

**EKSAMENSOPPGAVE I SØK1010
MATEMATIKK OG MIKROØKONOMI**

Faglig kontakt under eksamen: Hildegunn Stokke, tlf 9 16 65

Eksamensdato: Onsdag 5. desember 2012

Eksamenssted: Dragvoll

Eksamenstid: 5 timer

Studiepoeng: 15

Tillatte hjelpemidler: Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck

(2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Citizen SR-270x el. HP 30S.

Sensur 7. januar 2013

Eksamensoppgaven består av 5 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares.

Antall sider bokmål: 2

Antall sider nynorsk: 2

Oppgave 1

a) Finn den førstederiverte til følgende funksjoner

i) $f(x) = x^4 - 2x + 8$

ii) $f(x) = \frac{x^2 - 2}{2x^3 + 1}$

iii) $f(x) = e^{x^3 - 2}$

iv) $f(x) = x^2 \ln(1 - x)$

b) Likningen $3x^2 + 2xy + y^2 = 36$ fremstiller en kurve i xy -planet.

i) Finn kurvens skjæringspunkter med koordinataksene.

ii) Finn y' i et vilkårlig punkt (x, y) på kurven.

iii) Finn y'' i et vilkårlig punkt (x, y) på kurven.

iv) Hva er y' og y'' i punktet $(x, y) = (0, -6)$? Hva sier dette om funksjonen i dette punktet?

v) I hvilke punkter er tangenten til kurven horisontal?

Oppgave 2

Gitt $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x - 2$

a) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$

b) Finn de stasjonære punktene og avgjør om de er topp- eller bunnpunkter.

c) Finn eventuelle vendepunkter.

d) Finn likningen for tangenten til grafen i punktet $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$

e) Skisser grafen til $f(x)$.

Oppgave 3

- a) Forklar begrepene indifferenskurve, marginal substitusjonsbrøk og nyttefunksjon. Hvilke forutsetninger gjøres vanligvis om indifferenskurvene?
- b) Betrakt et individ med nyttefunksjon $U(x_1, x_2)$ og budsjettkurve $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ der x_1 og x_2 er konsum av 2 goder, p_1 og p_2 er priser per enhet av de 2 godene og m er inntekt. Bruk både grafisk og analytisk løsningsmetode til å finne individets optimale forbrukssammensetning. Begrunn at etterspørselen etter de to godene kan skrives som funksjon av priser og inntekt.
- c) Analyser virkningene av henholdsvis en inntektsreduksjon og en prisøkning på ett av godene. Vis hvordan effekten av en prisøkning kan dekomponeres i en prisvridningseffekt og en inntektseffekt.
- d) Finn individets etterspørselsfunksjoner når nyttefunksjonen er gitt ved $U(x_1, x_2) = x_1^{0.5} x_2^{0.5}$. Regn ut pris – og inntektselastisitetene.

Oppgave 4

Betrakt en bedrift som produserer ett produkt (y) ved bruk av arbeidskraft (L) og realkapital (K). Produktfunksjonen er gitt ved $y = AL^{0.25}K^{0.25}$ der A er et uttrykk for bedriftens produktivitet.

- a) Bedriften er prisfast kvantumstilpasser i faktormarkedene. Løs bedriftens kostnadsminimeringsproblem og vis at kostnadsfunksjonen er gitt ved
- $$C(w, q, y) = \frac{2(wq)^{0.5}}{A^2} y^2 \text{ der } w \text{ er lønn og } q \text{ er brukerpris på kapital.}$$
- b) Forklar begrepene marginalkostnad og gjennomsnittskostnad. Finn uttrykk for marginalkostnad og gjennomsnittskostnad for kostnadsfunksjonen oppgitt i a). Illustrer de to kostnadskurvene i samme figur.
- c) Anta at bedriften er prisfast kvantumstilpasser i produktmarkedet. Still opp bedriftens overskuddsmaksimeringsproblem og finn tilbudsfunksjonen. Illustrer bedriftens tilbudskurve i en figur.
- d) Hvordan påvirkes bedriftens tilbud av endringer i produktpris, faktorpriser og produktivitet?

Oppgave 1

a) Finn den førstederiverte til fylgjande funksjonar

i) $f(x) = x^4 - 2x + 8$

ii) $f(x) = \frac{x^2 - 2}{2x^3 + 1}$

iii) $f(x) = e^{x^3 - 2}$

iv) $f(x) = x^2 \ln(1 - x)$

b) Likninga $3x^2 + 2xy + y^2 = 36$ framstiller ei kurve i xy -planet.

i) Finn kurva sine skjeringspunkt med koordinataksane.

ii) Finn y' i eit vilkårleg punkt (x, y) på kurva.

iii) Finn y'' i eit vilkårleg punkt (x, y) på kurva.

iv) Kva er y' og y'' i punktet $(x, y) = (0, -6)$? Kva seier dette om funksjonen i dette punktet?

v) I kva for punkt er tangenten til kurva horisontal?

Oppgave 2

Gitt $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x - 2$

a) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$

b) Finn dei stasjonære punkta og avgjer om dei er topp- eller botnpunkt.

c) Finn eventuelle vendepunkt.

d) Finn likninga for tangenten til grafen i punktet $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$

e) Skisser grafen til $f(x)$.

Oppgave 3

- a) Forklar omgrepa indifferenskurve, marginal substitusjonsbrøk og nyttefunksjon. Kva for føresetnader gjer ein vanlegvis om indifferenskurvene?
- b) Betrakt eit individ med nyttefunksjon $U(x_1, x_2)$ og budsjettkurve $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ der x_1 og x_2 er konsum av 2 gode, p_1 og p_2 er priser per eining av dei 2 goda og m er konsumenten si inntekt. Bruk både grafisk og analytisk løysningsmetode til å finne individet sin optimale forbrukssamansetning. Vis at etterspurnaden etter dei to godane kan skrivast som funksjonar av prisar og inntekt.
- c) Analyser verknadane av henholdsvis ein inntektsreduksjon og ei prisauke på eitt av goda. Vis korleis effekten av ei prisauke kan dekomponerast i ein prisvridingseffekt og ein inntektseffekt.
- d) Finn individet sine etterspurnadsfunksjonar når nyttefunksjonen er gitt ved $U(x_1, x_2) = x_1^{0.5}x_2^{0.5}$. Regn ut pris – og inntektselastisitetane.

Oppgave 4

Betrakt ei bedrift som produserer eitt produkt (y) ved bruk av arbeidskraft (L) og realkapital (K). Produktfunksjonen er gitt ved $y = AL^{0.25}K^{0.25}$ der A er eit uttrykk for bedrifta sin produktivitet.

- a) Bedrifta er prisfast kvantumstilpassar i faktormarknadane. Løys bedrifta sitt kostnadsminimeringsproblem og vis at kostnadsfunksjonen er gitt ved $C(w, q, y) = \frac{2(wq)^{0.5}}{A^2} y^2$ der w er lønn og q er brukarpris på kapital.
- b) Forklar omgrepa marginalkostnad og gjennomsnittskostnad. Finn uttrykk for grensekostnad og gjennomsnittskostnad for kostnadsfunksjonen oppgitt i a). Illustrer dei to kostnadskurvane i same figur.
- c) Anta at bedrifta er prisfast kvantumstilpassar i produktmarknaden. Still opp bedrifta sitt overskotsmaksimeringsproblem og finn tilbodsfunksjonen. Illustrer bedrifta si tilbodskurve i ein figur.
- d) Korleis blir bedrifta sitt tilbod påverka av endringar i produktpris, faktorprisar og produktivitet?