Sensorveiledning SØK 1002 *Mikroøkonomisk analyse* våren 2020

Eksamensoppgaven består av to oppgaver, og begge teller like mye ved karaktersettingen.

Oppgave 1

a) Forklar begrepene nyttefunksjon, indifferenskurve og marginal substitusjonsbrøk.

Nyttefunksjonen er en matematisk funksjon som uttrykker et individs preferanser (nytte) for ett eller flere goder, og skrives generelt som $U = U(x_1, x_2)$, hvis individet har preferanser for to goder x_1 og x_2. Nyttefunksjonen bygger på følgende forutsetninger:

1. Komplette preferanser – alle gode-kombinasjoner kan rangeres
2. Konsistente preferanser (transitivitet): Hvis godekombinasjonen **b** foretrekkes framfor en annen, **a**, og **a** foretrekkes framfor en tredje, **c**, så foretrekkes **b** framfor **c**
3. Individet har høyere nytte av mer av et gode (ikke-metning)
4. Nyttefunksjonen *rangerer* godekombinasjoner (ordinalt målenivå)

Nyttefunksjonen gjelder et enkelt individ og nytten kan ikke sammenliknes på tvers av individer. Nytten vil også være situasjonsbetinget.

Indifferenskurvene er nivåkurver til nyttefunksjonen. Det betyr at alle godekombinasjoner på en indifferenskurve prefereres like mye, dvs. nytten er den samme. Indifferenskurvene har negativ helning, slik at individet vil substituere et gode med et annet uten at nyttenivået endres.

Den marginale substitusjonsbrøken (MSB) viser hvor mye individet verdsetter et gode relativt til et annet. Matematisk er MSB tallverdien til helningen på en indifferenskurve. Indifferenskurvene antas vanligvis å krumme mot origo, som betyr at hvis individet har mye av et gode, vil det være villig til å oppgi relativt mye av godet for å få mer av et annet. I slike tilfeller har MSB stor verdi.

MSB uttrykker grad av substitusjon. Hvis substitusjonsgraden er null (fullstendig komplementære goder), vil indifferenskurvene være rettvinklet, og MSB = 0. Hvis godene er perfekte substitutter, vil indifferenskurvene være lineære og MSB konstant.

Indifferenskurvene kan med fordel illustreres i figurer.

b) Finn uttrykk for indifferenskurvene og de marginale substitusjonsbrøkene for nytte-funksjonene: $(A)\ U(x_1, x_2) = x_1 x_2$ og $(B)\ U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$, hvor x_1 og x_2 er to goder.

For A er indifferenskurven $x_2 = \overline{U} x_1^{-1}$, hvor $\overline{U}$ angir et konstant nyttenivå. Dette gir en konveks indifferenskurve.

MSB finner vi ved enten å totaldifferensiere nyttefunksjonen med konstant nyttenivå, eller ved implisitt derivasjon av nyttefunksjonen med konstant nyttenivå. Tallverdien til dette uttrykket er MSB for A, som blir: $MSB_{2,1} = \frac{x_2}{x_1}$.

For B er indifferenskurven $x_2 = \bar{U} - x_1$ og $MSB = 1$. Det betyr at for B er de to godene perfekte substitutter, hvor én enhet av det ene gode byttes mot én enhet av det andre.

c) De to nyttefunksjonene tilhører to forskjellige personer, A og B, som begge har samme inntekt, lik 100, og de står overfor de samme prisene på de to godene, hhv. p_1 = 2 og p_2 = 4. Anta videre at A og B velger mengder av x_1 og x_2 slik at nytten blir størst mulig, og at hele inntekten brukes på de to godene. Hvor mye av x_1 og x_2 vil A og B da velge?

Nyttemaksimering innebærer i det generelle tilfellet at individet vil velge en kombinasjon av de to godene slik at MSB er lik relative priser, $MSB_{2,1} = \frac{p_1}{p_2}$, som sammen med budsjettbetingelsen gir optimale mengder av de to godene. Denne løsningen bør forklares grafisk. Alternativt kan de optimale mengdene finnes ved å maksimere nyttefunksjonen gitt at budsjettbetingelsen holder (Lagrange metode).

Siden MSB for A er funnet under b), vet vi at den såkalte tangeringsbetingelsen blir $\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$. I tillegg er det forutsatt at individene bruker hele inntekten på de to godene, dvs. $2x_1 + 4x_2 = 100$. Vi har dermed to likninger i to ukjente, og kan finne optimale mengder av de to godene.

I forhold til spørsmålene senere, vil det være en fordel å utlede etterspørselsfunksjonene for A, som blir $x_i^* = \frac{m}{2p_i}$, $i = 1,2$, hvor m står for inntekt, som i dette tilfellet er 100.

For A blir løsningen $x_1^* = 25$ og $x_2^* = 12{,}5$.

