

Institutt for samfunnsøkonomi

## Eksamensoppgave i SØK1001 – Matematikk for økonomer

Faglig kontakt under eksamen: Hildegunn E. Stokke

Tlf.: 97 19 94 54

**Eksamensdato:** 16. mai 2018

**Eksamensstid (fra-til):** 4 timer (09.00-13.00)

**Sensurdato:** 8. juni 2018

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin. Calculator Casio fx-82ES PLUS, Casio fx-82EX Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

**Målform/språk:** Bokmål og nynorsk

**Antall sider bokmål (uten forside):** 2

**Antall sider nynorsk (uten forside):** 2

### Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig  2-sidig

sort/hvit  farger

skal ha flervalgskjema

**Kontrollert av:**

Dato \_\_\_\_\_ Sign \_\_\_\_\_

**Bokmål**

Eksamens består av 5 oppgaver som alle skal besvares. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

**Oppgave 1 (25%)**

a) Finn den førstederiverte til følgende funksjoner:

i)  $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 5$

ii)  $f(x) = (x^3 - \ln x^2)^5$

iii)  $f(x) = e^{3x}(x^4 - 1)$

iv)  $f(x) = \frac{4x^2 - 3}{1 - x^3}$

b) Løs følgende likningssystem:

$$x + y + 2z = 9$$

$$2x + 4y - 3z = 1$$

$$3x + 6y - 5z = 0$$

c) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden med hensyn på x og y av følgende funksjon:

$$f(x, y) = \frac{4}{3}x^2y - 2xy + 5y^3$$

d) La  $f(x) = \ln(3 - 2x)$ . Angi definisjonsmengden til funksjonen og finn  $f'(x)$ .

**Oppgave 2 (24%)**

a) En person setter kr. 300 000 i banken.

- i) Anta årlig forrentning, og at beløpet har vokst til kr. 330 000 etter 3 år. Hvor stor er den årlige renten?
- ii) Anta kontinuerlig forrentning, og at beløpet har vokst til kr. 330 000 etter 3 år. Hvor stor er den årlige renten?

b) En person får valget mellom følgende to alternative pengeutbetalinger:

- i) Kr. 9000 utbetalt i dag og deretter en fast årlig sum på kr. 2000 utbetalt 10 ganger, første gang om to år.
- ii) En fast årlig sum på kr. 3000 utbetalt 5 ganger, første gang i dag, og en fast årlig sum på kr. 2000 utbetalt 7 ganger, første gang om 5 år.

Bereg nåverdien av alternativene i) og ii) når den årlige renten er 2% i hele perioden. Avgjør på grunnlag av dette hvilket alternativ som er det mest lønnsomme for personen.

**Oppgave 3 (20%)**

Gitt funksjonen  $f(x) = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x$  definert over intervallet  $[-4, 3]$ .

- Finn funksjonens stasjonære punkt, og avgjør om disse er lokale maksimums- eller minimumspunkt.
- Finn globalt maksimums- og minimumspunkt for  $f$  over det angitte intervallet.
- Skisser grafen til funksjonen i intervallet  $[-4, 3]$  basert på resultatene ovenfor.

**Oppgave 4 (15%)**

Gitt funksjonen

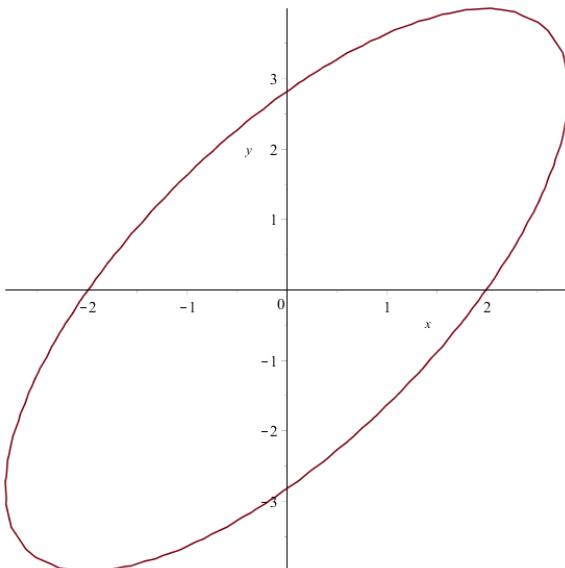
$$f(x, y) = x^3 + 3x^2y + 3y^2$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser disse.

