

Institutt for samfunnsøkonomi

## **Eksamensoppgave i SØK1001 – Matematikk for økonomer**

**Faglig kontakt under eksamen: Hildegunn Stokke**

**Tlf.: 97 19 94 54**

**Eksamensdato:** 20. oktober 2016

**Eksamenstid (fra-til):** 4 timer (09.00-13.00)

**Sensurdato:** 11. november 2016

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.  
Godkjent kalkulator Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

**Målform/språk:** Bokmål og nynorsk

**Antall sider bokmål:** 2

**Antall sider nynorsk:** 2

**Bokmål**

Eksamen består av 5 oppgaver som alle skal besvares. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

**Oppgave 1 (30%)**

a) Finn den førstederiverte til følgende funksjoner

i)  $f(x) = \frac{x^3 + 5x}{2x^2 - 1}$

ii)  $f(x) = \left(\frac{1}{4}x^3 - \ln x\right)^4$

iii)  $f(x) = x^2(e^{4x} - 2)$

b) Befolkningen i et land er 6 millioner i 2016, og det er estimert at den fremover vil vokse med 0.75% årlig.

i) Sett opp en funksjon,  $P(t)$ , som beskriver utviklingen i befolkningen over tid. La  $t = 0$  tilsvare 2016.

ii) Hvor lang tid tar det før befolkningen er dobbelt så høy som i 2016? Vis nødvendig utregning.

iii) Hvor lang tid tar det før befolkningen når 9 millioner? Vis nødvendig utregning.

c) Finn tangentlikningene til følgende funksjoner i de spesifiserte punktene:

i)  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 - 1$  for  $x = 0$

ii)  $g(x) = \ln x^3 + 2x^4$  for  $x = 1$

d) La  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2x + y - 5}}$ . Angi definisjonsmengden til funksjonen og illustrer definisjonsmengden grafisk.

**Oppgave 2 (20%)**

Gitt  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{4}{3}$

a) Finn  $f'(x)$  og  $f''(x)$ .

b) Finn de stasjonære punktene og avgjør om de er topp- eller bunnpunkter.

c) Finn eventuelle vendepunkter.

d) Skisser grafen til  $f(x)$ .

**Oppgave 3 (15%)**

Gitt funksjonen

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + 6y^2 - 6xy - 10x$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser disse.

**Oppgave 4 (15%)**Likningen  $\frac{1}{2}x^2 - xy + 2y^2 = 6$  fremstiller en kurve i  $xy$ -planet.

- Beregn kurvens skjæringspunkter med koordinataksene.
- Finn  $y'$ .
- I hvilke punkter er tangenten til kurven horisontal? Undersøk fortegnet og verdien til  $y''$  i disse punktene.

**Oppgave 5 (20%)**Gitt funksjonen  $f(x, y) = 2x + y$  og bibetingelsen  $y - x^2 + 4x = 2$ .

- Løs problemet

$$\text{Max/min } f(x, y) = 2x + y \text{ gitt } y - x^2 + 4x = 2$$

ved bruk av Lagranges metode.

- Tegn nivåkurvene  $f(x, y) = -1$ ,  $f(x, y) = 1$ ,  $f(x, y) = 3$  og bibetingelsen  $y - x^2 + 4x = 2$  i samme diagram.
- Bruk figuren i b) til å diskutere om du har funnet et maksimums- eller minimumspunkt i a).

**Nynorsk**

Eksamen inneheld 5 oppgåver som alle skal svarast på. Vekt ved sensur er gitt i parentes.

**Oppgåve 1 (30%)**

a) Finn den fyrstederiverte til fylgjande funksjoner

i)  $f(x) = \frac{x^3 + 5x}{2x^2 - 1}$

ii)  $f(x) = \left(\frac{1}{4}x^3 - \ln x\right)^4$

iii)  $f(x) = x^2(e^{4x} - 2)$

b) Befolkninga i eit land er 6 millionar i 2016, og det er estimert at den framover vil vokse med 0.75% årleg.

i) Sett opp ein funksjon,  $P(t)$ , som beskriv utviklinga i befolkninga over tid. La  $t = 0$  stå for 2016.

ii) Kor lang tid tek det før befolkninga er dobbelt så høg som i 2016? Vis nødvendig utrekning.

iii) Kor lang tid tek det før befolkninga når 9 millionar? Vis nødvendig utrekning.

c) Finn tangentlikningane til fylgjande funksjoner i dei spesifiserte punkta:

i)  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 - 1$  for  $x = 0$

ii)  $g(x) = \ln x^3 + 2x^4$  for  $x = 1$

d) La  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2x + y - 5}}$ . Angi definisjonsmengda til funksjonen og illustrer definisjonsmengda grafisk.

**Oppgåve 2 (20%)**

Gitt  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{4}{3}$

a) Finn  $f'(x)$  og  $f''(x)$ .

b) Finn dei stasjonære punkta og avgjer om dei er topp- eller botnpunkt.

c) Finn eventuelle vendepunkter.

d) Skisser grafen til  $f(x)$ .

**Oppgave 3 (15%)**

Gitt funksjonen

$$f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + 6y^2 - 6xy - 10x$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser disse.

**Oppgave 4 (15%)**Likninga  $\frac{1}{2}x^2 - xy + 2y^2 = 6$  framstiller ei kurve i  $xy$ -planet.

- Berekn kurva sine skjæringspunkt med koordinataksane.
- Finn  $y'$ .
- I kva for punkt er tangenten til kurva horisontal? Undersøk fortegnet og verdien til  $y''$  i desse punkta.

**Oppgave 5 (20%)**Gitt funksjonen  $f(x, y) = 2x + y$  og vilkåret  $y - x^2 + 4x = 2$ .

- Løys problemet

$$\text{Max/min } f(x, y) = 2x + y \text{ gitt } y - x^2 + 4x = 2$$

ved bruk av Lagrange sin metode.

- Teikn nivåkurvene  $f(x, y) = -1$ ,  $f(x, y) = 1$ ,  $f(x, y) = 3$  og vilkåret  $y - x^2 + 4x = 2$  i same diagram.
- Bruk figuren i b) til å diskutere om du har funne eit maksimums- eller minimumspunkt i a).