

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK1001 – Matematikk for økonomer

Faglig kontakt under eksamen: Hildegunn Stokke

Tlf.: 97 19 94 54

Eksamensdato: 22. oktober 2015

Eksamenstid (fra-til): 4 timer (09.00-13.00)

Sensurdato: 13. november 2015

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Godkjent kalkulator Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

Målform/språk: Bokmål og nynorsk

Antall sider bokmål: 2

Antall sider nynorsk: 2

Bokmål

Eksamen består av 5 oppgaver som alle skal besvares. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

Oppgave 1 (25%)

a) Finn den førstederiverte til følgende funksjoner

i) $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 5$

ii) $f(x) = \frac{1}{x^2} + e^{-2x}$

iii) $f(x) = (x^3 - \ln x^2)^5$

iv) $f(x) = e^{3x}(x^4 - 1)$

b) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden med hensyn på x og y av følgende funksjon:

$$f(x, y) = \frac{1}{3}xy^2 + 4xy + 2x^3$$

c) Befolkningen i et land er 3 millioner i 2015, og det er estimert at den fremover vil vokse med 0.8% årlig.

i) Sett opp en funksjon, $P(t)$, som beskriver utviklingen i befolkningen over tid. La $t = 0$ tilsvare 2015.

ii) Hvor lang tid tar det før befolkningen er tre ganger så høy som i 2015? Vis nødvendig utregning.

iii) Hvordan må funksjonen for befolkningsutvikling omformuleres dersom befolkningen:

- vokser med 1.1% per år?
- vokser med 2% per år?
- avtar med 0.5% per år?

Oppgave 2 (20%)

a) La $f(x) = \frac{\ln(3x-2)}{4-x}$. Angi definisjonsmengden til funksjonen og finn $f'(x)$.

b) Finn tangentlikningene til følgende funksjoner i de spesifiserte punktene:

i) $f(x) = x^3 - 5x + 3$ for $x = 0$

ii) $g(x) = \ln x - x^5$ for $x = 1$

c) La $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x-y+3}}$. Angi definisjonsmengden til funksjonen og illustrer den grafisk.

Oppgave 3 (20%)

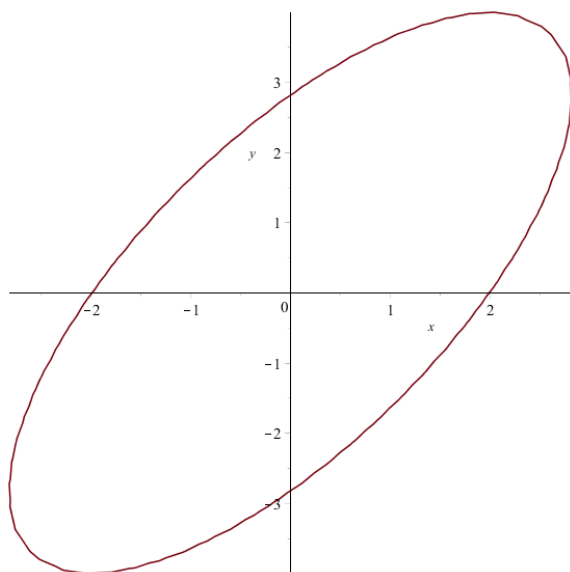
Gitt $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x$

- Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.
- Finn de stasjonære punktene og avgjør om de er topp- eller bunnpunkter.
- Finn eventuelle vendepunkter.
- Skisser grafen til $f(x)$.

Oppgave 4 (15%)

Likningen $2x^2 - 2xy + y^2 = 8$ fremstiller en kurve i xy -planet som er vist i figuren under.

- Beregn kurvens skjæringspunkter med koordinataksene.
- Bruk implisitt derivasjon til å vise at y' kan skrives som $y' = \frac{y-2x}{y-x}$.
- I hvilke punkter er tangenten til kurven horisontal?
- I hvilke punkter er tangenten til kurven vertikal?

**Oppgave 5 (20%)**

Gitt funksjonen $f(x, y) = x^2 - 2x + y$ og bibetingelsen $y - 2x = 4$.

- Løs problemet
Max/min $f(x, y) = x^2 - 2x + y$ gitt $y - 2x = 4$
ved bruk av Lagranges metode.
- Tegn nivåkurvene $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = 4$, $f(x, y) = 5$ og bibetingelsen $y - 2x = 4$ i samme diagram.
- Bruk figuren i b) til å diskutere om du har funnet et maksimums- eller minimumspunkt i a).

