Sensorveiledning SØK 1002 – høsten 2018

Oppgave 1

En bedrift produserer en vare y med to produksjonsfaktorer, v_1 og v_2. Produktfunksjonen kan på generell form skrives $y = f(v_1, v_2)$.

a) Forklar hva en mener med marginalproduktiviteten til v_1 og v_2.

Den forteller hvor mye produksjonen endres når den respektive produksjonsfaktoren endres med én enhet. Matematisk: Den deriverte av produktfunksjonen mhp. v_1 og v_2. Marginalproduktene er positive.

b) Hva betyr begrepet isokvant, og hvordan er isokvanten for denne produktfunksjonen?

Isokvanten beskriver alle mulige kombinasjoner av to produksjonsfaktorer, f.eks. v_1 og v_2, som det er mulig å produsere en gitt mengde av et produkt med.

Isokvanten har negativ helning, slik at en reduksjon i innsatsen av én av produksjonsfaktorene krever at den andre må økes.

Isokvanten krummer mot origo, men formen vil variere med produksjonsteknologien: Substitusjonsgraden kan være stor eller liten. Med faste fabrikasjonskoeffisienter er det ikke substitusjonsmuligheter, og isokvantene er rettvinklet. Motsatt hvis substitusjonsmulighetene er store. Dette kan illustreres i figurer.

Jo høyere ut i faktorplanet isokvantene ligger, jo høyere produskjonsnivå, siden vi antar at marginalproduktene er positive.

c) Hva er en teknisk substitusjonsbrøk (TSB), og hvordan blir den med $y = f(v_1, v_2)$?

TSB beskriver substitusjonsmulighetene i produksjonen, og er gitt ved tallverdien til helningen på isokvanten, som er lik forholdet mellom marginalproduktene. Jo større TSB, jo større mengder av den ene faktoren trengs for å kompensere for en reduksjon i den andre. TSB er avtakende langs isokvanten.

Det forventes at dette forklares med hjelp av en figur.

Matematisk, enten ved implisitt derivasjon eller totaldifferensiering: $TSB = -\frac{dv_2}{dv_1} = \frac{f_1(v_1, v_2)}{f_2(v_1, v_2)}$

d) Bedriften skal produsere et gitt kvantum av y, f.eks. $\tilde{y}$, og står overfor en gitt pris i produktmarkedet, p. Prisene på de to produksjonsfaktorene er også gitte størrelser for bedriften, henholdsvis w_1 og w_2. Bedriften ønsker å minimere kostnadene. Finn (den betingede) etterspørselen etter de to produksjonsfaktorene v_1 og v_2.

Løsningen er at bedriften vil etterspørre de to produksjonsfaktorene der $TSB = \frac{w_1}{w_2}$.

Løsningen må illustreres grafisk, med forklaring på hvorfor denne betingelsen minimerer kostnadene.

Ut fra en ren grafisk drøfting ser en at etterspørselen etter v_1 og v_2 blir funksjoner av faktorprisene og produsert kvantum $v_i^* = v_i^*(w_1, w_2, \tilde{y}), i = 1,2$.

Matematisk formulering/løsning:
Min. $C \;=\; w_1v_1 + w_2v_2$ *m.h.p.* v_1 *og* v_1*, gitt at* $\tilde{y} = f(v_1,\ v_2)$*, der C står for kostnader.*
Setter opp Lagrangefunksjonen og kan ut fra førsteordensbetingelsene forklare hvordan man finner de betingede etterspørselsfunksjonene. Løsningen bør illustreres/drøftes i figur.

e) Prisen på v_1 øker med 10 prosent. Hvordan påvirker denne endringen etterspørselen etter de to produksjonsfaktorene?

Etterspørselen etter v_1 *reduseres, mens etterspørselen etter* v_2 *øker: Ren substitusjon siden produksjonsnivået ligger fast. Må illustreres/drøftes i en figur. Med opplysningene i oppgaven er det ikke mulig å si hvor stor etterspørselsendringen blir.*

f) Anta nå at det er konstant skalautbytte i produksjonen av y. Hva innebærer dette for sammenhengen mellom bruken av produksjonsfaktorene og produsert mengde?

Konstant skalautbytte innebærer at en like stor proporsjonal endring i produksjonsfaktorene endrer produsert kvantum like mye, f.eks. vil en dobling i bruken av de to faktorene doble produksjonen.

Formelt: $f(kv_1,\ kv_2) = kf(v_1, v_2)$*, der* k *er endringen i produksjonsfaktorene.*

Økende og avtakende skalautbytte kan nevnes, men gir utover det ikke ekstra uttelling.

g) Forklar så hvordan du kan finne bedriftens kostnadsfunksjon ved konstant skalautbytte.