Løsningen for B: Vi vet at MSB for B er 1. Relative priser er ½, og forskjellig fra 1. Dersom prisforholdet hadde vært 1, ville vi ikke funnet en entydig løsning – budsjettlinjen ville falle sammen med indifferenskurven. Siden de to godene prefereres like mye av B, må nødvendigvis B velge den løsningen som gir flest av et av godene. Det betyr at B vil bruke hele inntekten på x_1 siden det godet er billigst.

For B blir derfor løsningen $x_1^* = 50$ og $x_2^* = 0$.

Løsningene for A og B kan med fordel illustreres grafisk.

d) Prisen på x_1 øker fra 2 til 5. Finn de optimale mengdene av x_1 og x_2 for A og B etter denne prisøkningen.

For A finnes løsningen som under c), bare ved å endre prisen på x_1 fra 2 til 5. Det gir løsningen $x_1^* = 10$ og $x_2^* = 12{,}5$. Etterspørselen etter x_2 er derfor uendret, noe vi ser direkte fra etterspørselsfunksjonene hvis de utledes.

For B er resonnementet som under c): Siden x_2 nå er det billigste godet, vil B velge $x_1^* = 0$ og $x_2^* = 25$, som er det maksimale antallet B kan få for en inntekt på 100.

Her kan også løsningene med fordel illustreres grafisk.

e) Hvem av A og B opplever størst reduksjon i nytte som følge av prisøkningen i oppgave d)?

Svaret er at det kan vi ikke si noe om, i og med at nyttefunksjonene bare har ordinal måleskala, og at nytte ikke kan sammenlignet mellom individer.

Hvis vi setter inn for løsningene fra c) og d) i de to nyttefunksjonene, finner vi følgende endringer i nyttenivåene: $\Delta U^A = 125 - 312{,}5 = -187{,}5$ og $\Delta U^B = 25 - 50 = -25$. Det eneste vi kan si, er at begge får redusert nytte som følge av prisøkningen.

f) Hvor store er inntekts- og substitusjonseffektene for A og B av prisøkningen?

For A må vi finne den hypotetiske inntekten som gjør at A kan komme opp på det samme nyttenivået som før prisøkningen, men til det nye prisforholdet. Hvis vi bruker etterspørselsfunksjonene, og lar H stå for den hypotetiske inntekten, finner vi H ved først å finne uttrykk for etterspurte mengder av de to godene til denne inntekten. Det enkleste er å sette inn i etterspørselsfunksjonene som ev. er utledet under c): $x_1^H = \frac{H}{2\times5} = \frac{H}{10}$ og $x_2^H = \frac{H}{2\times4} = \frac{H}{8}$.

Ut fra svaret på e) vet vi at nyttenivået til A før prisøkningen er 312,5. Setter vi inn for x_1^H og x_1^H i nyttefunksjonen får vi $\frac{H}{10} \times \frac{H}{8} = 312{,}5$ (= opprinnelig nyttenivå), dvs. $H^2 = 312{,}5 \times 80$, som gir $H \approx 158$. Med denne inntekten (som er hypotetisk) blir etterspørselen $\underline{x_1^H \approx 15{,}8}$ og $\underline{x_2^H \approx 19{,}8}$.

Vi kan da finne substitusjonseffektene (SE) og inntektseffektene (IE) for de to godene:

For x_1:

SE (bevegelsen langs indifferenskurven med nyttenivå 312,5): 15,8 – 25 = -9,2 (< 0)

IE (bevegelsen fra hypotetisk tilpasning til endelig tilpasning): 10 – 15,8 = -5,8 (x_1 er et normalt gode, som forventet ut fra etterspørselsfunksjonen)

Det er verdt å legge merke til at endringen i etterspørselen etter x_1 er -15, som stemmer med svarene på c) og d).

For x_1:

SE (bevegelsen langs indifferenskurven med nyttenivå 312,5): 19,8 – 12,5 = 7,3 (> 0)

IE (bevegelsen fra hypotetisk tilpasning til endelig tilpasning): 12,5 – 19,8 = -7,3 (x_2 er også et normalt gode, som forventet)

For x_1 er det lettere å se at SE og IE er like store, men med motsatt fortegn, fordi tilpasningen etter prisøkningen er den samme for dette godet.

For B vil resonnementet være det samme som for A, men enklere. En hypotetisk inntektsøkning som gjøre det mulig for B å tilpasse seg på opprinnelig indifferenskurve, men til de nye relative prisene, vil gi $x_1^H = 0$ og $x_2^H = 50$. Endringen i etterspørselen etter x_1 fra 50 til 0 er derfor utelukkende en SE. SE for x_2 er 50 (fra 0 til $x_2^H = 50$), og endringen fra $x_2^H = 50$ til endelig tilpasning $x_2^* = 25$ er IE, dvs. IE = 25.

