NTNU
Det skapende universitet

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i FIN3005 – Makrofinans / Asset Pricing

Faglig kontakt under eksamen: Torgeir Kråkenes
Tlf.: 73 59 67 60

Eksamensdato: 17. desember 2013
Eksamenstid (fra-til): 4 timer (09.00 – 13.00)
Sensurdato: 17. januar 2014
Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C / Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Citizen SR-270x, HP 30S eller SR-270X College

Målform/språk: Norsk og engelsk
Antall sider: 9 (inkl. forside)
Antall sider vedlegg: 0

Eksamen - FIN3005 Makrofinans

(Norsk versjon)

Høst, 2013

1. To av de fire følgende utsagnene er IKKE konsistente med hypotesen om effisiente markeder (Efficient Market Hypothesis). Hvilke er ikke konsistente, og hvorfor? Forklar med mindre enn 100 ord på hver. (10%)

(A) Burton G. Malkiel (1995, *Journal of Finance*) viser at aksjefond som gruppe har generert lavere avkastning enn referanseporteføljene, både før og etter fratrekk av kostnader.

(B) NTNU-forskerne Joakim Kvamvold og Snorre Lindset viser i en ny artikkel at kapitalstrømmer inn i OSE-indeksen øker korrelasjonen mellom indeksaksjene. Dette indikerer at beslutningen om å inkludere en aksje i OSE-indeksen påvirker aksjens avkastning i likevekt.

(C) Tsingtao Brewery er et firma som er notert både på Shanghai- og Hong Kong-børsen. Den blir nå handlet for \$7.02 per aksje i Shanghai og \$7.75 per aksje i Hong Kong. Investorene har eksakt like rettigheter per aksje i de to markedene.

(D) Empirisk forskning viser at selv naive investeringsstrategier (for eksempel en portefølje med like vekter i alle aktiva) gir bedre avkastning enn de fleste strategier foreslått av finansanalytikere.

2. Besvar de følgende spørsmålene med inntil 100 ord på hvert. (18%)

(1) Barro (2006) går videre fra den vanlige antagelsen om lognormalitet i avkastningen for å forklare "Risikopremiemysteriet". Hvordan og hvorfor endrer han fordelingen?

(2) Relativ risikoaversjon er definert som:

$$RRA = -c\,\frac{u''(c)}{u'(c)}$$

hvor u er nyttefunksjonen og c er konsum. Hvilken av de følgende nyttefunksjonene har økende risikoaversjon i nivået på konsum? Vis hvorfor.

(A) $u(c) = -e^{-\gamma c}$ (B) $u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}$ (C) $u(c) = \log c$

hvor $\gamma > 0$ er en konstant.

(3) Northern Stone er en lokal bank med over 1000 minibanker i byen. En morgen går det rykter om at de ansatte i banken snart kommer til å gå ut i en tredagers streik. Innskuddshavere i banken er redde for at bankens minibanker vil være ute av funksjon for en stund mens bankens ansatte er ute i streik. Selv de som ikke trenger kontanter i de neste ukene haster til minibankene rundt i byen for å ta ut innskuddene sine. Fredrick Kjenstad, som trenger mye kontanter daglig, er ikke i stand til å få ut pengene sine på grunn av lange køer og tomme minibanker.

Da ryktene begynte å spre seg denne morgenen, ble innskytere som Fredrick Kjenstad stilt overfor risiko angående innskuddene sine og minibanktjenesten. Er dette fundamental risiko, ikke-fundamental risiko på grunn av irrasjonelle investorer (noise-trader risk), eller begge? Forklar hvorfor!

3. Anta at nyttefunksjonen, u, har standard egenskaper, $u' > 0$ og $u'' < 0$. Det representative individets konsum følger de følgende førsteordensbetingelsene (Euler-likningene):

$$u'(C_t) = \beta E_t\Big[(1 + r_{i,t})u'(C_{t+1})\Big], \qquad i = 0, 1, \ldots, I$$

hvor C_t og C_{t+1} er konsum på henholdsvis tidspunkt t og $t+1$, $r_{i,t}$ $(i = 1, 2, \ldots, I)$ er netto avkastning på aktivum i fra t til $t+1$, og $r_{0,t}$ er netto avkastning på det risikofrie aktivum.

(1) Gi en tolkning av Euler-likningene. (8%)

(2) Ved å bruke de ovenstående Euler-likningene og kovariansidentiteten, vis hvordan prisen på aktivum i på tidspunkt t kan skrives som:

$$p_{t,i} = \frac{E_t(x_{i,t+1})}{1 + r_{0,t}} + \beta \frac{\mathrm{cov}_t\big(u'(C_{t+1}), x_{i,t+1}\big)}{u'(C_t)},$$

hvor $x_{i,t+1}$ er forventet utbetaling (payoff) for aktivum i på tidspunkt $t+1$. Gi en tolkning av dette uttrykket. (10%)

For de følgende spørsmålene, anta at Euler-likningene også holder for markedsporteføljen (erstatt $r_{i,t}$ med z_t), og at nyttefunksjonen til det representative individet er gitt ved:

$$u(C) = \log C,$$

hvor C er konsum. Vi antar videre at aksjeavkastning og konsumvekst er felles lognormal-fordelt (jointly lognormally distributed).

