$

Tolk disse! Første ledd er grensenytte av økt egenlønn, andre ledd reflekterer marginal kostnad ved at økt egenlønn reduserer sysselsettingen. Gjerne også grafisk tolkning.

Begrunn intuitivt / grafisk at responsfunksjonene mest sannsynlig har positiv helning: Økt lønn for gruppe j vil gi et skift utover i etterspørselen etter arbeidskraft for gruppe i. Ny tilpasning med høyere lønn og høyere sysselsetting for gruppe i. Nash-likevekt der de to responskurvene krysser hverandre.

b) Felles fagforening med preferansefunksjon (som for eksempel) gitt ved:

$$(4) U = U^1(w^1, N^1(w^1, w^2)) + U^2(w^2, N^2(w^2, w^1))$$

Maksimering av (4) mhp de to lønnsatsene gir følgende 2 betingelser som definerer samarbeidsløsningen:

$$(5) U_{w^i}^i + U_{N^i}^i \frac{\partial N^i}{\partial w^i} + U_{N^j}^j \frac{\partial N^j}{\partial w^i} = 0, i=1,2, j=1,2; i \neq j$$

Sammenlignet med (4) får vi i begge betingelsene et nytt ledd som tar hensyn til at økt lønn for den ene gruppen øker sysselsettingen for den andre gruppen. Dette leddet er positivt og trekker i retning av økte lønninger sammenlignet med tilfellet med simultan lønnsfastsetting.

c) Uelastisk etterspørsel for faglærte (type 1).

Her har vi da at $\left| \frac{\partial N^1}{\partial w^1} \right|$ er liten. Under a) kan vi da si at i FOB for faglærte er

marginalkostnaden ved økt egenlønn lav siden sysselsettingen reduseres lite. Dette gir insentiv til økt lønn for faglærte (for gitt lønn for ufaglærte). Drøft gjerne også grafisk ved å sammenligne tilpasningen ved bratt og slak etterspørselskurve og konkluder med at lønna blir høyere ved bratt (uelastisk) etterspørselskurve.

Økt lønn for faglærte vil videre gi økt lønn for ufaglærte når responsfunksjonen har positiv helning. Responskurven for faglærte kan gis et positivt skift og vi får en bevegelse opp langs responskurven for ufaglærte.

Under b) kan det på samme måte argumenteres for at uelastisk etterspørsel etter faglærte gir høy lønn for faglærte. Konsekvensen for ufaglærtes lønn i samarbeidsløsningen er ikke like åpenbar så her honoreres gode resonnement.

Oppgave 2 a)

Problemet her gjelder adverse selection med to typer agenter: God agent har nyttefunksjonen

(6) $U^G = u(w) - v(e)$ der $w =$ lønn og $e =$ innsats. Dårlig agent har nyttefunksjonen

(7) $U^B = u(w) - kv(e), k > 1.$

Ved **full informasjon** løser prinsipalen to separate optimeringsproblem:

For god agent maksimerer prinsipalen

$$\pi(e) - w \text{ gitt at } u(w) - v(e) \geq \underline{u}$$

Dette gir betingelsene

$$(8) \pi'(e^{G*}) = \frac{v'(e^{G*})}{u'(w^{G*})} \text{ og } (9) u(w^{G*}) - v(e^{G*}) = \underline{u}$$

For dårlig agent maksimerer prinsipalen

$$\pi(e) - w \text{ gitt at } u(w) - kv(e) \geq \underline{u}$$

Dette gir da betingelsene

$$(10) \pi'(e^{B*}) = \frac{kv'(e^{B*})}{u'(w^{B*})} \text{ og } (11) u(w^{B*}) - kv(e^{B*}) = \underline{u}$$

Tolk betingelsene og få fram at begge kontraktene er paretoeffektive og at begge agentene oppnår reservasjonsnytt.

Kan videre framstille kontraktene grafisk og finne at optimale kontrakter under full informasjon gir høyere innsats av god agent som har lavest kostnad ved økt innsats.