Nynorsk

Eksamen inneheld 5 oppgåver som alle skal svarast på. Vekt ved sensur er gitt i parentes.

Oppgåve 1 (25%)

a) Finn den fyrstederiverte til fylgjande funksjoner

i) $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 5$

ii) $f(x) = \frac{1}{x^2} + e^{-2x}$

iii) $f(x) = (x^3 - \ln x^2)^5$

iv) $f(x) = e^{3x}(x^4 - 1)$

b) Finn dei partielle deriverte av 1. og 2. orden med omsyn på x og y av fylgjande funksjon:

$$f(x, y) = \frac{1}{3}xy^2 + 4xy + 2x^3$$

c) Befolkninga i eit land er 3 millionar i 2015, og det er estimert at den framover vil vokse med 0.8% årleg.

- i) Sett opp ein funksjon, $P(t)$, som beskriv utviklinga i befolkninga over tid. La $t = 0$ stå for 2015.
- ii) Kor lang tid tek det før befolkninga er tre gongar så høg som i 2015? Vis nødvendig utrekning.
- iii) Korleis må funksjonen for befolkningsutvikling formulerast dersom befolkninga:
- veks med 1.1% per år?
 - veks med 2% per år?
 - minkar med 0.5% per år?

Oppgåve 2 (20%)

a) La $f(x) = \frac{\ln(3x-2)}{4-x}$. Angi definisjonsmengda til funksjonen og finn $f'(x)$.

b) Finn tangentlikningane til fylgjande funksjoner i dei spesifiserte punkta:

i) $f(x) = x^3 - 5x + 3$ for $x = 0$

ii) $g(x) = \ln x - x^5$ for $x = 1$

c) La $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x-y+3}}$. Angi definisjonsmengda til funksjonen og illustrer den grafisk.

Oppgave 3 (20%)

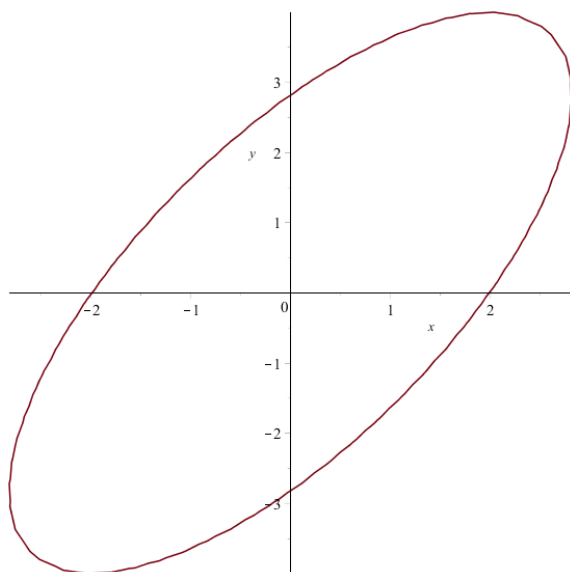
Gitt $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x$

- Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.
- Finn dei stasjonære punkta og avgjer om dei er topp- eller botnpunkt.
- Finn eventuelle vendepunkter.
- Skisser grafen til $f(x)$.

Oppgave 4 (15%)

Likninga $2x^2 - 2xy + y^2 = 8$ framstiller ei kurve i xy -planet som er vist i figuren under.

- Berekn kurva sine skjæringspunkt med koordinataksane.
- Bruk implisitt derivasjon til å vise at y' kan skrivast som $y' = \frac{y-2x}{y-x}$.
- I kva for punkt er tangenten til kurva horisontal?
- I kva for punkt er tangenten til kurva vertikal?

**Oppgave 5 (20%)**

Gitt funksjonen $f(x, y) = x^2 - 2x + y$ og vilkåret $y - 2x = 4$.

a) Løys problemet

Max/min $f(x, y) = x^2 - 2x + y$ gitt $y - 2x = 4$
ved bruk av Lagrange sin metode.

- Teikn nivåkurvene $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = 4$, $f(x, y) = 5$ og vilkåret $y - 2x = 4$ i same diagram.
- Bruk figuren i b) til å diskutere om du har funne eit maksimums- eller minimumspunkt i a).