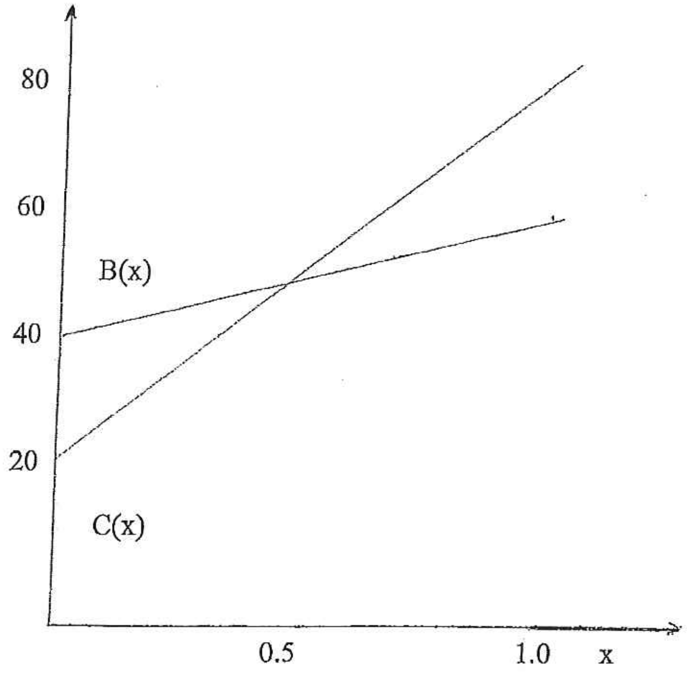
Oppgave 1

a)



b) Så lenge antatt reisende er gitt vil minimering av total reisetid bety minimering av gjennomsnittlig reisetid. Gjennomsnittlig reisetid er: x C(x) + (1-x) B(x) = 20x + 60x^2 + (1-x) 40 + (1-x) 20x = 40 + 40x^2. Den deriverte av gjennomsnittlig reisetid er 80x, som er positiv for x > 0. Minimal gjennomsnittlig reisetid blir følgende 40 for x = 0. Total reisetid blir minimert hvis alle tar buss, og da bruker hver person 40 minutter.

c) Hvis alle fritt velger reisealternativ, vil vi få en likevekt der reisetiden er lik for hvert transportmiddel. (Hvis ett transportmiddel er raskere, vil flere ta dette transportmiddelet.) Likevekten er gitt ved: C(x) = B(x) => 20 + 60x = 40 + 20x => x = 0.5. C(0.5) = B(0.5) = 50. Vi har altså en likevekt der halvparten av befolkningen kjører bil og halvparten tar buss. Begge grupper bruker 50 minutter. I forhold til optimum bruker hver person 10 minutter ekstra.

d) Myndighetene kan implementere løsningen som gir lavest reisetid ved å innføre veiavgift for biler som er så høy at ingen velger å bruke veien (eventuelt med unntak for nødetatene ol.), eller forby kjøring med privatbil på den aktuelle veien (igjen med eventuelt unntak for nødetatene ol.)

Oppgave 2

a) Gini-koeffisienten er et ulikhetsmål målt for en populasjon (personer eller husholdninger). Gini-koeffisienten kan i prinsippet beskrive ethvert utfallsmål, men her vil vi referere til utfallet som 'inntekt'. Gini-koeffisienten kan defineres på to måter som gir samme resultat. Ett alternativ er å sammenligne inntektene til alle mulige par i populasjonen og velge den laveste av de to inntektene. Summen av den valgte (laveste) inntekten dividert med μN^2, hvor μ er gjennomsnittsinntekten og N antall enheter, gir et tall mellom 0 og 1. Dette tallet er nærmere 1 jo mindre inntektsforskjellene er, da de laveste inntektene da vil være relativt høye. Gini-koeffisienten er 1 minus dette tallet og derfor også mellom 0 og 1. Jo nærmere Gini-koeffisienten er 0, jo lavere er inntektsforskjellene. Matematisk kan Gini-koeffisienten skrives som: $G = 1 - [(2N-1)I^1 + (2N-3)I^2 + .. + I^N]/\mu N^2$, hvor I^j er inntekten til enheten med j lavest inntekt.

