Sensurveiledning/løsningsforslag SØK3005 våren 2015

Oppgave 1

Her er det en skrivefeil i oppgaveteksten, det skulle ha vært $\pi = P(Q)q - cq$ på linje 3. For de som har brukt denne varianten er løsningen som følger.

a) Skriver $Q = q_1 + q_2$. Bedrift 1 løser

$$\max_{q_1>0}\left(a - q_1 + q_2 - c\right)q_1,$$

Og får betingelsen

$$q_1 = \frac{a - c - q_2}{2}.$$

Tilsvarende for bedrift 2. Her kan vi bruke at $q_1 = q_2$ og løse for q_1. Evt finne tilsvarende reaksjonsfunksjon for q_2 og løse begge ligningene samtidig. Resultatet blir

$$\begin{aligned} q_1 = q_2 &= \frac{a-c}{3} \\ Q &= \frac{2}{3}(a-c) \end{aligned}.$$

I monopoltilfellet løser vi

$$\max_{Q}\left(a - Q - c\right)Q$$

Og får

$$Q = \frac{a-c}{2}.$$

Altså lavere produksjon. Det går evt an å vise dette på figur. Prisen i de to tilfellene blir $P = (a+c)/2$ ved monopol og $P = (a+2c)/3$ ved duopol. Den individuelle profitten i de to tilfellene blir henholdsvis $\pi_i = \left[(a-c)/2\right]^2$ og $\pi_i = \left[(a-c)/3\right]^2$, mens den samlede profitten er henholdsvis $\frac{1}{4}(a-c)^2$ og $\frac{2}{9}(a-c)^2$.

b) Med n bedrifter skriver vi $Q = q_i + q_{-i}$ og løser

$$\max_{q_i} (a - q_i - q_{-i} - c) q_i$$

Dette gir

$$q_i = \frac{a - c - q_{-i}}{2}.$$

Bruker så at alle bedriftene er like, slik at $q_{-i} = (n-1) q_i$ og får

$$\begin{aligned} q_i &= \frac{a-c}{n+1} \\ Q &= \frac{n}{n+1}(a-c) \end{aligned}.$$

Prisen blir $P = \dfrac{a+nc}{n+1}$, og den individuelle profitten

$$\pi_i = \left(\frac{a-c}{n+1}\right)^2 .$$

Den samlede profitten er $\dfrac{n}{(n+1)^2}(a-c)^2$. Når $n \to \infty$ går prisen mot c og profitten mot null.

For de som har løst oppgave slik den står, blir produsert kvantum og prisen den samme. Den individuelle profitten er derimot generelt gitt ved

$$\pi_i = Pq_i - cnq_i = \frac{(a - n^2 c)(a-c)}{(n+1)^2} .$$

For $n = 1$ blir naturligvis resultatet det samme, men for flere bedrifter er profitten generelt lavere siden produksjonskostnaden i oppgaveformuleringen avhenger av alle bedriftenes produksjon.

Her må vi ta noe hensyn til at usikkerheten rundt oppgaveformuleringen har skapt forvirring.

Oppgave 2

a) Aktørene er enten risikonøytrale eller risikoaverse, avhengig av om $u'' \leq 0$ og $B'' \leq 0$ er oppfylt med likhet eller ulikhet.

b) Problemet skal være

$$\max_{w_h, w_l} p_h B(w_h) + (1 - p_h) B(w_l) + \lambda \left[p_h u(x_h - w_h) + (1 - p_h) u(x_l - w_l) - \underline{U} \right],$$

der $\underline{U}$ er en eksogen reservasjonsnytte. Derivasjon mht w_h og w_l gir FOB

$$\frac{B'(w_l)}{B'(w_h)} = \frac{u'(x_l - w_l)}{u'(x_h - w_h)},$$

dvs at de marginale substitusjonsbrøkene er like, altså paretooptimum. Illustreres evt i en bytteboks, som den på side 24-25 i informasjonsboka.

