Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for samfunnsøkonomi

EKSAMENSOPPGAVE I FIN3005

MAKROFINANS

ASSET PRICING

Faglig kontakt under eksamen: Hans Jørgen Tranvåg

Tlf.: 9 16 66

Eksamensdato:	Mandag 17. desember 2012
Eksamenssted:	Dragvoll
Eksamenstid:	4 timer
Studiepoeng:	7,5
Tillatte hjelpemidler:	Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin. Enkel kalkulator Citizen SR-270x el. HP 30S.
Sensur:	17. januar 2013

Antall sider bokmål: 2
Antall sider engelsk: 2

Merk! Det blir sendt automatisk varsel om sensur på e-post. Du kan se hva som er registrert ved å gå inn på Studentweb. Evt andre telefoner om sensur må rettes til instituttet. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike telefoner.

Risikopremien på risikable aktiva i Epstein-Zin-Weil-rammeverket er gitt ved

$$E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} + \frac{1}{2}\sigma_t^2 = \frac{\theta}{\psi} Cov_t\left(r_{t+1}, \Delta c_{t+1}\right) + \left(1-\theta\right) Cov_t\left(r_{t+1}, r_{p,t+1}\right), \tag{1}$$

der r_{t+1} er log brutto avkastning på det risikable aktivumet, σ_t er standardavviket til r_{t+1}, $r_{f,t+1}$ er log brutto risikofri rente, Δc_{t+1} er log konsumvekst, $r_{p,t+1}$ er log brutto porteføljeavkastning, og parameteren $\theta \equiv \left(1-\gamma\right)/\left(1-1/\psi\right)$ hvor γ er den relative risikoaversjonskoeffisienten og ψ er den intertemporale substitusjonselastisiteten. Avkastning og konsumvekst er felles log-normalfordelte.

a) Anta at $\psi = 1/\gamma$. Med utgangspunkt i likning (1), forklar hva som bestemmer risikopremien på risikable aktiva og forklar hva som menes med «Risikopremiegåten» («The Equity Premium Puzzle»).

b) Hvordan vil svaret ditt i a) endre seg dersom vi antar $\psi \neq 1/\gamma$? Kan dette bidra til å forklare «Risikopremiegåten»?

c) Diskuter andre mulige forklaringer på «Risikopremiegåten».

I det videre skal du anta at $\psi \neq 1/\gamma$, og at periodisk budsjettbetingelse er gitt ved

$$W_{t+1} = \left(1 + R_{p,t+1}\right)\left(W_t - C_t\right), \tag{2}$$

der W er finansiell formue, $R_{p,t+1}$ er netto porteføljeavkastning og C er konsum. Anta også at porteføljen kun består av ett usikkert aktivum i tillegg til det risikofrie, slik at vi kan benytte tilnærmingen

$$r_{p,t+1} = r_{f,t+1} + \alpha_t\left(r_{t+1} - r_{f,t+1}\right) + \frac{1}{2}\alpha_t\left(1-\alpha_t\right)\sigma_t^2, \tag{3}$$

der α_t er andelen investert i det risikable aktivumet på tidspunkt t.

d) Anta et konstant forhold mellom konsum og formue. Finn optimal andel investert i det risikable aktivumet. Når kan vi rettferdiggjøre et slikt konstant forhold mellom konsum og formue? Forklar.

Anta nå i stedet for et konstant forhold mellom konsum og formue, at risikopremien og alle varianser og kovarianser er konstante over tid. Dermed vil variasjoner i forventet portefølje-avkastning kun stamme fra variasjoner i risikofri rente. Fra en log-linearisering av den periodiske budsjettrestriksjonen rundt gjennomsnittlig forhold mellom konsum og formue, der vi substituerer bort forventet konsumvekst, får vi likningen

$$c_{t+1} - E_t c_{t+1} = r_{p,t+1} - E_t r_{p,t+1} + \left(1-\psi\right)\left(E_{t+1} - E_t\right)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{p,t+1+j}. \tag{4}$$

e) Gi en intuitiv forklaring av likning (4), og benytt denne, sammen med tilnærmingen til porteføljeavkastningen i likning (3) og antakelsen om konstante varianser, kovarianser og risikopremie, til å skrive om likning (1) til

$$E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} - \frac{1}{2}\sigma_t = \gamma\alpha_t\sigma_t^2 + (\gamma - 1)Cov_t\left(r_{t+1}, (E_{t+1} - E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{f,t+1+j} \right). \qquad (5)$$