Konstant skalautbytte innebærer at produksjonsfaktorene endres proporsjonalt med produsert kvantum. Følgelig øker også kostnadene proporsjonalt med produsert kvantum, dvs. kostnadene er lineære i produsert kvantum.

Formelt kan kostnadene skrives som

$$C(y) = w_1v_1^*(w_1, w_2, y) + w_1v_1^*(w_1, w_2, y) = y\, C(w_1, w_2, 1)$$

h) Forklar til slutt egenskapene til marginal- og gjennomsnittskostnadene i denne situasjonen.

Marginalkostnadene (MK) viser hvor mye kostnadene øker når produksjonen øker med én enhet, og kan matematisk uttrykkes som den deriverte av kostnadsfunksjonen mhp. y.

Gjennomsnittskostnaden (GK) er totale kostnader dividert med produsert kvantum og viser kostnaden pr. produsert enhet.

Siden konstant skalautbytte innebærer at kostnadene er proporsjonale produsert kvantum, vil GK være konstant og lik en konstant MK.

Formelt, med kostnadsfunksjonen over: $MK = C'(y) = C(w_1, w_2, 1) = \frac{C(y)}{y} = GK$

$C(w_1, w_2, 1)$ *er konstant siden faktorprisene er gitt.*

Oppgave 2

En husholdnings nytte av to goder, x_1 og x_2, kan generelt skrives som $U = U(x_1, x_2)$. Husholdningen har pengeinntekten m. Anta at prisene på de to godene er henholdsvis p_1 og p_2, og at husholdningen ønsker å konsumere mengder av x_1 og x_2 som gir høyest nyttenivå. Anta at husholdningen bruker hele inntekten på de to godene.

a) **Hvordan vil du finne de optimale mengdene av x_1 og x_2 under forutsetningene som er gitt ovenfor?**

Oppgaven forutsetter at konsumenten maksimerer nyttefunksjonen mhp. de to godene, slik at hele inntekten brukes til kjøp av de to godene. Optimal løsning innebærer at den marginale substitusjonsbrøken (MSB) er lik relative priser.

Løsningen må illustreres i en figur som viser denne tilpasningen. Det er viktig å forklare hvorfor løsningen maksimerer nytten.

Matematisk: $\underset{x_1,\,x_2}{Max}\, U(x_1,\, x_2)$ *slik at* $m = p_1x_1 + p_2x_2$.
Lagrangefunksjonen: $\mathcal{L} = U(x_1,\, x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$, *der* λ *er Lagrange-multiplikatoren.*

Dette gir førsteordensbetingelsene:
(1) $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_1} = U_1(x_1, x_2) - \lambda p_1 = 0$
(2) $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_2} = U_2(x_1, x_2) - \lambda p_2 = 0$
(3) $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial \lambda} = -p_1x_1 - p_2x_2 + m = 0$

Løsningen blir $\frac{U_1(x_1,x_2)}{U_2(x_1,x_2)} = \frac{p_1}{p_2} = MSB$

b) **Prisen på x_1 øker, mens prisen på x_2 er konstant. Hvordan vil det påvirke husholdningens optimale valg av de to godene?**

I besvarelsen av denne oppgaven vil nok noen trekke inn substitusjonseffekter (SE) og inntektseffekter (IE), slik at det i stor grad (i sin helhet) svares på spørsmål c) her. Det er OK.

Generelt er den endelige tilpasningen ubestemt:

- *SE er negativ for x_1 og positiv for x_2, fordi x_2 blir relativt billigere.*
- *Dersom begge godene er normale, vil IE isolert redusere etterspørselen etter begge goder. Da er den samlede effekten entydig negativ for x_1. For x_2 kan IE være sterkere enn SE, slik at etterspørselen etter x_2 blir lavere enn utgangspunktet.*
- *Dersom x_1 er mindreverdig vil totaleffekten normalt bli redusert etterspørsel etter x_1. Bare dersom x_1 er så sterkt mindreverdig at IE dominerer over SE vil etterspørselen etter x_1 øke (Giffen-gode).*
- *Dersom x_2 er mindreverdig vil totaleffekten entydig bli økt etterspørsel etter x_2 fordi både SE og IE trekker i samme retning.*

Normale og mindreverdige goder må defineres, og drøftinger med utgangspunkt i figur forventes.

c) Forklar hva som menes med substitusjons/prisvridnings- og inntektseffekt

En prisøkning virker gjennom to effekter: Substitusjonseffekter (SE) og inntektseffekter (IE)

SE: Den relative prisen på godene endres slik at andre goder blir relativt billigere. Hvis godene som sammenlignes kan substitueres, vil substitusjonseffekten (SE) gi redusert etterspørsel eller godet som får en høyere pris. Ulike substitusjonsforhold bør nevnes.