c) Ved risikonøytralitet har vi lineære nyttefunksjoner. Risikonøytral forpakter gir da $\mathrm{u'}(x_l - w_l)/\mathrm{u'}(x_h - w_h) = 1$, noe som gjør at $w_l = w_h$ må holde for å få samme resultat på venstresiden. Samme leie i begge tilfeller, forpakteren tar all risikoen. Lineær B gir $x_1 - w_1 = x_2 - w_2$, og fast netto inntekt til forpakteren, eieren tar all risikoen. Ellers vil risikoen deles, avhengig av risikoaversjon/krummingen på nyttefunksjonen. Egner seg godt til grafisk diskusjon. Det kan også vises, men ikke nødvendig, at ved å bruke $B'(\cdot)/u'(\cdot) = \text{konstant}$ og implisitt derivasjon, at $\frac{dw}{dx} = \frac{A_B}{A_B + A_u}$, der A'ene representerer aktørenes risikoaversjon. $A_B = 0$ gir da $dw/dx = 0$ dvs konstant w, mens $A_u = 0$ gir $dw = dx$, altså konstant $x - w$.

Oppgave 3

a) Nytten i de to periodene kan skrives som $u(y_1 - s)$ og $u(y_2 + s(1+r))$, og problemet blir

$$\max_s V(s) = u(y_1 - s) + \beta u(y_2 + s(1+r)).$$

FOB, med $\beta = 1$,

$$u'(y_1 - s) = u'(y_2 + s(1+r))(1+r)$$

Og AOB

$$V''(s) = u''(y_1 - s) + u''(y_2 + s(1+r))(1+r)^2 < 0 \;.$$

b) Ved usikker avkastning maksimerer vi forventet nytte,

$$\max_s V(s) = u(y_1 - s) + E\beta u\left(y_2 + s(1+\tilde{r})\right),$$

og førsteordensbetingelsen blir isteden

$$u'(y_1 - s) = Eu'\left(y_2 + s(1+\tilde{r})\right)(1+\tilde{r}) \quad .$$

Venstresiden er lik i de to tilfellene, og øker med sparingen. Høyere sparing under usikkerhet forutsetter da at høyresiden er større under usikkerhet. Generelt har vi at

$$Ef(\tilde{r}) > f(E\tilde{r})$$

hvis og bare hvis f er konveks i $\tilde{r}$. I vårt tilfelle har vi at $f(x) = u'\left(y_2 + s(1+\tilde{r})\right)(1+\tilde{r})$, med

$$\begin{aligned} f'(\tilde{r}) &= u''\left(y_2 + s(1+\tilde{r})\right)(1+\tilde{r})s + u'\left(y_2 + s(1+\tilde{r})\right) \\ f''(\tilde{r}) &= u'''\left(y_2 + s(1+\tilde{r})\right)(1+\tilde{r})s^2 + 2u''\left(y_2 + s(1+\tilde{r})\right)s \end{aligned} \; .$$

Hvis $u''' > 0$ har u''' og u'' motsatt fortegn og det er usikkert om $f(\tilde{r})$ er konveks.

c) Det er uklart hvilken effekt usikkerheten har på sparing fordi u''' og u'' trekker i hver sin retning. Sentrale egenskaper ved nyttefunksjonen ei denne sammenhengen er risikoaversjon $A = -u''/u'$ og prudence $P = -u'''/u''$. Her er $A > 0$, som betyr at vi vil unngå risiko. Dette taler for mindre sparing, siden avkastningen er usikker. Men siden $P > 0$ kan vi ha at risikotoleransen øker med formuen, noe som taler for mer sparing og dermed høyere formue i periode 2. Totaleffekten er dermed uklar.

d) Her holder det å argumentere med at $u''' = 0$ siden nyttefunksjonen er kvadratisk, og dermed har vi $f''(\tilde{r}) = 2u''\left(y_2 + s(1+\tilde{r})\right)s < 0$. Siden $f(\tilde{r})$ nå er konkav vil usikkerheten føre til mindre sparing, jfr diskusjonen på b) og c).