Oppgave 2

En bedrift produserer to varer, x og y. Bedriftens kostnadsfunksjoner er C(x) = $10x^{½}$+ F og C(y) = y^2 + G, hvor F og G er positive konstanter.

a) **Beskriv de to kostnadsfunksjonene, gjerne med figurer.**

Kostnadsfunksjonen for produksjonen av x er stigende og konkav, slik som illustrert i **figur 1**. Det betyr at økt produksjon øker kostnadene, men kostnadsøkningen er mindre for høye enn lave produksjonsnivåer. Marginalkostnaden er altså positiv, men fallende. Leddet F i kostnadsfunksjonen representerer faste kostnader, dvs. kostnader som påløper uansett nivå på produksjonen, mens leddet $10x^{½}$ representerer variable kostnader. Siden kostnadsfunksjonen er konkav, vil gjennomsnittskostnadene være fallende.

Kostnadsfunksjonen for y-produksjonen er konveks, dvs. det koster mer og mer å øke produksjonen desto høyere produksjonen er; marginalkostnadene er positive og økende. Også denne produksjonen har faste kostnader, representert ved G. De variable kostnadene er y^2. Med denne kostnadsfunksjonen vil de totale gjennomsnittskostnadene være fallende for relativt lave nivå på produksjonen, deretter øke. De variable gjennomsnittskostnadene vil derimot øke med produksjonsnivået. Kostnadsfunksjonen er illustrert i **figur 2**.

b) **Hvordan vil du karakterisere marginalkostnadene i produksjonen av de to varene? Bruk gjerne figurer.**

I det følgende står <u>TGK</u> for *totale gjennomsnittskostnader*, <u>VGK</u> for *variable gjennomsnittskostnader*, <u>FGK</u> for *faste gjennomsnittskostnader*, og <u>MK</u> for *marginalkostnader*.

<u>For x-produksjonen</u> er MK = $5x^{-½}$, som gir en konveks marginalkostnadsfunksjon med negativ helning ($C'' = -2{,}5x^{-3/2} < 0$, $C'''(x) = 7{,}5x^{-5/2}/2 > 0$).

I denne sammenheng kan det være hensiktsmessig også å se på gjennomsnittskostnadene, som er viktig for svaret på spørsmål d). VGK = $10x^{½}$ /x = $10x^{-½}$ og TGK = C(x)/x = $10x^{-½}$ + F/x. Det innebærer at for alle nivåer på x vil både TGK og VGK være høyere enn marginalkostnadene, slik som illustrert i **figur 3**.

<u>For y-produksjonen</u> er marginalkostnadsfunksjonen lineær, MK = 2y. Her er det også hensiktsmessig å se på gjennomsnittskostnadene: VGK = y, slik at MK > VGK for alle produksjonsnivå. TGK = y^2/y + G/y = y + G/y = VGK + FGK, slik at TGK > VGK. For relativt lave produksjonsnivå vil FGK være 'stor', noe som gjør at TGK > MK. For 'høye' produksjonsnivå vil derimot FGK bety mindre og MK vil være høyere enn TGK.

MK er lik TGK der TGK har sitt minimum. **{**Det er ikke noe krav om å vise dette, men det kan vises slik: TGK = y^2/y + G/y, og minimum TGK svarer til et punkt hvor den deriverte av TGK er lik null. Deriverer vi TGK mhp. y får vi

$$\frac{dTGK}{dy} = \frac{2y \times y - y^2}{y^2} - \frac{G}{y^2} = \frac{1}{y}\left[2y - \frac{y^2}{y} - \frac{G}{y}\right] = \frac{1}{y}[MK - TGK]$$

Dette uttrykket er lik null når MK = TGK. Når MK > TGK er TGK økende, og når MK < TGK er TGK fallende. MK = TGK er et minimumspunkt siden den andrederiverte er negativ (= $-Gy^{-2}$ < 0). Når y = $G^{½}$, vil TGK ha minimum: MK = TGK betyr at 2y = y + G/y, som gir y= $G^{½}$**}**

Forholdet mellom marginal- og gjennomsnittskostnadene i dette tilfellet er illustrert i **figur 4**.

c) Ut fra mikroøkonomisk produksjonsteori, gjør rede for hva slags produksjonsteknologier som ligger bak de to kostnadsfunksjonene.

Kostnadsfunksjonen for x-produksjonen svarer til en produksjonsteknologi med økende skalautbytte. Økende skalautbytte innebærer at en proporsjonal økning i produksjonsfaktorene øker produksjonen mer enn den proporsjonale faktorøkningen. Kostnadene er knyttet til bruken av produksjonsfaktorer, slik et det koster mindre og mindre å øke produksjonen jo høyere produksjonen er. Gjennomsnittskostnadene faller. I dette tilfellet faller både VGK og TGK.

