NTNU
Det skapende universitet

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i FIN3006 – Anvendt tidsserieøkonometri

Faglig kontakt under eksamen: Bjarne Strøm

Tlf.: 73 59 19 33

Eksamensdato:	13. desember 2013
Eksamenstid (fra-til):	6 timer (09.00–15.00)
Sensurdato:	13. januar 2014

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Citizen SR-270x, HP 30S eller SR-270X College

Annen informasjon: Eksamensoppgaven består av 5 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares. Vekting ved sensur gitt i parentes.

Målform/språk:	Bokmål, nynorsk og engelsk
Antall sider oppgavetekst:	7
Antall sider vedlegg:	4

Bokmål

Oppgave 1 (20%)

La markedet for et produkt være gitt som

$$
\begin{aligned}
d_t &= a - \gamma p_t, \quad \gamma > 0 \\
s_t &= b + \beta p_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \beta > 0 \\
s_t &= d_t,
\end{aligned}
$$

der d_t og s_t er hhv. etterspørsel og tilbud i periode t, og p_t er markedsprisen i periode t. ε_t er et stokastisk tilbudssjokk med gjennomsnitt lik null. Vi har dessuten at $a > b > 0$.

a) Finn likevektspris og -kvantum.

b) Vis at en kan utlede en førsteordens differenslikning for determinering av p_t fra disse likningene.

c) Finn den generelle løsningen for differenslikningen for p_t.

d) Diskuter likevektsvilkåret.

Oppgave 2 (20%)

Betrakt differenslikningene (behandle de to som uavhengige av hverandre, dette er **ikke** et system av likninger!)

$$
\begin{aligned}
&(i)\ a(L)y_t = \beta(L)x_t \quad \text{der } a(L) = 1 - 0.1L \text{ og } \beta(L) = 0.5 \\
&(ii)\ \mathrm{y}_t = 0.2\mathrm{y}_{t-1} + 0.3\mathrm{y}_{t-2} + 0.5\mathrm{x}_t + 0.7\mathrm{x}_{t-1} + 0.2\mathrm{x}_{t-2} + 0.3\mathrm{x}_{t-3}
\end{aligned}
$$

a) Er likningene stabile?

b) Finn likevektsløsningen for begge (dersom den eksisterer).

c) Finn og tolk de 3 første dynamiske multiplikatorene for begge.

d) Finn og tolk de 3 første interimmultiplikatorene for begge.

e) Finn og tolk de standardiserte versjonene av svarene i c) og d).

Oppgave 3 (20%)

a) Forklar hvordan en kan modellere volatilitetsklumping som ofte blir observert i finansielle data. Forklar også hvordan en kan ta hensyn til muligheten for at «dårlige nyheter» har sterkere virkning på volatiliteten enn «gode nyheter».
b) Hvorfor er GARCH(1,1) regnet for å være en sparsommelig modell for volatilitetsklumping?

c) Vis at GARCH(1,1) modellen kan tolkes som en likevektskorrigersingsmodell (EqCM)
d) Hvordan kan en teste for om det er nødvendig også å modellere betinget volatilitet i en regresjonsmodell?

<u>Oppgave 4</u> (25%)

Du blir presentert følgende resultat for en 3-mnds-rente $(r3m)$ og en 10-års-rente $(r10y)$:

(1)
$$\widehat{\Delta r3m}_t = \underset{(0.035)}{0.058} - \underset{(0.069)}{0.013}\, r3m_{t-1} + \underset{(0.062)}{0.24}\,\Delta r3m_{t-1} + \underset{(0.064)}{0.12}\,\Delta r3m_{t-2} + \underset{(0.062)}{0.16}\,\Delta r3m_{t-3}$$
$$\chi^2(9) = 17.41$$

