Sensorrettleiing FIN3006 haust 2017

Gunnar Bårdsen

1. (a) $E\left(\hat{\beta}\right) = \beta$.

   (b) Ein estimator er effisient dersom han, for ein gitt utvalsstorleik, har minst varians i klassen av alle forventningsrette estimatorar. Sidan det ofte er vanskelig å sei om ein estimator er effisient, samanliknar me ofte estimatorar i grad av relativ effisiens. Ein forventningsrett estimator er meir effisient enn ein annan dersom han har mindre varians.

   (c) Ein estimator er konsistent dersom sannsynsfordelinga til estimatoren kollapsar til den sanne verdien berre utvalet er stort nok. Dermed fylgjer og at tilstrekkelige vilkår for at ein estimator skal vera konsistent er at han er i. forventningsrett, og at ii. variansen går mot null etterkvart som utvalsstorleiken aukar. Utgreiingar ved hjelp av sannsynsgrenser gir bonus.

   (d) "Weak stationarity" er definert som

$$
\begin{aligned}
E(y_t) &= \mu \quad t = 1, 2, \ldots, \infty \\
E(y_t - \mu)(y_t - \mu) &= \sigma^2 < \infty \\
E(y_{t_1} - \mu)(y_{t_2} - \mu) &= \gamma_{t_2 - t_1} \quad \forall\, t_1, t_2
\end{aligned}
$$

   (e) Ein prosess er sterkt stasjonær dersom fordelingsfunksjonen er konstant over tid. Meir presist:

$$
P\{y_{t_1} \leq b_1, \ldots, y_{t_n} \leq b_n\} = P\{y_{t_1+m} \leq b_1, \ldots, y_{t_n+m} \leq b_n\}
$$

2. For prosessen

$$
y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N\left(0, \sigma^2\right), \quad y_0 = 0,
$$

   (a) Forventinga når $|a_1| < 1$:

$$
\mathrm{E}(y_t) = a_0\bigl(1 + a_1 + a_1^2 + \cdots\bigr) = \frac{a_0}{1 - a_1}.
$$

   (b) Prognosen tre periodar fram når $|a_1| < 1$:

$$
E_t y_{t+3} = a_0(1 + a_1 + a_1^2) + a_1^3 y_t
$$

(c) Prognosen j periodar fram vert

$$\begin{aligned} E_t y_{t+j} &= a_0 + a_1 E_t y_{t+j-1} \\ &= a_0(1 + a_1 + a_1^2 + \cdots + a_1^{j-1}) + a_1^j y_t \\ &= \frac{a_0 - a_1^j}{1 - a_1} + a_1^j y_t \end{aligned}$$

Ettersom $j \to \infty$, vil prognosen gå mot den ubetinga middelverdien:

$$E_t y_{t+j} \to \frac{a_0}{1 - a_1}.$$

(d) Forventinga når $a_1 = 1$: Dette er no ein random walk med drift:

$$y_t = y_{t-1} + a_0 + \varepsilon_t \ .$$

Gitt ein startverdi, er løysinga

$$y_t = y_0 + a_0 t + \sum_{i=0}^{t} \varepsilon_i \ ,$$

så forventinga er ikkje konstant:

$$E y_t = a_0 t.$$

.

(e) Sidan alle sjokk er permanente, gitt dei fyrste t realisasjonane av $\{\varepsilon_t\}$ prosessen, så er den betinga forventinga s periodar fram, prognosen,

$$E_t y_{t+s} = y_t + a_0 s + E_t \sum_{i=1}^{s} \varepsilon_{t+i} = y_t + a_0 s \ .$$

Prognosen tre periodar fram når $a_1 = 1$ vert dermed:

$$E_t y_{t+3} = y_t + 3a_0.$$

3. Diebold-Mariano testen samanliknar prognosane frå to modellar. La tapet frå ei 1-step prognosefeil i periode i vera gitt ved $g(e_i)$. I det typiske høvet der tapsfunksjonen er kvadratisk, er tapet e_i^2.

   Skilnaden i tap i periode i frå å bruka modell 1 kontra modell 2 er

$$d_i = g(e_{1,i}) - g(e_{2,i}).$$

   Det gjennomsnittlege tapet med H observasjonar av tapa er dermed

$$\bar{d} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^{H} d_i$$

   Dersom $\{d_i\}$ serien er utan autokorrelasjon med ein utvalsvarians γ_0, så kan $Var(\bar{d}$ estimerast som

$$\widehat{Var(\bar{d})} = \frac{\gamma_0}{H - 1}$$

Under $H_0 : \bar{d} = 0$, er testobservatoren

$$\frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{\gamma_0}{H-1}}}$$

fordelt som $t_{(H-1)}$.

4. Punktet (a) inneheld berre tillegsinformasjon og ingenting skal svarast på. Dette vart også opplyst under eksamen.

   (b) Her vert det forventa ein gjennomgang av testen for Granger-kausalitet.

   (c) Impulsresponsfunksjonane i dømet er:

   $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^i \left(\frac{1}{1-b_{12}b_{21}}\right) \begin{pmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11}(i) & \phi_{12}(i) \\ \phi_{21}(i) & \phi_{22}(i) \end{pmatrix}$$

   (d)

   $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^2 \left(\frac{1}{1-b_{12}b_{21}}\right) \begin{pmatrix} 1 & -b_{12} \\ -b_{21} & 1 \end{pmatrix}$$

   (e) Variabelen $y_{2,t}$ er svakt eksogen for b_{12} dersom parameteren kan estimerast frå den betinga modellen åleine. Den betinga modellen kan skrivast

   $$\begin{aligned} &E\left(y_{1,t} \mid y_{2,t}, y_{1,(t-1)}, y_{2,(t-1)}\right) \\ &= (b_{12}P - Q)\, y_{2,t} \\ &+ (b_{10}P - b_{20}Q) \\ &+ (\gamma_{11}P + \gamma_{21}Q)\, y_{1,(t-1)} \\ &+ (\gamma_{12}P + \gamma_{22}Q)\, y_{2,(t-1)}, \end{aligned}$$

   der

   $$P \equiv \frac{1}{D}\left(1 + b_{21}\frac{\omega_{12}}{\omega_{22}}\right)$$

   $$Q \equiv \frac{1}{D}\left(b_{12} + \frac{\omega_{12}}{\omega_{22}}\right)$$

   Me får difor dei strukturelle parametrane, slik at $y_{2,t}$ er svakt eksogen for b_{12}, når $P = 1$ og $Q = 0$. Dette held når $b_{21} = 0$ fordi då reduserer OLS-estimatoren

   $$\frac{\omega_{12}}{\omega_{22}} = \frac{-\left(b_{21}\sigma_{11} + b_{12}\sigma_{22}\right)}{b_{21}^2\sigma_{11} + \sigma_{22}}$$

   seg til: $-b_{12}$.

5. Gode svar har gjennomgangar av modellane med parametertolkingar.

   (a) M1 er GARCH, vil ha tolking av parametre. Stabilitetsrestriksjonar gir bonus.

   (b) M2 er GARCH-M. Bør ha med tolking at avkastning avheng av risiko. Estimat rett forteikn, men insignifikant.

   (c) M3 er GJR eller GARCH-T. Terskelledd har rett forteikn, men er insignifikant.

   (d) Bør velja M1 på grunnlag av tolking og SC.