

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK3004 Videregående matematisk analyse

Faglig kontakt under eksamen: Hildegunn E. Stokke

Tlf.: 971 99 454

Eksamensdato: 18. mai 2017

Eksamenstid (fra-til): 5 timer (09.00-14.00)

Sensurdato: 12. juni 2017

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin. Calculator Casio fx-82ES PLUS, Casio fx-82EX Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

Målform/språk: Bokmål

Antall sider (uten forside): 2

Antall sider vedlegg: 0

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig 2-sidig

sort/hvit farger

skal ha flervalgskjema

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgave 1

Betrakt følgende system av differensiallikninger:

$$i) \quad dX / dt = rX(1 - X / K) + \alpha XY$$

$$ii) \quad dY / dt = sY(1 - Y / L) + \beta XY$$

Alle koeffisientene er antatt positive; $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $r > 0$, $s > 0$, $K > 0$ og $L > 0$.

- Finn først likevekten(e).
- Finn X -isoklinen(e) og vis hvordan X endrer seg utenfor isoklinen(e). Tegn piler.
- Finn Y -isoklinen(e) og vis hvordan Y endrer seg utenfor isoklinen(e). Tegn piler.
- Sett deretter sammen isoklinene og studer dynamikken til systemet.
- Finn Jacobi-matrisen for i) og ii). Drøft så hvordan du ville gått fram for å bestemme egenskapene ved den indre likevekten.

Oppgave 2

Korn produseres med arbeidskraft N og land A gitt ved produktfunksjonen $Y = BA^\alpha N^\beta$.

- Hva sier parameterne B , α og β ? Hva er skalaelastisiteten, og hva forteller den? Finn også det tekniske substitusjonsforholdet og skisserer en isokvant.
- På kort sikt er mengden land gitt. Finn korttids etterspørselsfunksjon etter arbeidskraft, korttids tilbudsfunksjon og korttids profittfunksjon.
- Anta så at mengden land også kan variere. Vis hvordan de tilsvarende funksjoner som i b) blir på lang sikt.
- Hva sier Hotellings lemma?

Oppgave 3

a) Betrakt likningssystemet:

$$5u + 5v - 2x + 3y = 0$$

$$2u - 3x + 4v + 3y = 0$$

Finn endringene i x og y ved små endringer i u og v .

b) Beregn følgende integraler:

i) $\int_0^2 (2x^4 - 3x^3 - 0.5x^2 + e^{-3x}) dx$, ii) $\int \frac{(4x^3 - 5x^2 + 8x - 1)}{(x-2)} dx$

c) For hvilke verdier av b har matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ b & 0 & 4 \\ 15/8 & 5-2b & 3 \end{pmatrix}$ en invers?

d) Investeringskostnaden for et prosjekt er gitt ved I kr. Anta at investeringen skjer momentant. Denne investeringen generer en fast netto årlig inntektsstrøm på π kr. Inntektene begynner å komme etter et år og vedvarer i T år.

i) Finn et uttrykk for nåverdien av prosjektet og drøft hvorvidt prosjektet bør iverksettes.

ii) Finn til slutt et uttrykk for nåverdien hvis prosjektet har uendelig levetid, $T = \infty$. Hva blir internrenten til prosjektet i dette tilfellet?

Oppgave 4

Betrakt nyttemaksimeringsproblemet:

$$\max_{x,y} U = xy + 3x + 2y \text{ u.b.b. } qx + py \leq m, x \geq 0 \text{ og } y \geq 0.$$

a) Still opp førsteordensbetingelsene for problemet, og analyser de ulike løsningsmulighetene.

b) Anta så en indre løsning, $x > 0$, $y > 0$. Finn etterspørselsfunksjonene og den indirekte nyttefunksjonen i dette tilfellet. Diskuter hvordan priser og inntekt påvirker den indirekte nytten.

c) Vis til slutt tolkningen av skyggeprisen for budsjettrestriksjonen.