Ett annet alternativ er å ta utgangspunkt i Lorenz-kurven. Gini-koeffisienten er 2 ganger arealet mellom Lorenz-kurven og 45 graders-diagonalen. Jo nærmere Lorenz-kurven ligger diagonalen, jo høyere andel av totalinntekten har folk med lav inntekt og jo lavere er Gini-koeffisienten.

b) Med tre personer (N = 3) blir Gini-koeffisienten: $1 - [5I^1 + 3I^2 + I^3]/ 9\mu$, hvor I^1 er inntekten til personen med lavest inntekt, I^2 er inntekten til personen med middels (nest lavest og nest høyest) inntekt og I^3 er inntekten til personen med høyest inntekt. Vi ser at et eksempel på omfordeling som ikke endrer Gini-koeffisienten er at personene med høyest og lavest inntekt begge gir samme beløp til eller begge mottar samme beløp fra personen med middels inntekt.

c) Fra formelen for Gini-koeffisienten ser vi at dersom en omfordeling ikke endrer Gini-koeffisienten, vil velferdsfunksjonen $[(2N-1)I^1 + (2N-3)I^2 + .. + I^N]$ forbli uendret.

Oppgave 3

Her forventes det at studentene benytter modellen i kapittel 16.8 i læreboka (se vedlegg).

a) Studentene bør forklare og løse modellen og komme fram til en modifisert versjon av (16.30) eller (16.31) som gjelder for en vilkårlig velger. Ønsket inntektsskattesats vil være avtakende i skills (s) eller inntekt før skatt (z).

b) Anvendelse av medianvelgerteoremet gir (16.30) eller (16.31), gode studenter begrunner at teoremet kan anvendes. Differansen mellom gjennomsnittlig og median inntekt er en indikator for inntektsforskjeller. Økte inntektsforskjeller gir økt inntektsskattesats og dermed økt omfordeling.

c) Observasjonen er ikke forenelig med prediksjonen i b).

Oppgave 4

a) ε_i er priselastisiteten for vare i og γ_i er inntektselastisiteten for vare i.

b) Her kan invers elastisitetsregel benyttes fordi de to godene er uavhengige i etterspørselen (se kapittel 15.5.1). Vare 2 vil få høyest skattesatsen fordi varen har lavest priselastisitet $|\varepsilon_2| < |\varepsilon_1|$. Informasjonen om inntektselastisitetene har ingen betydning for dette.

c) Siden inntektselastisiteten er høyere for vare 1 enn for vare 2, vil fordelingshensyn trekke i retning av relativt høyere skattesats for vare 1. Skattesatsen vil fortsatt være høyest for vare 2 dersom forskjellene i inntektselastisitet er «liten», men konklusjonen vil snus dersom forskjellen er «stor». Når det gjelder hvorvidt det er fornuftig å ta fordelingshensyn ved utforming av avgiftssystemet, forventes det en kort diskusjon av avgifter versus andre fordelingspolitiske virkemidler (først og fremst inntektsskatt).

The behavior of the marginal rate of tax is rather different from that of the average rate. It first rises and then falls. The maximum rate is reached around the median of the skill distribution. Except at the extremes of the skill distribution, there is not much variation in the marginal tax rate. To a first approximation, the optimal tax systems reported in these tables have a basically constant marginal rate of tax so that the consumption function is close to being a straight line. This is one of the most surprising conclusions of the analysis of income taxation: the model allows nonconstancy in the marginal tax rate, but this does not feature to a great degree in the optimal solution. Finally the zero tax rate for the highest skill consumer is reflected in the fall of the marginal rate at high skills, but this is not really significant until close to the top of the skill distribution.

These results provide an interesting picture of the optimal income tax function. They suggest that the tax function should subsidize low-skill consumers through a negative income tax but should still face them with a high marginal rate of tax. The maximum marginal rate of tax should not be at the top of the skill distribution but should occur much lower. Generally, the marginal rate should be fairly constant.

16.8 Voting over a Flat Tax

Having identified the properties of the optimal tax structure, we now consider the tax system that emerges from the political process. To do this, we consider people voting over tax schedules that have some degree of redistribution. Because it is difficult to model voting on nonlinear tax schemes given the high dimensionality of the problem, we will restrict attention to a linear tax structure as originally proposed by Romer (1975). We specify the model further with quasi-linear preferences to avoid unnecessary complications and to simplify the analysis of the voting equilibrium.

