NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK1001 – Matematikk for økonomer

Faglig kontakt under eksamen: Hildegunn Stokke

Tlf.: 97 19 94 54

Eksamensdato:	24. oktober 2017
Eksamenstid (fra-til):	4 timer (09.00-13.00)
Sensurdato:	14. november 2017

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin. Godkjent kalkulator Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

Målform/språk:	Bokmål og nynorsk
Antall sider (utan forside):	4
Antall sider vedlegg:	0

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig □ **2-sidig** □

sort/hvit □ **farger** □

skal ha flervalgskjema □

Kontrollert av:

Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Bokmål
Eksamen består av 5 oppgaver som alle skal besvares. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

Oppgave 1 (32%)

a) Finn den førstederiverte til følgende funksjoner

i) $f(x) = \frac{1}{2}x^5 - 2x^2 + \frac{1}{x} - 2$

ii) $f(x) = \frac{4x^2 - 3}{1 - x^3}$

iii) $f(x) = \left(x^3 - \ln x\right)^4$

iv) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 e^{4x}$

b) Befolkningen i et land er 7 millioner i 2017, og det er estimert at den fremover vil vokse med 1.4% årlig.

i) Sett opp en funksjon, $P(t)$, som beskriver utviklingen i befolkningen over tid. La $t = 0$ tilsvare 2017.

ii) Hvor lang tid tar det før befolkningen er dobbelt så høy som i 2017? Vis nødvendig utregning.

c) Finn tangentlikningen til følgende funksjon i det spesifiserte punktet:

$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ for x = 1

d) La $f(x) = \ln(2x - 1)$. Angi definisjonsmengden til funksjonen og finn $f'(x)$.

e) Likningen $x^2 - xy + 2y^2 = 14$ fremstiller en kurve i *xy*-planet. Beregn y’ ved bruk av implisitt derivasjon. I hvilke punkter er tangenten til kurven horisontal?

Oppgave 2 (18%)

a) I begynnelsen av hvert år blir det satt inn 2500 kr på en konto med årlig forrentning og årlig rente lik 4%. Hvor mye står det på kontoen like etter det åttende innskuddet?

b) Hvor lang tid tar det før saldoen passerer 35000 kr dersom det årlig blir satt inn 2500 kr på en konto med årlig forrentning og årlig rente lik 4%?

c) Vi låner 50000 kr til en månedsrente på 0.8%. De månedlige terminbeløpene skal betales etter annuitetsprinsippet i totalt tolv terminbeløp, det første en måned etter låneopptak. Hva blir terminbeløpet?

Oppgave 3 (20%)

Gitt $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$

a) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.
b) Finn de stasjonære punktene og avgjør om de er topp- eller bunnpunkter.
c) Finn eventuelle vendepunkter.
d) Skisser grafen til *f(x)*.

Oppgave 4 (15%)

Gitt funksjonen

$$f(x,y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}y^2 - 6xy + 11x$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser disse.

Oppgave 5 (15%)

Løs følgende optimeringsproblem ved bruk av Lagranges metode

Max $f(x,y) = 12x^{1/4}y^{1/3}$
gitt at $3x + y = 14$

Nynorsk
Eksamen inneheld 5 oppgåver som alle skal svarast på. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

Oppgåve 1 (32%)

a) Finn den fyrstederiverte til fylgjande funksjoner

i) $f(x) = \frac{1}{2}x^5 - 2x^2 + \frac{1}{x} - 2$

ii) $f(x) = \frac{4x^2 - 3}{1 - x^3}$

iii) $f(x) = \left(x^3 - \ln x\right)^4$

iv) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 e^{4x}$

b) Befolkninga i eit land er 7 millionar i 2017, og det er estimert at den framover vil vokse med 1.4% årlig.

i) Set opp ein funksjon, $P(t)$, som beskriv utviklinga i befolkninga over tid. La $t = 0$ stå for 2017.
ii) Kor lang tid tar det før befolkninga er dobbelt så høg som i 2017? Vis nødvendig utrekning.

c) Finn tangentlikninga til fylgjande funksjon i det spesifiserte punktet:
$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ for x = 1

d) La $f(x) = \ln(2x-1)$. Angje definisjonsmengda til funksjonen og finn $f'(x)$.
e) Likninga $x^2 - xy + 2y^2 = 14$ framstiller ei kurve i *xy*-planet. Berekn y' ved bruk av implisitt derivasjon. I kva for punkt er tangenten til kurva horisontal?

Oppgåve 2 (18%)

a) I byrjinga av kvart år blir det satt inn 2500 kr på en konto med årleg forrenting og årleg rente lik 4%. Kor mykje står det på kontoen like etter det åttande innskotet?
b) Kor lang tid tek det før saldoen passerer 35000 kr dersom det årleg blir satt inn 2500 kr på ein konto med årleg forrenting og årleg rente lik 4%?
c) Vi låner 50000 kr til ei månadsrente på 0.8%. Dei månadlege terminbeløpa skal betalast etter annuitetsprinsippet i totalt tolv terminbeløp, det første ein månad etter låneopptak. Kva blir terminbeløpet?

Oppgåve 3 (20%)

Gitt $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$

a) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.

b) Finn dei stasjonære punkta og avgjer om dei er topp- eller botnpunkt.

c) Finn eventuelle vendepunkt.

d) Skisser grafen til *f(x)*.

Oppgåve 4 (15%)

Gitt funksjonen

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}y^2 - 6xy + 11x$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser desse.

Oppgåve 5 (15%)

Løs fylgjande optimeringsproblem ved bruk av Lagrange sin metode

Max $f(x, y) = 12x^{1/4}y^{1/3}$

gitt at $3x + y = 14$