

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK1001 – Matematikk for økonomer

Faglig kontakt under eksamen: Hildegunn Stokke

Tlf.: 73 59 16 65

Eksamensdato: 2. juni 2015
Eksamenstid (fra-til): 4 timer (09.00-13.00)
Sensurdato: 23. juni 2015

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Godkjent kalkulator Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

Målform/språk: Bokmål
Antall sider (uten forside): 3
Antall sider vedlegg: 0

Eksamen består av 5 oppgaver som alle skal besvares. Vekting ved sensur er gitt i parentes.

Oppgave 1 (25%)

a) Finn den førstederiverte til følgende funksjoner

i) $f(x) = \ln(1-x) - x^2 + 2$

ii) $f(x) = \frac{x^3 - 5}{3x^2 + 2}$

iii) $f(x) = (x^2 - e^{-2x} + 1)^5$

iv) $f(x) = 3x^5 e^{2x^2}$

b) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden med hensyn på x og y av følgende funksjon:

$$f(x, y) = \frac{4}{3}x^2y - 2xy + 5y^3$$

c) Anta at du kjøper en maskin for 750.000 kr i 2015. Maskinens verdi avtar (depresierer) med 4.5% per år.

i) Sett opp en funksjon, $P(t)$, som beskriver utviklingen i maskinens verdi over tid.

La $t = 0$ tilsvare 2015.

ii) Hvor lang tid tar det før verdien av maskinen er halvert? Vis nødvendig utregning.

iii) Hvordan må funksjonen for maskinens verdi omformuleres dersom verdien antas å:

- avta med 2% per år?
- avta med 0.7% per år?
- avta med 8.5% per år?

Oppgave 2 (20%)

a) Finn tangentlikningene til følgende funksjoner i de spesifiserte punktene:

i) $f(x) = x^2 - 5x + 3$ for $x = 2$

ii) $g(x) = \ln(2+x) + x^2$ for $x = -1$

b) Anta at y er en funksjon av x som tilfredsstiller likningen $2x - 2y + xy^2 + \frac{y}{x} = 0$. Beregn y' ved bruk av implisitt derivasjon.

c) La $f(x) = \frac{\ln(2x-1)}{x-3}$. Angi definisjonsmengden til funksjonen og finn $f'(x)$.

Oppgave 3 (20%)

Gitt funksjonen $f(x) = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x$ definert over intervallet $[-4, 3]$.

- Finn funksjonens stasjonære punkt, og avgjør om disse er lokale maksimums- eller minimumspunkt.
- Finn globalt maksimums- og minimumspunkt for f over det angitte intervallet.
- Skisser grafen til funksjonen i intervallet $[-4, 3]$ basert på resultatene ovenfor.

Oppgave 4 (15%)

Gitt funksjonen

$$f(x, y) = x^3 + 3x^2y + 3y^2$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser disse.

Oppgave 5 (20%)

Gitt funksjonen $f(x, y) = x - y$ og bibetingelsen $y + x^2 - 2x = 0$.

- Tegn nivåkurvene $f(x, y) = -1$, $f(x, y) = -\frac{1}{4}$, $f(x, y) = 0$ og bibetingelsen $y + x^2 - 2x = 0$ i samme diagram.
- Løs problemet
Max/min $f(x, y) = x - y$ gitt $y + x^2 - 2x = 0$
ved bruk av Lagranges metode.
- Bruk figuren i a) til å diskutere om du har funnet et maksimums- eller minimumspunkt i b).