Merk: For å svare på de følgende spørsmålene kan dere bruke formelen: $\log E(X) = E(\log X) + \frac{1}{2}\text{var}(\log X)$, hvor X er lognormalfordelt eller $\log X$ er normalfordelt.

(3) Finn et uttrykk for logaritmen til brutto risikofri rente . (6%)

(4) Finn et uttrykk for logaritmen til forventet brutto avkastning på markedsporteføljen.(6%)

(5) Finn et uttrykk for risikopremien. Tolk dette uttrykket, og forklar hvordan og hvorfor dette uttrykket ikke kan forklare "Risikopremiemysteriet". (8%)

4. Som forventet avkastning/varians-optimerende investor (mean-variance optimizer), kan Nils Smith velge å sette sammen sin enperiodes investeringsportefølje fra tre aktiva; to risikable (A og B) og et risikofritt aktivum. Basert på historiske data har han estimert forventet avkastning og varians (kovarians) for de tre aktiva. De er som følger:

- R_f - avkastning på risikofritt aktivum.
- R_A and R_B - forventet avkastning på aktiva A og B.
- σ_A^2 and σ_B^2 - variansen til avkastningen for aktiva A og B, hvor σ_A og σ_B er standardavvik.
- ρ - korrelasjonen mellom avkastningen til A og B.

(**Merk**: de følgende spørsmålene er uavhengige, så du kan jobbe med dem i den rekkefølgen du ønsker.)

(1) Ved å kun bruke aktiva A og B, lag en portefølje med forventet avkastning R. Løs for porteføljevekter og varians til denne porteføljen. (6%)

(2) Anta at $R_f = 0.03$, $R_A = 0.07$, $R_B = 0.04$, $\sigma_A = 0.1$, $\sigma_B = 0.08$, $\rho = 0.4$. Ved å bruke **alle** tre aktiva setter Nils sammen en investeringsportefølje med forventet avkastning

og standardavvik på henholdsvis 0.05 og 0.06. Anbefaler du ham å investere i denne porteføljen? Hvorfor (ikke)? (6%)

(3) Definer forventet avkastning og varians for Nils' investeringsportefølje som R_p og σ_p. Ved å **kun** bruke aktiva A og B, løs for Nils' effisiente investeringsfront skrevet som en ligning med R_p og σ_p. Vis den effisiente porteføljefronten i det R_p-σ_p-aksiomatiske system, og vis de to risikable aktiva og minimum variansporteføljen (anta $R_A > R_B$, $\sigma_A > \sigma_B$ og $\rho = 0$). Gir det endringer i den effisiente porteføljefronten hvis Nils ikke kan short-selge aktivum B? (10%)

(4) Definer forventet avkastning og varians for Nils' investeringsportefølje som R_p og σ_p. La Nils' nyttefunksjon være gitt ved:

$$U = R_p - \frac{1}{2}k(\sigma_p + \alpha)^2,$$

hvor k og α begge er konstanter som definerer Nils' risikoaversjon. Ved å **kun** bruke aktivum A og det risikofrie aktivum, løs for porteføljevektene i Nils' optimale portefølje som en funksjon av de gitte parametrene. Anta videre at $R_f = 0.03$, $R_A = 0.07$, $\sigma_A = 0.1$, $k = 1$ og $\alpha = 0.25$. Hva er porteføljevektene? Hvordan endres porteføljevektene i Nils' optimale portefølje hvis Nils ikke kan short-selge? (12%)

Final Exam - FIN3005 Asset Pricing

(English Version)

Fall, 2013

1. Two statements in the following are NOT consistent with the Efficient Market Hypothesis. Can you find them and explain the reasons with no more than 100 words for each? (10%)

(A) Burton G. Malkiel (1995, *Journal of Finance*) shows that as a group, equity funds have generated lower returns than the benchmark portfolios, both before and after deduction of costs.

(B) Researchers at NTNU, Joakim Kvamvold and Snorre Lindset, in a recent working paper show that flows into OSE index raise the co-movement of the index stocks. This indicates that including a stock in the OSE index has influence on the stock's return at equilibrium.

(C) Tsingtao Brewery is a listed firm in both the Shanghai and Hong Kong stock exchanges. Currently, it is traded at \$7.02 per share in Shanghai but \$7.75 per share in Hong Kong. For each share, investors in the two markets have exactly the same rights.

(D) Empirical researchers find that even a naive investment strategy (fx. forming an investment portfolio with equalized weights) outperforms most strategies suggested to investors by financial analysts.

2. Answer the following questions with no more than 100 words each. (18%)

(1) Barro (2006) goes beyond the standard log-normality of returns assumption to explain the "Equity Premium Puzzle". Why and how does he alter the distribution?