Utfordringen ved asymmetrisk informasjon er at hvis prinsipalen utformer kontraktene karakterisert ved (8) – (11) vil den gode agenten velge kontrakten utformet for dårlig agent (sett $k = 1$ i (11), da blir nytten høyere enn reservasjonsnytt). Prinsipalen må derfor utforme et sett av nye kontrakter som har den egenskapen at hver type agent selv velger kontrakten ment for sin type. Formelt maksimerer prinsipalen forventet nytte gitt ved

$$q[\pi(e^G) - w^G] + (1 - q)[\pi(e^B) - w^B]$$

der q er sannsynligheten for at agenten er god mens $1 - q$ er sannsynligheten for dårlig agent.

Følgende bibetingelser gjelder

$u(w^B) - kv(e^B) = \underline{u}$ som er deltakerbetingelsen for dårlig agent, og

$u(w^G) - v(e^G) = u(w^B) - v(e^B)$ som er insentivbetingelsen (selvseleksjonsbetingelsen) for god agent. (Kan nevnes at deltakerbetingelsen for god agent og insentivbetingelsen for dårlig agent er overflødige).

Løsningen av prinsipalens optimeringsproblem gir følgende betingelser som karakteriserer kontrakten for god agent:

$$(12) \pi'(e^{G*}) = \frac{v'(e^{G*})}{u'(w^{G*})} \text{ og } (13) u(w^{G*}) - v(e^{G*}) = \underline{u} + (k - 1)v'(e^B)$$

Kontrakten for god agent gjøres fortsatt paretoeffektiv (ligning (12) er lik ligning (8) ved full informasjon). Videre oppnår den gode agenten en informasjonsrente $(k - 1)v'(e^B) > 0$ slik at nytten til den gode agenten er høyere enn reservasjonsnytt.

For dårlig agent er kontrakten karakterisert ved følgende betingelser

$$(14) \pi'(e^{B*}) = \frac{kv'(e^{B*})}{u'(w^{B*})} + (k - 1) \frac{q}{1 - q} \cdot \frac{v'(e^B)}{u'(w^G)} \text{ og } (15) u(w^B) - kv(e^B) = \underline{u}$$

Marginalbetingelsen gitt ved (14) innebærer at kontrakten for den dårlige agenten ikke er paretoeffektiv siden vi har fått et nytt positivt ledd på høyresiden sammenlignet med situasjonen med full informasjon. Videre sier (15) at den dårlige agenten oppnår reservasjonsnytt.

En grafisk sammenligning av kontrakt for god agent ved full og asymmetrisk informasjon kan foretas ved å tegne inn grafene definert ved (12) og (13) der leddet $(k-1)v'(e^B)$ settes lik 0 ved full informasjon. Videre kan kontrakt for dårlig agent sammenlignes i de to situasjonene ved å tegne inn grafene definert ved (14) og (15) der siste ledd i (14) settes lik null ved full informasjon.

Viktige resultat er at kontrakten for den gode agenten gjøres effektiv fordi ingen andre vil utgi seg for å være god agent. Videre, for å få god agent til å velge kontrakten ment for sin type gjøres denne kontrakten mer lukrativ ved at god agent oppnår en informasjonsrente. Kontrakten for dårlig agent gjøres mindre effektiv for å avskrekke god agent fra å velge denne kontrakten. Videre vil ineffektiv kontrakt for dårlig agent redusere informasjonsrenten som den gode agenten oppnår.

Oppgave 2b)

i) Her har vi en situasjon med full informasjon. Referer til kontraktene utledet i første del av 2a).

ii) Her har vi generelt en situasjon med asymmetrisk informasjon. Referer til kontraktene utledet i siste del av 2a).

iii) Her har vi en situasjon der q er høy, men prinsipalen vet ikke hvem som er gode og hvem som er dårlige.

Her kan en enten ta utgangspunkt i betingelsene utledet ved asymmetrisk informasjon og analysere hvordan økt q påvirker tilpasningen (start da med marginalbetingelsen gitt ved (14)).

Et alternativt og likeverdig svar er å si at hvis q er tilstrekkelig høy kan det være optimalt for prinsipalen kun å designe kontrakt for god agent (da som ved full informasjon) og la stillingen være ubesatt om ingen god agent tar jobben.