(2)
$$\widehat{\Delta r10y}_t = \underset{(0.075)}{0.096} - \underset{(0.012)}{0.017}\, r10y_{t-1} + \underset{(0.063)}{0.087}\,\Delta r10y_{t-1} + \underset{(0.063)}{0.086}\,\Delta r10y_{t-2} + \underset{(0.063)}{0.027}\,\Delta r10y_{t-3}$$
$$\chi^2(9) = 7.60$$

(3)
$$\widehat{r3m}_t = -\underset{(0.056)}{0.23} + \underset{(0.01)}{0.98}\, r10y_t$$

(4)
$$\hat{u}_t = r3m_t - \widehat{r3m}_t$$

(5)
$$\widehat{\Delta u}_t = \underset{(0.0092)}{0.0015} - \underset{(0.029)}{0.1}\,\hat{u}_{t-1}$$
$$\chi^2(12) = 9.88$$

(6)
$$\widehat{\Delta r3m}_t = \underset{(0.0075)}{0.00048} - \underset{(0.029)}{0.11}\,\hat{u}_{t-1} + \underset{(0.029)}{0.65}\,\Delta r10y_t + \underset{(0.032)}{0.04}\,\Delta r10y_{t-1} + \underset{(0.031)}{0.051}\,\Delta r10y_{t-2}$$
$$\chi^2(12) = 15.31$$

Likningene (1), (2), (3), (5) og (6) er alle estimerte ved bruk av OLS på et månedlig datasett med totalt 254 observasjoner. Standardfeilene er rapportert i parentes, mens teststatistikken (kji-kvadrat-fordelt) for Ljung-Box- (*OxMetrics: Portmanteau*) testen for regresjonsresidualene er rapportert for likningene (1), (2), (5) og (6).

a) Gi en detaljert tolking av resultatene.
b) Vis hvordan likning (6) er utledet.

<u>Oppgave 5</u> (15%)

Forklar ulikhetene mellom prognoser basert på en MA(4) og en AR(4) prosess. Illustrer ved å utlede prognoser for $s = 1, 2, 3, 4, 5$ perioder fremover.

Nynorsk

Oppgåve 1 (20%)

Lat marknaden for eit produkt vere gjeven som

$$\begin{aligned} d_t &= a - \gamma p_t, \quad \gamma > 0 \\ s_t &= b + \beta p_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \beta > 0 \\ s_t &= d_t, \end{aligned}$$

Der d_t og s_t er hhv. etterspurnad og tilbod i periode t, og p_t er marknadsprisen i periode t. ε_t er eit stokastisk tilbodssjokk med gjennomsnitt lik null. Vi har dessutan at $a > b > 0$.

a) Finn jamvektspris og -kvantum.

b) Vis at ein kan utleie ei førsteordens differenslikning for determinering av p_t frå desse likningane.

c) Finn den generelle løysinga for differenslikninga for p_t.

d) Diskuter jamvektsvilkåret.

Oppgåve 2 (20%)

Betrakt differenslikningane (handsam dei som uavhengige av kvarandre, dette er **ikkje** eit system av likningar!)

$$\begin{aligned} &(i)\ a(L)y_t = \beta(L)x_t \quad \text{der } a(L) = 1 - 0.1L \text{ og } \beta(L) = 0.5 \\ &(ii)\ \mathrm{y}_t = 0.2\mathrm{y}_{t-1} + 0.3\mathrm{y}_{t-2} + 0.5\mathrm{x}_t + 0.7\mathrm{x}_{t-1} + 0.2\mathrm{x}_{t-2} + 0.3\mathrm{x}_{t-3} \end{aligned}$$

a) Er likningane stabile?

b) Finn jamvektsløysinga for begge (dersom ei slik eksisterar).

c) Finn og tolk dei 3 første dynamiske multiplikatorane for begge.

d) Finn og tolk dei 3 første interimmultiplikatorane for begge.

e) Finn og tolk dei standardiserte versjonane av svara i c) og d).