(2) Relative risk aversion is defined as:

$$RRA = -c\,\frac{u''(c)}{u'(c)}$$

where u is utility function and c is consumption. Which one of the following utility functions has increasing relative risk aversion in consumption? Show why.

(A) $u(c) = -e^{-\gamma c}$ (B) $u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}$ (C) $u(c) = \log c$

where $\gamma > 0$ is a constant.

(3) Northern Stone is a local bank with over 1,000 ATMs in the city. This morning, rumors said that employees of Northern Stone would go on a three-day strike soon. Depositors are afraid that Northern Stone's ATM services will be shut down for a while due to the strike. Even those who do not need cash in the next a few weeks rush to the ATMs all over the city to take out their deposits. Fredrick Kjenstad, who needs large amounts of cash everyday, is not able to get it due to the long waiting lines.

When the rumors were spread in the morning, depositors like Fredrick Kjenstad face risk concerning their money in the bank and the ATM service. Is this fundamental risk, noise-trader risk, or both? Why?

3. Assume the utility function, u, has the standard properties, e.g., $u' > 0$ and $u'' < 0$. The representative consumer's consumption follows the following first-order conditions or the Euler equations:

$$u'(C_t) = \beta E_t\Big[(1 + r_{i,t})u'(C_{t+1})\Big], \qquad i = 0, 1, \ldots, I$$

where C_t and C_{t+1} are consumptions at time t and $t+1$ respectively, $r_{i,t}$ ($i = 1, 2, \ldots, I$) denotes the net return on asset i from t to $t+1$, and $r_{0,t}$ denotes the net return of the risk free asset.

(1) Give an interpretation of the Euler equations. (8%)

(2) By using the above Euler equations and the covariance identity, show how the price of the assets at time t can be written as:

$$p_{t,i} = \frac{E_t(x_{i,t+1})}{1 + r_{0,t}} + \beta\,\frac{\text{cov}_t\big(u'(C_{t+1}), x_{i,t+1}\big)}{u'(C_t)},$$

where $x_{i,t+1}$ is the expected payoff of asset i at time $t+1$.

Give an interpretation of this expression. (10%)

For the following questions, assume that the Euler equations also hold for the market portfolio (i.e. replace $r_{i,t}$ with z_t), and that the utility of the representative consumer is given as:

$$u(C) = \log C,$$

where C is consumption. We further assume that asset returns and consumption growth are jointly lognormally distributed.

Note: To answer the following questions, you may use the formula: $\log E(X) = E(\log X) + \frac{1}{2}\mathrm{var}(\log X)$, where X is log-normally distributed or $logX$ is normally distributed.

(3) Find an expression for the log gross risk free rate. (6%)

(4) Find an expression for the log expected gross return on the market portfolio. (6%)

(5) Find an expression for the risk premium. Interpret this expression, and explain how and why this expression fail to solve the "Equity Premium Puzzle". (8%)

4. As a mean-variance optimizer, Nils Smith can choose to form his one-period investment portfolio from three assets, two risky assets (A and B) and one risk-free. Based on historical data, he estimates the expected returns and variances (covariances) of the assets. They are as follows.

- R_f - return of the risk-free asset
- R_A and R_B - expected returns of asset A and B respectively
- σ_A^2 and σ_B^2 - variances of of returns of asset A and B respectively, where σ_A and σ_B are standard deviations.
- ρ - correlation between returns of asset A and B.

(**Note**: the following questions are independent, so you can start working in the order you like.)

(1) Using asset A and asset B **only**, form a portfolio with expected return, R. Solve the portfolio weights and variance of this portfolio. (6%)

(2) Suppose $R_f = 0.03$, $R_A = 0.07$, $R_B = 0.04$, $\sigma_A = 0.1$, $\sigma_B = 0.08$, $\rho = 0.4$. Using **all** the three assets, Nils formed an investment portfolio with expected return and standard deviation, 0.05 and 0.06, respectively. Do you suggest him invest in this portfolio? Why (not)? (6%)

(3) Denote the expected return and variance of Nils' investment portfolio as R_p and σ_p. Using asset A and asset B **only**, solve Nils' efficient investment frontier denoted as an equation of R_p and σ_p. Show the efficient frontier in the R_p-σ_p axiomatic system and point out the two assets and the minimum-variance portfolio (suppose $R_A > R_B$, $\sigma_A > \sigma_B$ and $\rho = 0$). If Nils cannot short-sell asset B, any change of the efficient frontier? (10%)

(4) Denote the expected return and variance of Nils' investment portfolio as R_p and σ_p. Let Nils' utility function be given as:

$$U = R_p - \frac{1}{2}k(\sigma_p + \alpha)^2,$$

where k and α are both constants reflecting his risk aversion. Using **only** asset A and the risk-free asset, solve the portfolio weights in Nils' optimal portfolio as a function of the given parameters. Furthermore, suppose $R_f = 0.03$, $R_A = 0.07$, $\sigma_A = 0.1$, $k = 1$ and $\alpha = 0.25$. What're the portfolio weights? If Nils cannot short-sell any asset, what's the change of the portfolio weights in Nils' optimal portfolio? (12%)