Sensorrettleiing FIN3006 haust 2016

Gunnar Bårdsen

1. (a) Ein "white noise" prosess er kjenneteikna ved

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_t) &= E(\varepsilon_{t-1}) \cdots = 0 \\ E(\varepsilon_t)^2 &= E(\varepsilon_{t-1})^2 \cdots = \sigma^2 \\ E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-s}) &= \gamma_{t-s} = \begin{cases} \sigma^2 & \text{if} \quad t = s \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

   (b) "Weak stationarity" er definert som

$$\begin{aligned} E(y_t) &= \mu \quad t = 1, 2, \ldots, \infty \\ E(y_t - \mu)(y_t - \mu) &= \sigma^2 < \infty \\ E(y_{t_1} - \mu)(y_{t_2} - \mu) &= \gamma_{t_2 - t_1} \quad \forall\, t_1, t_2 \end{aligned}$$

   (c) "Skewness" er estimert ved

$$\hat{S}_Y = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T} \frac{(y_t - \hat{\mu})^3}{\hat{\sigma}^3}.$$

   Populasjonsdefinisjonen vert sjølvsagt også godtatt.

   (d) "Kurtosis" er estimert ved

$$\hat{K}_Y = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T} \frac{(y_t - \hat{\mu})^4}{\hat{\sigma}^4}.$$

   Populasjonsdefinisjonen vert sjølvsagt også godtatt.

   Omgrepa skal også tolkast.

2. For prosessen

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N\left(0, \sigma^2\right), \quad y_0 = 0,$$

   (a) Den fullstendige løysinga når $|a_1| < 1$:

$$y_t = \sum_{i=0}^{t-1} a_1^i \varepsilon_{t-i}$$

   .

   (b) Forventinga når $|a_1| < 1$:

$$E(y_t) = 0.$$

(c) Variansen når $|a_1| \leq 1$:

$$Var(y_t) = \frac{\sigma^2}{(1 - a_1^2)}.$$

(d) Prognosen to periodar fram når $|a_1| < 1$:

$$E_t y_{t+2} = a_1^2 y_t$$

(e) Den fullstendige løysinga når $a_1 = 1$:

$$y_t = \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

.

(f) Forventinga når $a_1 = 1$:

$$E(y_t) = 0.$$

Her var det ei feil i den engelske oppgåveteksten. Dette vart retta under eksamen, men dersom svaret ber preg av feila, skal denne oppgåva ikkje telja med.

(g) Variansen når $a_1 = 1$:

$$Var(y_t) = t\sigma^2.$$

Her var det ei feil i den engelske oppgåveteksten. Dette vart retta under eksamen, men dersom svaret ber preg av feila, skal denne oppgåva ikkje telja med.

(h) Prognosen to periodar fram når $a_1 = 1$:

$$E_t y_{t+2} = y_t.$$

(i) Her er det forventa ein presentasjon av Dickey-Fuller testen:

$$\Delta y_t = \theta_0 + \theta_1 t + (\delta - 1) y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

Der H_0: $\theta_1 = 0$ og $\delta = 1$.

3. Prosessane er henta frå s.61 i læreboka. Ein signifikant positiv PACF på 1. "lag" og geometrisk avtakande ACF viser at y_1 er $AR(1),\ a_1 > 0$. Ein signifikant negativ ACF på 1. "lag" og geometrisk avtakande PACF vil sei at y_2 er $MA(1),\ \beta < 0$.

   Dersom eigenskapane ved ACF og PACF vert utgreia, skal dette premierast.

4. Dette er testen for Granger kausalitet. Variabelen y_2 "Granger-forårsakar" y_1 dersom H_0^1: $a_{12,1} = a_{12,2} = 0$ er forkasta og H_0^2: $a_{21,1} = a_{21,2} = 0$ er akseptert. Det vert forventa ei tolking av testen.

5. Her er det litt ulike versjonar, men i førelesingane er det nytta

$$AIC = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$$
$$SBC = \ln(\tilde{\sigma}^2) + \frac{k}{T}\ln T,$$

   der $\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}^2$, k er antal parametre og T er observasjonstalet. Sidan $\ln T > 2$ for $T > 7$, straffar SBC parametertal meir enn AIC.

6. Dette er ein reestimering av dømet i kapittel 3.10 i boka og også gjennomgått på førelesing med kode lagt ut. Det vert forventa gjennomgangar av modellane med parametertolkingar.

   (a) Dette er standard GARCH.

   (b) Dette er GARCH med t-fordeling for innovasjonane, som resten av modellane også har.

   (c) Dette er IGARCH.

   (d) Dette er GJR/TGARCH. I denne modellen skal kvadratleddet ha positiv innverknad, som det ikkje har.

   (e) Dette er EGARCH. Sidan ein modellerer logaritmen av variansen kan ein ha negative parametrar. For at spesifikasjonen skal ha tolking som å fanga opp leverage, skal innovasjonen inngå negativt.

   (f) GJR/TGARCH modellen har feil forteikn på kvadratleddet. I boka vert EGARCH modellen valt framfor IGARCH på grunnlag av informasjonskriteria.

7. Her kan ein gå i mange detaljar, men hovudpoenget er at STAR-modellen tillet ein overgangsperiode mellom regime istaden for brå skift. Så istaden for ein dummy variabel $D\left(y_{t-1} > r\right)$ er det ein kontinuerleg funksjon $G\left(y_{t-1}; \gamma, r\right)$ som endrar seg frå 0 til 1 med aukande y_{t-1}:

$$\begin{aligned} y_t = & \left[a_{0,1} + a_{1,1} y_{t-1} + \varepsilon_{1,t}\right]\left[1 - G\left(y_{t-1}; \gamma, r\right)\right] \\ & + \left[a_{0,2} + a_{1,2} y_{t-1} + \varepsilon_{2,t}\right]\left[G\left(y_{t-1}; \gamma, r\right)\right]. \end{aligned}$$

der γ bestemmer kor gradvis overgangen mellom regima er. Dei to funksjonsformene for transisjonsfunksjonen som er gjennomgått er ESTAR og LSTAR. Gode besvarelsar vil difor ha med ein gjennomgang av desse.

ESTAR:

$$G_{estar}\left(y_{t-1}; \gamma, r\right) = 1 - \exp\left[-\gamma\left(y_{t-1} - r\right)^2\right]$$

Denne er symmetrisk i transisjonen:

$$\lim_{y_{t-1} \to \pm\infty} G_{estar}\left(y_{t-1}; \gamma, r\right) = 1$$

LSTAR er den logistiske spesifikasjonen

$$G_{lstar}\left(y_{t-1}; \gamma, r\right) = \frac{1}{1 + \exp\left[-\gamma\left(y_{t-1} - r\right)\right]}.$$

Dersom $y_{t-1} = r$, så er

$$G_{lstar}\left(r; \gamma, r\right) = 0.5.$$

med $\left(y_{t-1} - r\right)$ liten (høg negativ)

$$G_{lstar}\left(y_{t-1}; \gamma, r\right) \to 0$$

med $\left(y_{t-1} - r\right)$ stor

$$G_{lstar}\left(y_{t-1}; \gamma, r\right) \to 1.$$