Oppgåve 3 (20%)

a) Forklar korleis ein kan modellere volatilitetsklumping som ofte vert observert i finansielle data. Forklar òg korleis ein kan ta omsyn til moglegheiten for at «dårlege nyhender» har sterkare verknad på volatiliteten enn «gode nyhender».

b) Kvifor er GARCH(1,1) reikna for å vere ein sparsommeleg modell for volatilitetsklumping?

c) Vis at GARCH(1,1) modellen kan tolkast som ein jamvektskorrigerinsmodell (EqCM)
d) Korleis kan ein teste for om det er naudsynt å òg modellere betinga volatilitet i ein regresjonsmodell?

Oppgåve 4 (25%)

Du vert presentert følgjande resultat for ei 3-mnds- rente $(r3m)$ og ei 10-års-rente $(r10y)$:

(1)
$$\widehat{\Delta r3m}_t = \underset{(0.035)}{0.058} - \underset{(0.069)}{0.013}\, r3m_{t-1} + \underset{(0.062)}{0.24}\, \Delta r3m_{t-1} + \underset{(0.064)}{0.12}\, \Delta r3m_{t-2} + \underset{(0.062)}{0.16}\, \Delta r3m_{t-3}$$
$$\chi^2(9) = 17.41$$

(2)
$$\widehat{\Delta r10y}_t = \underset{(0.075)}{0.096} - \underset{(0.012)}{0.017}\, r10y_{t-1} + \underset{(0.063)}{0.087}\, \Delta r10y_{t-1} + \underset{(0.063)}{0.086}\, \Delta r10y_{t-2} + \underset{(0.063)}{0.027}\, \Delta r10y_{t-3}$$
$$\chi^2(9) = 7.60$$

(3)
$$\widehat{r3m}_t = -\underset{(0.056)}{0.23} + \underset{(0.01)}{0.98}\, r10y_t$$

(4)
$$\hat{u}_t = r3m_t - \widehat{r3m}_t$$

(5)
$$\widehat{\Delta u}_t = \underset{(0.0092)}{0.0015} - \underset{(0.029)}{0.1}\, \hat{u}_{t-1}$$
$$\chi^2(12) = 9.88$$

(6)
$$\widehat{\Delta r3m}_t = \underset{(0.0075)}{0.00048} - \underset{(0.029)}{0.11}\, \hat{u}_{t-1} + \underset{(0.029)}{0.65}\, \Delta r10y_t + \underset{(0.032)}{0.04}\, \Delta r10y_{t-1} + \underset{(0.031)}{0.051}\, \Delta r10y_{t-2}$$
$$\chi^2(12) = 15.31$$

Likningane (1), (2), (3), (5) og (6) er alle estimerte ved bruk av OLS på eit månadleg datasett med totalt 254 observasjonar. Standardfeila er rapporterte i parantes, medan teststatistikken (kji-kvadrat-fordelt) for Ljung-Box (OxMetrics: Portmanteau) testen for regresjonsresidualane er rapporterte for likningane (1), (2), (5) og (6).

a) Gje ei detaljert tolking av resultata.

b) Vis korleis likning (6) er utleia.

Oppgåve 5 (15%)

Forklar ulikskapane mellom prognosar basert på ein MA(4) og ein AR(4) prosess. Illustrer ved å Utleie prognosar for $s = 1, 2, 3, 4, 5$ periodar framover.

English

Question 1 (20%)

Let the market for a product be represented by

$$
\begin{aligned}
d_t &= a - \gamma p_t, \quad \gamma > 0 \\
s_t &= b + \beta p_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \beta > 0 \\
s_t &= d_t,
\end{aligned}
$$

where d_t and s_t are respectively demand and supply in period t, and p_t is the market price in period t. ε_t is a stochastic supply shock with mean zero. We also have that $a > b > 0$.

a) Find the equilibrium price and quantity.

b) Show that one can derive a first order difference equation to determine p_t from these equations.

c) Find the general solution to the difference equation for p_t.

d) Discuss the stability condition.