For y-produksjonen er det fallende gjennomsnittskostnader opp til et visst produksjonsnivå, men dette skyldes de faste kostnadene (G) som 'fordeles' på flere produserte enheter når produksjonen øker. VGK og MK er for alle produksjonsnivå økende, noe som betyr at det er avtakende skalautbytte.

Begge produksjonene har faste kostnader knyttet til produksjonen, for eksempel i form av bygninger, transportsystemer eller administrasjon, som er påløper uansett hvor mye som produseres.

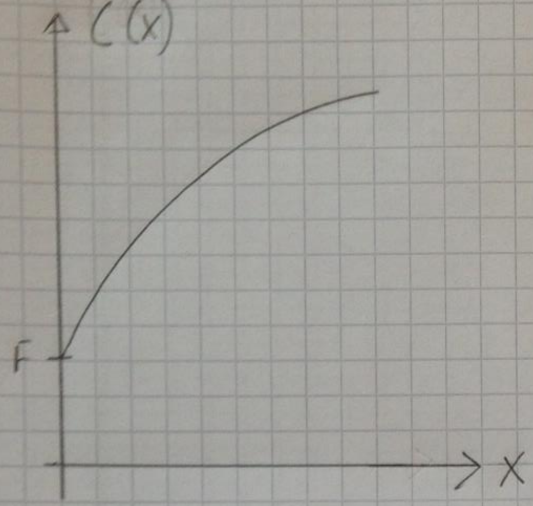
d) Bedriften har som målsetting å maksimere samlet profitt ved produksjonen av x og y, og kan tilpasse seg faste produktpriser. Finn bedriftens tilbudsfunksjoner for de to varene under denne forutsetningen og gjør rede for betingelsene for optimale kvanta av x og y.

Profittmaksimering gir løsningen at bedriften velger et produksjonsnivå slik at de respektive marginalkostnadene er lik de respektive prisene som bedriften må ta for gitt: MK(x) = p_x og MK(y) = p_y.

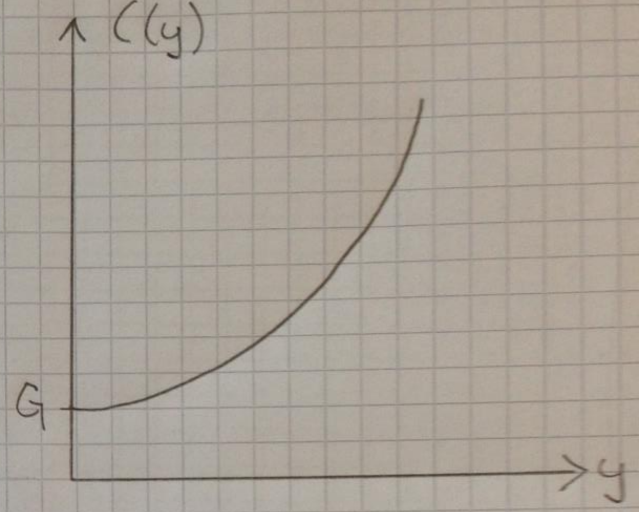
Produksjonen av x: I og med at MK(x) < TGK(x) for alle produksjonsnivå, vil en slik tilpasning gi negativ profitt, og bedriften bør ikke produsere x, jfr. figur 3. Tilbudet av x er null.

For y-produksjonen avhenger svaret av hvor høy prisen på y er. Hvis prisen er lavere enn TGK vil også tilbudet av y være lik null. Hvis prisen er minst lik TGK, er bedriftens tilbudsfunksjon gitt ved MK(y) = 2y. En pris lik TGK gir profitt lik null, mens en pris høyere enn TGK gir positiv profitt.

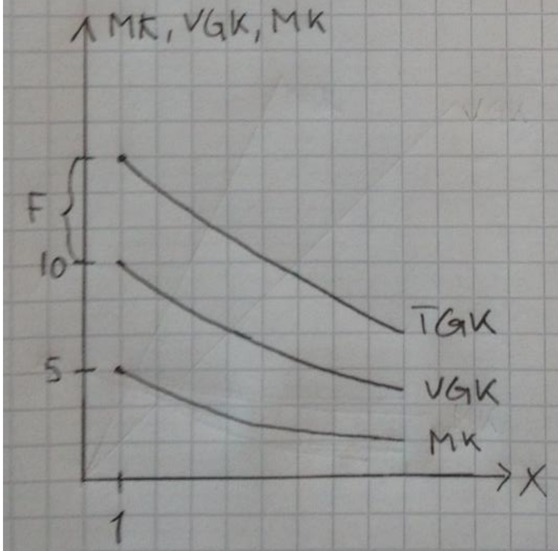
Figür 1



Figür 2



Figür 3



Figür 4