

Institutt for samfunnsøkonomi

## **Eksamensoppgave i SØK 3004 Videregående matematisk analyse**

**Faglig kontakt under eksamen: Snorre Lindset**

**Tlf.: 73 59 13 95**

**Eksamensdato:** 2. juni 2015

**Eksamenstid (fra-til):** 5 timer (09.00-14.00)

**Sensurdato:** 23. juni 2015

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.  
Godkjent kalkulator Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

**Målform/språk:** Bokmål

**Antall sider (uten forside):** 2

**Antall sider vedlegg:** 0

## Eksamen i SØK 3004 Videregående Matematisk Analyse (V2015)

Ta de forutsetninger du måtte finne nødvendig. %-satsene bak oppgave-nummereringen er kun ment som en *indikasjon* på hvordan de ulike oppgavene kommer til å bli vektet ved sensuren.

**Oppgave 1 (20%)** Bestem følgende integraler:

a)

$$\int 3t^2 dx$$

b)

$$\int x^2 \sqrt{x^3 + 9} dx$$

c)

$$\int x e^{-x} dx$$

d) Vi er ikke i stand til å bestemme  $\int e^{x^2} dx$ . Finn en *tilnærmet* løsning på det bestemte integralet

$$\int_0^1 e^{x^2} dx.$$

(*Hint*: Bruk Taylorutvikling.)

**Oppgave 2 (20%)** Anta at den løpende profitten ved utvinning av et edelmetall er gitt ved

$$\pi_t = A - B e^{\beta t},$$

hvor  $A > B > 0$  og  $\beta > 0$ . La diskonteringsrenten  $r$  være positiv.

a) Beregn nåverdien ( $PV$ ) av å utvinne edelmetallet når utvinningen stopper på tid  $t = T$ .

b) Det er optimalt å stoppe utvinningen på tidspunkt  $T^*$ . Finn  $T^*$ .

**Oppgave 3 (20%)** Statens Pensjonsfond Utland investerer i tre aktivaklasser: aksjer, obligasjoner og eiendom. Anta at de idag skal bestemme seg for hvor mye fondet skal investere i hver av de tre aktivaklassene. Pengene som er investert skal brukes på det framtidige tidspunktet  $T$ . På tidspunkt  $T$  vil norsk økonomi være i en tilstand som kan beskrives som enten *god*, *middels* eller *dårlig*. Én krone investert i aksjer idag vil ha en verdi på kroner 2 (god), 1 (middels) eller 0,5 (dårlig) på tidspunkt  $T$ , avhengig av om tilstanden i økonomien er god, middels eller dårlig. Tilsvarende verdier for én krone investert i obligasjoner er 1 uansett tilstanden i norsk økonomi. Én krone investert i eiendom vil ha en verdi på kroner 1,5 hvis økonomien er god og 1 hvis økonomien er middels eller dårlig. På tidspunkt  $T$  trenger staten kroner 150 (god), 100 (middels) eller 80 (dårlig) og avhenger således av om tilstanden i norsk økonomi er god, middels eller dårlig.

Beregn hvor mye som bør investeres idag i de tre aktivaklassene hvis staten skal ha de nødvendige beløpene tilgjengelige på tidspunkt  $T$ . Hvor mye må staten totalt investere?

**Oppgave 4 (20%)** Betrakt systemet

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - y \\ \dot{y} &= 1 - x^2.\end{aligned}$$

- Finne eventuelle stasjonære punkter til systemet.
- Lag et diagram hvor du tegner inn nullisoklinene til systemet. Tegn inn piler som indikerer hvordan integralkurvene beveger seg.
- Hvis du fant ett eller flere stasjonære punkter i spørsmål a), kan du si om systemet har sadelpunkt?

**Oppgave 5 (20%)** En bedrift bruker to innsatsfaktorer i sin produksjon. La  $K$  og  $L$  betegne mengden som brukes av de to faktorene og la enhetsprisene på faktorene være henholdsvis  $r$  og  $w$ . Bedriften skal produsere et kvantum  $Q$ .

- Formuler og løs bedriftens kostnadsminimeringsproblem når

$$Q = \sqrt{K} + \sqrt{L}.$$

La  $p$  være enhetsprisen på produktet bedriften produserer og selger.

- Formuler og løs bedriftens profitmaksimeringsproblem.
- Hva skjer med bedriftens tilbud når  $w$  øker?