

Institutt for samfunnsøkonomi

## **Eksamensoppgave i SØK3005 – Informasjons- og markedsteori Information and Market Theory**

**Faglig kontakt under eksamen: Asle Gauteplass**

**Tlf.: 73 59 14 20 / Mobil: 98 65 88 06**

**Eksamensdato:** 27. mai 2014

**Eksamenstid (fra-til):** 4 timer (09.00 – 13.00)

**Sensurdato:** 19. juni 2014

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.  
Enkel kalkulator Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

**Målform/språk:** Norsk og engelsk

**Antall sider:** 5 inkl. forside

**Antall sider vedlegg:** 0

Eksamen består av tre oppgaver hvor 2 av 3 skal besvares. Du kan selv velge hvilke. Begge de besvarte oppgavene teller like mye.

### Oppgave 1

- a) Forklar kort begrepene
- i) Baklengs induksjon
  - ii) Delspillperfekt likevekt
  - iii) Trigger-strategi

Studér nå følgende spill mellom sentralbanken og arbeidstakerorganisasjonen hvor disse begrepene er relevante. Sentralbanken bestemmer inflasjonen, og ønsker å minimere følgende tapsfunksjon:

$$U(\pi, y) = -c\pi^2 - (y - y^*)^2, \quad c > 0,$$

hvor  $\pi$  er inflasjonen og  $y$  og  $y^*$  er henholdsvis realisert og 'naturlig' sysselsetting.

Arbeidstakerorganisasjonen setter lønnskrav basert på forventet inflasjon  $\pi^e$ , og har full informasjon om sentralbankens preferanser. Etter at bedriftene har bestemt hvor mange de vil ansette, resulterer dette i følgende relasjon mellom inflasjon og realisert sysselsetting:

$$y = by^* + d(\pi - \pi^e), \quad 0 < b < 1, \quad d > 0.$$

- b) Tolk relasjonene og forklar hvordan inflasjon relativt til forventning påvirker sysselsettingen. Hvilke insentiver gir dette sentralbanken? Formuler sentralbankens optimeringsproblem.
- c) Analyser Stackelberg-spillet som oppstår når arbeidstakerorganisasjonen først danner rasjonelle inflasjonsforventninger og sentralbanken dernest setter inflasjonen. Finn den realiserede inflasjonen  $\pi^S$  som tilsvarer Nash-likevekten i spillet.
- d) Sammenlign med tilfellet hvor sentralbanken erkjenner at forventningene til arbeidstakerne alltid vil sammenfalle med realisert inflasjon (altså ingen mulighet for 'overraskelsesinflasjon'). Finn den optimale inflasjonen i dette tilfellet og forklar hvorfor den er forskjellig fra  $\pi^S$ .
- e) Hvordan påvirkes resultatet av at partene møtes igjen og spiller det samme spillet et *endelig* antall ganger?
- f) Anta så at partene møtes et *uendelig* antall ganger. Prøv å finne en likevekt som sikrer at den optimale inflasjonen blir realisert hver gang. Du kan anta partene har samme diskonteringsfaktor  $\beta < 1$ .

### Oppgave 2

Studér følgende to-periode modell. En agent har inntekten  $y_1$  på starten av første periode, som kan fordeles mellom konsum  $c$  og sparing  $s$ . Andelen som blir spart settes i banken til en rente  $r$ . i

periode 2 konsumeres det som er spart opp fra forrige periode, dvs  $s(1+r)$ , sammen med hele inntekten fra periode 2,  $\tilde{y}_2$ , som imidlertid er usikker. Agenten ønsker å maksimere summen av neddiskontert nytte over de to periodene, med en diskonteringsfaktor  $\beta < 1$ .

- Sett opp problemet og finn førsteordensbetingelsen i tilfellet inntekten i periode 2 er kjent, og kan erstattes med forventningsverdien, dvs  $\tilde{y}_2 = E\tilde{y}_2 = y_2$ . Sjekk også andreordensbetingelsen.
- Studer hvordan optimal sparing avhenger av forholdet mellom  $\beta$  og  $r$ .
- Anta nå at  $\tilde{y}_2$  er usikker. Sett opp og løs problemet på nytt og sammenlign med a).
- Hva er betingelsen for at sparingen skal være høyere under usikkerhet enn ellers?
- Anta at agenten har følgende nyttefunksjon:

$$u(c) = -\frac{e^{-ac}}{a}, \quad a > 0.$$

Er sparing høyere eller lavere ved usikkerhet i dette tilfellet?