(Hint: Finn Δc_{t+1} og substituer inn i (1))

f) Finn optimal andel investert i det risikable aktivumet, α_t. Gi en tolkning av de to komponentene som bestemmer denne andelen. (Hint: Vektene er $+1/\gamma$ og $+(1-1/\gamma)$)

In the Epstein-Zin-Weil framework, the risk premium on risky assets is given by

$$E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} + \frac{1}{2}\sigma_t^2 = \frac{\theta}{\psi} Cov_t\left(r_{t+1}, \Delta c_{t+1}\right) + \left(1-\theta\right) Cov_t\left(r_{t+1}, r_{p,t+1}\right), \tag{1}$$

where r_{t+1} is the log gross return on the risky asset, σ_t is the standard deviation of r_{t+1}, $r_{f,t+1}$ is the log gross risk-free interest rate, Δc_{t+1} is log consumption growth, $r_{p,t+1}$ is the log gross portfolio return, and the parameter $\theta \equiv \left(1-\gamma\right)/\left(1-1/\psi\right)$ where γ is the coefficient of relative risk aversion and ψ is the elasticity of intertemporal substitution. Return and consumption growth is jointly log-normally distributed.

a) Assume $\psi = 1/\gamma$. Using equation (1), explain what determines the risk premium on risky assets and explain what is meant by «The Equity Premium Puzzle».
b) How would your answer in a) change if we assume $\psi \neq 1/\gamma$? Could this help explain «The Equity Premium Puzzle»?
c) Discuss other possible explanations for «The Equity Premium Puzzle».

From now on, assume $\psi \neq 1/\gamma$, and assume that the periodic budget constraint is given by

$$W_{t+1} = \left(1 + R_{p,t+1}\right)\left(W_t - C_t\right), \tag{2}$$

where W is financial wealth, $R_{p,t+1}$ is the net portfolio return, and C is consumption. Assume also that the portfolio consists of only one risky asset in addition to the risk-free asset, allowing us to use the approximation

$$r_{p,t+1} = r_{f,t+1} + \alpha_t\left(r_{t+1} - r_{f,t+1}\right) + \frac{1}{2}\alpha_t\left(1-\alpha_t\right)\sigma_t^2, \tag{3}$$

where α_t is the share invested in the risky asset at time t.

d) Assume a constant consumption-wealth ratio. Derive the optimal share invested in the risky asset. When is such a constant ratio between consumption and wealth justifiable? Explain.

Instead of assuming a constant consumption-wealth ratio, now instead assume that the risk premium and all variances and covariances are constant over time. Thus, all variations in expected portfolio return will come from variations in the risk-free interest rate. From a log-linearization of the periodic budget constraint around the mean consumption-wealth ratio, where we substitute out expected consumption growth, we derive

$$c_{t+1} - E_t c_{t+1} = r_{p,t+1} - E_t r_{p,t+1} + \left(1-\psi\right)\left(E_{t+1} - E_t\right)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{p,t+1+j}. \tag{4}$$

e) Provide an intuitive interpretation of equation (4), and use this, together with the approximation of portfolio return from equation (3) and the assumption of constant variances, covariances and risk premium, to rewrite equation (1) to

$$E_t r_{t+1} - r_{f,t+1} - \frac{1}{2}\sigma_t = \gamma\alpha_t\sigma_t^2 + (\gamma - 1)Cov_t\left(r_{t+1}, (E_{t+1} - E_t)\sum_{j=1}^{\infty}\rho^j r_{f,t+1+j} \right). \tag{5}$$

(Hint: Find Δc_{t+1} and substitute into (1))

f) Derive the optimal share invested in the risky asset, α_t . Provide an interpretation of the two components constituting this share. (Hint: The weights are $+1/\gamma$ and $+(1-1/\gamma)$)