IE: En prisøkning reduserer realbudsjettet til konsumenten. Hvis godene er normale fører dette til lavere etterspørsel. For mindreverdige goder er effekten motsatt.

Effektene forventes drøftet i figur.

Anta at husholdningens nytte kan beskrives ved funksjonen U = $(x_1 + a)(x_2 + b)$, der U betyr nyttenivå, og a og b er positive konstanter. Anta fortsatt at husholdningen bruker hele pengeinntekten på godene.

d) Finn husholdningens etterspørselsfunksjoner for de to godene.

Etterspørselsfunksjonene finnes ved å benytte Lagrange:

$\underset{x_1,\, x_2}{Max}(x_1 + a)(x_2 + b)$ *slik at* $m = p_1x_1 + p_2x_2$ *som gir Lagrangefunksjonen:*

$$\mathcal{L} = (x_1 + a)(x_2 + b) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

Løsningene er:

$$x_1^* = \frac{1}{2p_1}(m + bp_2 - ap_1)$$
$$x_2^* = \frac{1}{2p_2}(m - bp_2 + ap_1)$$

e) Hvis prisen på x_1 er 1 krone og prisen på x_2 er 50 øre, og husholdningens inntekt 1000, finner vi at etterspørselen etter x_1 er 501 når a = 1 og b = 6. Hvis prisen på x_1 øker til 1,5 kroner faller etterspørselen etter x_1 til 334 enheter. Hvor stor er egenpriselastisiteten?

Egenpriselastisitet må defineres og forklares: Den viser den prosentvise endringen i etterspørselen etter et gode når prisen på godet øker med 1 prosent.

Formelt er egenpriselastisiteten for et gode i gitt ved $e_{ii} = \frac{\frac{dx_i^*}{x_i^*}}{\frac{dp_i}{p_i}} = \frac{dx_i^*}{dp_i}\frac{p_i}{x_i^*},\;\; i = 1, 2.$

I dette tilfellet er $dx_1 = -167{,}17$ *og* $dp_1 = 0{,}5$*, som innsatt i formelen gir* $\frac{-167{,}17}{0{,}5}\frac{1}{501} = -0{,}67.$
Svaret bør kortfattet kommenteres.

f) Hvor mye endres etterspørselen etter x_2 med denne prisøkningen på x_1, og hva blir krysspriselastisiteten for x_2 med hensyn på p_1?

Krysspriselastisiteten må defineres og forklares: $e_{ij} = \frac{\frac{dx_i^*}{x_i^*}}{\frac{dp_j}{p_j}} = \frac{dx_i^*}{dp_j}\frac{p_j}{x_i^*},\;\; i \neq j;\;\; i,j = 1{,}2.$

Ved $p_1^0 = 1$*,* $p_1^0 = 0{,}5$ *og m = 1000 er etterspørselen etter* $x_2^* = 998.$
Ved $p_1^1 = 1{,}5$*,* $p_1^0 = 0{,}5$ *og m = 1000 er etterspørselen etter* $x_2^* = 998{,}5.$

Det betyr at $dx_2 = 0{,}5$*. Dette gir* $e_{21} = \frac{dx_2}{dp_1}\frac{p_1}{x_2} = \frac{0{,}5}{0{,}5}\frac{1}{998} = 0{,}001 \approx 0.$
Svaret bør kortfattet kommenteres.

g) Hva blir inntektselastisiteten for x_1 og x_2 når $p_1 = 1$, $p_2 = 0{,}5$ og inntekten $m = 1000$? Er x_1 og x_2 normale eller mindreverdige goder?

Inntektselastisiteten må defineres og forklares.

For gode i blir den: $E_i = \frac{\frac{dx_i^*}{x_i^*}}{\frac{dm}{m}} = \frac{dx_i^*}{dm}\frac{m}{x_i^*}$.

For normale goder er inntektselastisiteten positiv, for mindreverdige negativ.

Hvis $E_i > 1$ *har vi å gjøre med et luksusgode, hvis* $0 < E_i < 1$ *et nødvendighetsgode.*

Her er $\frac{\partial x_1^*}{\partial m} = \frac{1}{p_1}$ *og* $\frac{\partial x_2^*}{\partial m} = \frac{1}{p_2}$*, som innsatt i elastisitetsuttrykkene gir*

$$E_1 = \frac{1}{p_1}\frac{m}{x_1^*} = \frac{1}{2}\frac{1000}{501} \approx 1$$

$$E_1 = \frac{1}{p_2}\frac{m}{x_2^*} = \frac{1}{1}\frac{1000}{998} \approx 1$$

Begge godene er normale goder.