

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK1001 – Matematikk for økonomer

Faglig kontakt under eksamen: Anders Skonhoft

Tlf.: 73 59 19 39

Eksamensdato: 2. juni 2016
Eksamenstid (fra-til): 4 timer (09.00-13.00)
Sensurdato: 23. juni 2016

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Godkjent kalkulator Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

Målform/språk: Bokmål
Antall sider bokmål (inkl forside): 3
Antall sider vedlegg: 0

Eksamen består av 5 oppgaver som alle skal besvares. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

Oppgave 1 (20%)

Gitt $g(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$

- Finn $g'(x)$ og $g''(x)$.
- Finn de stasjonære punktene og avgjør om de er maks- eller minipunkter.
- Finn eventuelle vendepunkter.
- Finn likningen for tangenten til grafen i punktet $(2, -2)$.
- Skisser til slutt grafen til $g(x)$

Oppgave 2 (25 %)

a) Finn den førstederiverte til følgende funksjoner

i) $f(x) = 4x^5 - 3x^2 + 2x$

ii) $f(x) = \frac{x^3 + 5}{5x^3 + x}$

iii) $f(x) = (2x^3 - e^{3x} + 1)^9$

iv) $f(x) = 2e^{-x} + (\ln x^3)^2$

b) Befolkningen i Norge var per 1.1. 2016 5.2 millioner. Anta at veksten de nærmeste årene vil være 1.1 % årlig.

- Sett opp funksjonen $P(t)$ som beskriver befolkningsutviklingen over tid. La $t = 0$ tilsvare 1.1. 2016.
- Beregn hvor lang tid tar det før befolkningen fordobles.
- Den årlige vekstraten på 1.1 % årlig skyldes både (netto) innvandring og naturlig tilvekst. Anta nå at den naturlige tilveksten er 0.6 % og ingen (netto) innvandring. Hvor lang tid vil det ta før befolkningen dobles under denne antagelsen?

Oppgave 3 (25%)

Gitt funksjonen $f(x, y) = x - y$ og bibetingelsen $y + x^2 - 2x = 0$.

a) Tegn nivåkurvene $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = -\frac{1}{4}$, $f(x, y) = 0$ og bibetingelsen $y + x^2 - 2x = 0$ i samme diagram.

b) Løs problemet

Max/min $f(x, y) = x - y$ gitt $y + x^2 - 2x = 0$

ved bruk av Lagranges metode.

c) Bruk figuren i a) til å diskutere om du har funnet et maksimums- eller minimumspunkt i b).

Oppgave 4 (10%)

Gitt funksjonen

$$f(x, y) = 10x^2 - 3xy + \frac{1}{3}y^2 - 10y$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser disse.

Oppgave 5 (20%)

Markedsetterspørselen for et gode kan skrives som $D = g(P+t)$, hvor t er en konsumskatt, og markedstilbudsfunksjonen som $S = f(P)$. g og f er deriverbare funksjoner med $g' < 0$ og $f' > 0$. Anta markedslikevekt slik at $g(P+t) = f(P)$.

- Illustrer markedslikevekten med en figur. Finn deretter hvordan konsumskatten påvirker prisen P og omsatt kvantum (bruk implisitt derivasjon).
- Finn også hvordan t påvirker skattebeløpet.

Anta nå isteden de lineære funksjonene $D = a - b(P+t)$ og $S = \alpha + \beta P$ hvor a, b, α og β alle er positive konstanter.

- Beregn markedsprisen P , omsatt kvantum og skattebeløpet og finn hvordan disse påvirkes av t .