**Oppgave 5 (16%)**

Likningen  $2x^2 - 2xy + y^2 = 8$  fremstiller en kurve i  $xy$ -planet som er vist i figuren under.

- Beregn kurvens skjæringspunkter med koordinataksene.
- Bruk implisitt derivasjon til å vise at  $y'$  kan skrives som  $y' = \frac{y-2x}{y-x}$ .
- I hvilke punkter er tangenten til kurven horisontal?
- I hvilke punkter er tangenten til kurven vertikal?



**Nynorsk**

Eksamens inneheld 5 oppgåver som alle skal svarast på. Vekt ved sensur er gitt i parentes.

**Oppgåve 1 (25%)**

a) Finn den fyrstederiverte til følgjande funksjoner:

i)  $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 5$

ii)  $f(x) = (x^3 - \ln x^2)^5$

iii)  $f(x) = e^{3x}(x^4 - 1)$

iv)  $f(x) = \frac{4x^2 - 3}{1 - x^3}$

b) Løys følgjande likningssystem:

$$x + y + 2z = 9$$

$$2x + 4y - 3z = 1$$

$$3x + 6y - 5z = 0$$

c) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden med omsyn til x og y av følgjande funksjon:

$$f(x, y) = \frac{4}{3}x^2y - 2xy + 5y^3$$

d) La  $f(x) = \ln(3 - 2x)$ . Angi definisjonsmengda til funksjonen og finn  $f'(x)$ .

**Oppgåve 2 (24%)**

a) Ein person set kr. 300 000 i banken.

- i) Anta årleg forrenting, og at beløpet har vokse til kr. 330 000 etter 3 år. Kor stor er den årlige renta?
- ii) Anta kontinuerlig forrenting, og at beløpet har vokse til kr. 330 000 etter 3 år. Kor stor er den årlege renta?

b) Ein person får valet mellom følgjande to alternative pengeutbetalingar:

- i) Kr. 9000 utbetalt i dag og deretter ein fast årleg sum på kr. 2000 utbetalt 10 gonger, første gong om to år.
- ii) Ein fast årlig sum på kr. 3000 utbetalt 5 gonger, første gong i dag, og ein fast årleg sum på kr. 2000 utbetalt 7 gonger, første gong om 5 år.

Berekn noverdien av alternativa i) og ii) når den årlege renta er 2% i heile perioden.

Avgjer på grunnlag av dette kva for alternativ som er det mest lønsame for personen.

**Oppgåve 3 (20%)**

Gitt funksjonen  $f(x) = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x$  definert over intervallet  $[-4, 3]$ .

- Finn funksjonen sine stasjonære punkt, og avgjør om desse er lokale maksimums- eller minimumspunkt.
- Finn globalt maksimums- og minimumspunkt for  $f$  over det gitte intervallet.
- Skisser grafen til funksjonen i intervallet  $[-4, 3]$  basert på resultata ovafor.

**Oppgåve 4 (15%)**

Gitt funksjonen

$$f(x, y) = x^3 + 3x^2y + 3y^2$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser desse.

**Oppgåve 5 (16%)**

Likninga  $2x^2 - 2xy + y^2 = 8$  framstiller ei kurve i  $xy$ -planet som er vist i figuren under.

- Berekn kurva sine skjeringspunkt med koordinataksane.
- Bruk implisitt derivasjon til å vise at  $y'$  kan skrivast som  $y' = \frac{y-2x}{y-x}$ .
- I kva for punkt er tangenten til kurva horisontal?
- I kva for punkt er tangenten til kurva vertikal?

