

Eksamen våren 2020 – SØK1001 Matematikk for økonomer

Bokmål

Eksamen består av 5 oppgaver som alle skal besvares. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

Oppgave 1 (20%)

a) Finn den førstederiverte til følgende funksjoner

i) $f(x) = x^5 - \frac{1}{3}x^2 + 3x$

ii) $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$

iii) $f(x) = x^2 + \frac{1}{1+x^2}$

iv) $f(x) = e^x 3^x$

b) Anta at du kjøper en maskin for 200 000 kr i 2020. Maskinens verdi avtar (depresierer) med 0.8% per år.

i) Sett opp en funksjon, $P(t)$, som beskriver utviklingen i maskinens verdi over tid. La $t = 0$ tilsvare 2020.

ii) Hvor lang tid tar det før maskinens verdi er lik 90% av opprinnelig verdi? Vis nødvendig utregning.

c) La $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y - 2}$. Angi definisjonsmengden til funksjonen og illustrer definisjonsmengden grafisk.

Oppgave 2 (24%)

a) I begynnelsen av hvert år blir det satt inn 2500 kr på en konto med årlig forrentning og årlig rente lik 1.2%. Hvor mye står det på kontoen like etter det fjerde innskuddet?

b) Anta at det årlig blir satt inn 1800 kr på en konto med årlig forrentning og årlig rente lik 2%. Hvor mange innskudd kreves for at saldoen skal være over 15000 kr rett etter siste innskudd?

c) En person får valget mellom følgende to alternative pengeutbetalinger:

i) 7000 kr utbetalt i dag og deretter en fast årlig sum på 1500 kr utbetalt 7 ganger, første gang om tre år.

ii) En fast årlig sum på 2000 kr utbetalt 4 ganger, første gang i dag, og en fast årlig sum på 2500 kr utbetalt 5 ganger, første gang om 5 år.

Beregn nåverdien av alternativene i) og ii) når den årlige renten er 3% i hele perioden. Avgjør på grunnlag av dette hvilket alternativ som er det mest lønnsomme for personen.

Oppgave 3 (20%)

Gitt funksjonen $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ definert over intervallet $-4 \leq x \leq 4$.

- Finn nullpunktene for funksjonen.
- Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.
- Finn stasjonære punkt og avgjør om de er lokale maksimums- eller minimumspunkt.
- Finn globalt maksimums- og minimumspunkt for f over det angitte intervallet.
- Finn eventuelle vendepunkter.

Oppgave 4 (16%)

Likningen $2x^2 - xy + \frac{1}{2}y^2 = 6$ fremstiller en kurve i xy -planet.

- Beregn kurvens skjæringspunkter med koordinataksene.
- Bruk implisitt derivasjon til å beregne y' .
- I hvilke punkter er tangenten til kurven horisontal?
- I hvilke punkter er tangenten til kurven vertikal?

Oppgave 5 (20%)

Gitt funksjonen $f(x, y) = -x^2 + 4x + 2y$ og bibetingelsen $x + y = \frac{5}{2}$.

a) Løs problemet

$$\text{Max/min } f(x, y) = -x^2 + 4x + 2y \text{ gitt } x + y = \frac{5}{2}$$

ved bruk av Lagranges metode.

b) Bruk grafisk fremstilling til å avgjøre om løsningen funnet i a) er et maksimums- eller minimumspunkt. Begrunn svaret ditt.