Question 2 (20%)

Consider the difference equations (treat them independently of each other; this is **not** a system of equations!)

$$
\begin{aligned}
&(i)\ a(L)\,y_t = \beta(L)\,x_t \quad \text{where } a(L) = 1 - 0.1L \text{ and } \beta(L) = 0.5 \\
&(ii)\ \mathrm{y}_t = 0.2\mathrm{y}_{t-1} + 0.3\mathrm{y}_{t-2} + 0.5\mathrm{x}_t + 0.7\mathrm{x}_{t-1} + 0.2\mathrm{x}_{t-2} + 0.3\mathrm{x}_{t-3}
\end{aligned}
$$

a) Are the equations stable?

b) Find the equilibrium solution for both (if this exists).

c) Find and interpret the 3 first dynamic multipliers for both.

d) Find and interpret the 3 first interim multipliers for both.

e) Find and interpret the standardized versions of your answers in c) and d)

Question 3 (20%)

a) Explain how it is possible to model the volatility clustering often observed in financial data. Also explain how you could account for the possibility that “bad news” have a stronger impact on volatility than “good news”.
b) Why is the GARCH(1,1) model considered a parsimonious model of volatility clustering?
c) Show that the GARCH(1,1) model can be interpreted as an equilibrium correction model.
d) How would you test for the need to also model conditional volatility in a regression model?

Question 4 (25%)

You are presented with the following estimations involving a 3-month interest rate $(r3m)$ and a 10-year interest rate $(r10y)$:

(1) $$\widehat{\Delta r3m}_t = \underset{(0.035)}{0.058} - \underset{(0.069)}{0.013}\, r3m_{t-1} + \underset{(0.062)}{0.24}\, \Delta r3m_{t-1} + \underset{(0.064)}{0.12}\, \Delta r3m_{t-2} + \underset{(0.062)}{0.16}\, \Delta r3m_{t-3}$$
$$\chi^2(9) = 17.41$$

(2) $$\widehat{\Delta r10y}_t = \underset{(0.075)}{0.096} - \underset{(0.012)}{0.017}\, r10y_{t-1} + \underset{(0.063)}{0.087}\, \Delta r10y_{t-1} + \underset{(0.063)}{0.086}\, \Delta r10y_{t-2} + \underset{(0.063)}{0.027}\, \Delta r10y_{t-3}$$
$$\chi^2(9) = 7.60$$

(3) $$\widehat{r3m}_t = -\underset{(0.056)}{0.23} + \underset{(0.01)}{0.98}\, r10y_t$$

(4) $$\hat{u}_t = r3m_t - \widehat{r3m}_t$$

(5) $$\widehat{\Delta u}_t = \underset{(0.0092)}{0.0015} - \underset{(0.029)}{0.1}\, \hat{u}_{t-1}$$
$$\chi^2(12) = 9.88$$

(6) $$\widehat{\Delta r3m}_t = \underset{(0.0075)}{0.00048} - \underset{(0.029)}{0.11}\, \hat{u}_{t-1} + \underset{(0.029)}{0.65}\, \Delta r10y_t + \underset{(0.032)}{0.04}\, \Delta r10y_{t-1} + \underset{(0.031)}{0.051}\, \Delta r10y_{t-2}$$
$$\chi^2(12) = 15.31$$

Equations (1), (2), (3), (5) and (6) are all estimated by OLS using a monthly dataset containing 254 observations. Standard errors are reported in parenthesis, while chi-square test statistics for the Ljung-Box (Portmanteau) test of the regression residuals are reported for equations (1), (2), (5) and (6).

a) Give a detailed interpretation of the estimation results.
b) Show how equation (6) is derived.

Question 5 (15%)

Explain the differences between forecasting with an $MA(4)$ and an $AR(4)$ processes. Illustrate by deriving forecast for 1-5 periods ahead.