NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK1001 – Matematikk for økonomer

Faglig kontakt under eksamen: Hildegunn E. Stokke
Tlf.: 971 99 454

Eksamensdato:	5. juni 2019
Eksamenstid (fra-til):	4 timer (09.00-13.00)
Hjelpemiddelkode:	C

Formelsamling:

Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske.

Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.

Kalkulator:

Casio fx-82ES PLUS, Casio fx-82EX Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

Målform/språk:	Bokmål og nynorsk
Antall sider bokmål (uten forside):	2
Antall sider nynorsk (uten forside):	2

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig □ **2-sidig** □

sort/hvit □ **farger** □

skal ha flervalgskjema □

Kontrollert av:

Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Bokmål

Eksamen består av 5 oppgaver som alle skal besvares. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

Oppgave 1 (27%)

a) Finn den førstederiverte til følgende funksjoner

i) $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - 2x^2 + 2$

ii) $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{1 - x^3}$

iii) $f(x) = \left(x^2 - \ln x\right)^5$

iv) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 e^{5x}$

b) Befolkningen i et land er 13 millioner i 2019, og det er estimert at den fremover vil vokse med 1.15% årlig.

i) Sett opp en funksjon, $P(t)$, som beskriver utviklingen i befolkningen over tid. La $t = 0$ tilsvare 2019.

ii) Hvor lang tid tar det før befolkningen er tre ganger så høy som i 2019? Vis nødvendig utregning.

c) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden med hensyn på x og y av følgende funksjon:

$$f(x, y) = \frac{1}{3}xy^2 - 3xy + 4y^3$$

d) La $f(x) = \ln(4x - 1)$. Angi definisjonsmengden til funksjonen og finn $f'(x)$.

Oppgave 2 (18%)

a) I begynnelsen av hvert år blir det satt inn 3000 kr på en konto med årlig forrentning og årlig rente lik 2.5%. Hvor mye står det på kontoen like etter det femte innskuddet?

b) Hvor lang tid tar det før saldoen passerer 25000 kr dersom det årlig blir satt inn 1500 kr på en konto med årlig forrentning og årlig rente lik 3%?

c) Vi låner 70000 kr til en månedsrente på 0.9%. De månedlige terminbeløpene skal betales etter annuitetsprinsippet i totalt tolv terminbeløp, det første en måned etter låneopptak. Hva blir terminbeløpet?

Oppgave 3 (20%)

Gitt $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$

a) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.

b) Finn de stasjonære punktene og avgjør om de er topp- eller bunnpunkter.

c) Finn eventuelle vendepunkter.

d) Skisser grafen til *f(x)*.

Oppgave 4 (15%)

Gitt funksjonen

$$f(x, y) = \frac{1}{3}y^3 - 4xy + x^2 + 7y$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser disse.

Oppgave 5 (20%)

a) Løs følgende optimeringsproblem ved bruk av Lagranges metode

Max $U(x, y) = 3x^{1/3}y^{1/2}$

gitt at $px + qy = m$

Funksjonen $U(x, y)$ kan sees på som nyttefunksjonen til et individ, der x og y er konsum av henholdsvis vare 1 og 2. Bibetingelsen representerer konsumentens budsjettbetingelse, der p og q er pris på henholdsvis vare 1 og 2 og m er konsumentens inntekt.

b) Bruk løsningen funnet i a) til å vise hvordan følgende endringer påvirker etterspørselen etter de to varene:

i) økt pris på vare 1 (økt p)

ii) økt inntekt (økt m)

Nynorsk

Eksamen inneheld 5 oppgåver som alle skal svarast på. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

Oppgåve 1 (27%)

a) Finn den fyrstederiverte til fylgjande funksjoner

i) $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - 2x^2 + 2$

ii) $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{1 - x^3}$

iii) $f(x) = \left(x^2 - \ln x\right)^5$

iv) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 e^{5x}$

b) Befolkninga i eit land er 13 millionar i 2019, og det er estimert at den framover vil vokse med 1.15% årleg.

i) Sett opp ein funksjon, $P(t)$, som beskriv utviklinga i befolkninga over tid. La $t = 0$ stå for 2019.

ii) Kor lang tid tek det før befolkninga er tre gonger så høg som i 2019? Vis nødvendig utrekning.

c) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden med omsyn til x og y av fylgjande funksjon:

$$f(x, y) = \frac{1}{3}xy^2 - 3xy + 4y^3$$

d) La $f(x) = \ln(4x - 1)$. Angje definisjonsmengda til funksjonen og finn $f'(x)$.

Oppgåve 2 (18%)

a) I byrjinga av kvart år blir det satt inn 3000 kr på ein konto med årleg forrenting og årleg rente lik 2.5%. Kor mykje står det på kontoen like etter det femte innskotet?

b) Kor lang tid tek det før saldoen passerer 25000 kr dersom det årleg blir satt inn 1500 kr på ein konto med årleg forrenting og årleg rente lik 3%?

c) Vi låner 70000 kr til ei månadsrente på 0.9%. Dei månadlege terminbeløpa skal betalast etter annuitetsprinsippet i totalt tolv terminbeløp, det første ein månad etter låneopptak. Kva blir terminbeløpet?

Oppgåve 3 (20%)

Gitt $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$

a) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.

b) Finn dei stasjonære punkta og avgjer om dei er topp- eller botnpunkt.

c) Finn eventuelle vendepunkt.

d) Skisser grafen til *f(x)*.

Oppgåve 4 (15%)

Gitt funksjonen

$$f(x,y) = \frac{1}{3}y^3 - 4xy + x^2 + 7y$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser desse.

Oppgåve 5 (20%)

a) Løys fylgjande optimeringsproblem ved bruk av Lagrange sin metode

Max $U(x,y) = 3x^{1/3}y^{1/2}$

gitt at $px + qy = m$

Funksjonen $U(x,y)$ kan sjåast på som nyttefunksjonen til eit individ, der x og y er konsum av høvesvis vare 1 og 2. Sidevilkåret representerer konsumentens sitt budsjettvilkår, der p og q er pris på høvesvis vare 1 og 2 og m er konsumenten si inntekt.

b) Bruk løysinga funne i a) til å vise korleis fylgjande endringar påverkar etterspørselen etter dei to varene:

i) økt pris på vare 1 (økt p)

ii) økt inntekt (økt m)