### Oppgave 3

En arbeidsgiver (prinsipal) ønsker å ansette en agent. Anta at det finnes to typer agenter, 'god' og 'dårlig', med tilhørende nyttefunksjoner:

$$\text{God: } u^G(w, e) = u(w) - v(e), \quad u', v' > 0, u'' < 0, v'' > 0$$

$$\text{Dårlig: } u^D(w, e) = u(w) - kv(e), \quad k > 1,$$

der  $w$  gir agentens lønn og  $e$  gir agentens innsats som begge er observerbare for prinsipalen. Prinsipalens profitt er en funksjon av agentens innsats og lønna:  $\Pi(e) - w$ , med  $\Pi' > 0$ ,  $\Pi'' < 0$ .

- Formuler og løs prinsipalens maksimeringsproblem i tilfellet med perfekt informasjon (dvs. at prinsipalen kjenner agentens type).
- Anta nå at prinsipalen ikke kjenner agentens type, men vet at agenten er av type 'god' med sannsynlighet  $q$ , og av type 'dårlig' med sannsynlighet  $1 - q$ . Formuler og løs problemet i dette tilfellet.
- Sammenlign kontraktene ved perfekt og asymmetrisk informasjon. Hvorfor er disse ulike? Hvem tjener/taper på skjev informasjon?

The exam consist of 3 problems, 2 of which are to be answered. You can choose which problems to answer. Both answered problems count equally.

### Problem 1

- a) Explain briefly the expressions
  - i) Backwards induction
  - ii) Subgame perfect equilibrium
  - iii) Trigger strategy

Consider now the following game between the central bank and the labour union, where these concepts are relevant. The central bank sets inflation in order to minimize the following loss function:

$$U(\pi, y) = -c\pi^2 - (y - y^*)^2, \quad c > 0,$$

where  $\pi$  is inflation, and  $y$  and  $y^*$  are realized and 'natural' employment, respectively.

The union forms wage demands based on expected inflation  $\pi^e$ , and has full information about the central bank's preferences. The result, after firms have decided how many people to hire, is the following relation between inflation and realized employment:

$$y = by^* + d(\pi - \pi^e), \quad 0 < b < 1, \quad d > 0.$$

- b) Interpret the relations and explain why inflation relative to expectations affects employment. What incentives does this give the central bank? Formulate the central bank's optimization problem.
- c) Analyze the Stackelberg-game that occurs when the union first forms expectation about inflation, and then the central bank set the inflation. Find the realized inflation  $\pi^S$  that corresponds to the Nash-equilibrium of the game.
- d) Compare with the case where the central bank acknowledges that the union always form expectations about inflations that coincide with realized inflation (i.e. 'surprise inflation' is impossible). Find the optimal inflation in this case and explain why it differs from  $\pi^S$ .
- e) How is the result affected by the two parties repeating the same game a *finite* amount of times?
- f) Assume now that the game is repeated and *infinte* amount of times. Try to find an equilibrium where the optimal inflation is realized every time. You can assume that the two parties have the same discount factor  $\beta < 1$ .

### Problem 2

Consider the following two-period model. An agent receives the income  $y_1$  at the beginning of the first period which is to be shared between consumption  $c$  and saving  $s$ . The share that is saved is

deposited in the bank at an interest rate  $r$ . In period 2 all savings are consumed, i.e.  $s(1+r)$ , together with the whole period 2 income,  $\tilde{y}_2$ , which is uncertain. The agent aims to maximize the sum of discounted utility over the two periods, with a discount factor  $\beta < 1$

- Formulate the problem and find the first order condition when the period 2 income is known and can be replaced by its expectation, i.e.  $\tilde{y}_2 = E\tilde{y}_2 = y_2$ . Also check the second order condition.
- Study how the optimal savings decision is affected by the relationship between  $\beta$  og  $r$ .
- Assume now that  $\tilde{y}_2$  is uncertain. Formulate and solve the problem in this case and compare with the result in a).
- What is the condition for savings to be higher under uncertainty, than otherwise?
- Assume now the following utility function:

$$u(c) = -\frac{e^{-ac}}{a}, \quad a > 0.$$

Are savings higher or lower with uncertainty in this case?

### Problem 3

An employer (principal) considers hiring an agent. Assume that there are two types of agents, good (G) or bad (B) with the following utility functions:

$$\text{Good : } u^G(w, e) = u(w) - v(e), \quad u', v' > 0, u'' < 0, v'' > 0$$

$$\text{Bad : } u^B(w, e) = u(w) - kv(e), \quad k > 1,$$

Where  $w$  is the agent's wage and  $e$  is effort, both of which are observable to the principal.

The principal's profit is a function of the agent's effort and the wage:  $\Pi(e) - w$ , with  $\Pi' > 0$ ,  $\Pi'' < 0$ .

- Formulate and solve the principal's maximization problem in the case of perfect information (i.e, the principal knows the agents type)
- Assume now that the principal does not know the agent's type, but knows that the agent is of type 'good' with probability  $q$  and type 'bad' with probability  $1 - q$ . Formulate and solve the problem in this case.
- Compare the contracts under perfect and asymmetric information. Why are they different? Who benefits/loses from asymmetric information?