Assume, as before, that individuals differ only in their level of skill. We assume that skills are distributed in the population according to a cumulative distribution function $F(s)$ that is known to everyone, with mean skill $\overline{s}$ and median s_m. Individuals work and consume. They also vote on a linear tax scheme that pays a lump-sum benefit b to each individual financed by a proportional income tax at rate t. The individual utility function has the quasi-linear form

$$u\left(x, \frac{z}{s}\right) = x - \frac{1}{2}\left[\frac{z}{s}\right]^2, \tag{16.22}$$

and the individual budget constraint is

$$x = (1-t)z + b. \tag{16.23}$$

It is easy to verify that in this simple model the optimal income choice of a consumer with skill level s is

$$z(s) = [1-t]\,s^2. \tag{16.24}$$

The quasi-linear preferences imply that there is no income effect on the labor supply (i.e., $z(s)$ is independent of the lump-sum benefit b). This simplifies the expression of the tax distortion and makes the analysis of the voting equilibrium easier. Less surprisingly, a higher tax rate induces taxpayers to work less and earn less income.

The lump-sum transfer b is constrained by the government budget balance condition

$$b = t\,E(z(s)) = t\,[1-t]\,E(s^2), \tag{16.25}$$

where $E(\cdot)$ is the mathematical expectation, and we used the optimal income choice to derive the second equality. This constraint says that the lump-sum benefit paid to each individual must be equal to the expected tax payment $t\,E(z(s))$. This expression is termed the *Dupuit–Laffer curve* and describes tax revenue as a function of the tax rate. In this simple model the Dupuit–Laffer curve is bell-shaped with a peak at $t = \frac{1}{2}$ and no tax collected at the ends $t = 0$ and $t = 1$. We can now derive individual preferences over tax schedules by substituting (16.23) and (16.24) into (16.22). After re-arrangement, (indirect) utility can be written as

$$v(t, b, s) = b + \frac{1}{2}\,[1-t]^2\,s^2. \tag{16.26}$$

Taking the total differential of (16.26) gives

$$dv = db - [1-t]\,s^2 dt, \tag{16.27}$$

so that along an indifference curve where $dv = 0$,

$$\frac{db}{dt} = [1-t]\,s^2. \tag{16.28}$$

It can be seen from this that for given t, the indifference curve becomes steeper in (t, b) space as s increases. This monotonicity is a consequence of the single-crossing property of the indifference curves. As we saw in chapter 11, the single-crossing property is a sufficient condition for the Median Voter Theorem to apply. It follows that there is only one tax policy that can result from majority voting: it is the policy preferred by the median voter (half of the voters are poorer than the median and prefer higher tax rates, and the other half are richer and prefer lower tax rates). Letting t_m be the

tax rate preferred by the median voter, we have t_m implicitly defined by the solution to the first-order condition for maximizing the median voter's utility. We differentiate (16.26) with respect to t, taking into account the government budget constraint (16.25) to obtain

$$\frac{\partial v}{\partial t} = [1-2t]\,E(s^2) - [1-t]\,s^2. \tag{16.29}$$

Setting this expression equal to zero for the median skill level s_m yields the tax rate preferred by the median voter

$$t_m = \frac{E(s^2) - s_m^2}{2E(s^2) - s_m^2}, \tag{16.30}$$

or, using the optimal income choice (16.24),

$$t_m = \frac{E(z) - z_m}{2E(z) - z_m}. \tag{16.31}$$

This simple model predicts that the political equilibrium tax rate is determined by the position of the median voter in the income distribution. The greater the income inequality, as measured by the distance between median and mean income, the higher is the tax rate. If the median voter is relatively badly off, with income well below the mean income, then equilibrium redistribution is large. In practice, the income distribution has a median income below the mean income, so a majority of voters would favor redistribution through proportional income taxation. More general utility functions would also predict that the extent of this redistribution decreases with the elasticity of labor supply.

16.9 Conclusions

This chapter introduced the issues surrounding the design of the income tax structure. It was first shown how income and substitution effects left the theoretical impact of a tax increase on labor supply indeterminate. If the income effect is sufficiently strong, it is possible for a tax increase to lead to more labor being supplied. The participation decision was also discussed, and it was argued that taxation could be significant in affecting this choice.

The lack of theoretical predictions places great emphasis on empirical research for determining the actual effects of taxation. The labor-supply responses of different