

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK1010 – Matematikk og mikroøkonomi

Faglig kontakt under eksamen: Hildegunn E. Stokke

Tlf.: 73 59 16 65

Eksamensdato: 19. mai 2014

Eksamenstid (fra-til): 5 timer (09.00–14.00)

Sensurdato: 12. juni 2014

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin. Enkel kalkulator Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

Målform/språk: Bokmål og nynorsk

Antall sider: 5

Antall sider vedlegg: 0

Bokmål**Oppgave 1 (10%)**

Finn den førstederiverte til følgende funksjoner

i) $f(x) = \ln(3x-1)$

ii) $f(x) = \frac{2e^x + 1}{x-2}$

iii) $f(x) = (\ln x + 2)(x^3 + 5x)$

iv) $f(x) = (x^3 + e^{-2x} + 2)^8$

Oppgave 2 (20%)Gitt $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x + 10$

- Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.
- Finn de stasjonære punktene og avgjør om de er topp- eller bunnpunkter.
- Finn eventuelle vendepunkter.
- Finn likningen for tangenten til grafen i punktet $(2,12)$.
- Skisser grafen til $f(x)$.

Oppgave 3 (20%)Gitt funksjonen $f(x, y) = 2x - y$ og bibetingelsen $y + x^2 - 2x = 3$.

- Tegn nivåkurvene $f(x, y) = -4$, $f(x, y) = -3$, $f(x, y) = -2$ og bibetingelsen $y + x^2 - 2x = 3$ i samme diagram.

- Løs problemet

Max/min $f(x, y) = 2x - y$ gitt $y + x^2 - 2x = 3$

ved bruk av Lagranges metode.

- Bruk figuren i a) til å diskutere om du har funnet et maksimums- eller minimumspunkt i b).

Oppgave 4 (20%)

Analyser hvordan en konsument vil fordele en gitt inntekt mellom to konsumgoder. Hvordan påvirkes tilpasningen av følgende endringer:

- Inntekten og begge priser øker med 5 prosent
- Begge priser øker med 5 prosent, mens inntekten øker med 3 prosent

- Inntekten og prisen på gode 1 øker med 3 prosent, mens prisen på gode 2 øker med 5 prosent

Oppgave 5 (30 %)

Betrakt en bedrift som produserer ett produkt (y) ved bruk av arbeidskraft (L) og realkapital (K). Produktfunksjonen er gitt ved $y = f(L, K)$ og er kjennetegnet ved konstant skalautbytte.

- Forklar hva som menes med konstant skalautbytte.
- Løs bedriftens kostnadsminimeringsproblem og finn faktoretterterspørselsfunksjonene. Hvordan påvirkes faktorsammensetningen av faktorprisene?
- Illustrer ved hjelp av figurer hvordan totale kostnader, marginalkostnad og gjennomsnittskostnad varierer med omfanget av produksjonen. Begrunn forløpene. Illustrer bedriftens langsiktige tilbudskurve.
- Anta at realkapitalen er gitt på kort sikt. Illustrer kortsiktige og langsiktige kostnader i samme figur.
- Gjør rede for bedriftens tilpasning på kort sikt og illustrer den kortsiktige tilbudskurven i en figur.
- Hvordan vil realkapitalen utvikle seg over tid dersom produktprisen er lavere enn den langsiktige enhetskostnaden?

Nynorsk**Oppgåve 1 (10%)**

Finn den førstederiverte til fylgjande funksjoner

- $f(x) = \ln(3x-1)$
- $f(x) = \frac{2e^x + 1}{x-2}$
- $f(x) = (\ln x + 2)(x^3 + 5x)$
- $f(x) = (x^3 + e^{-2x} + 2)^8$

Oppgåve 2 (20%)

Gitt $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x + 10$

- Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.
- Finn dei stasjonære punkta og avgjer om dei er topp- eller botnpunkt.
- Finn eventuelle vendepunkt.
- Finn likninga for tangenten til grafen i punktet $(2,12)$.
- Skisser grafen til $f(x)$.

Oppgåve 3 (20%)

Gitt funksjonen $f(x, y) = 2x - y$ og vilkåret $y + x^2 - 2x = 3$.

a) Teikn nivåkurvene $f(x, y) = -4$, $f(x, y) = -3$, $f(x, y) = -2$ og vilkåret $y + x^2 - 2x = 3$ i same diagram.

b) Løys problemet

$$\text{Max/min } f(x, y) = 2x - y \text{ gitt } y + x^2 - 2x = 3$$

ved bruk av Lagrange sin metode.

c) Bruk figuren i a) til å diskutere om du har funne eit maksimums- eller minimumspunkt i b).

Oppgåve 4 (20 %)

Analyser korleis ein nyttemaksimerenda konsument vil fordele ei gitt inntekt mellom to konsumgode. Korleis blir tilpassinga påverka av fylgjande endringar:

- Inntekta og begge priser aukar med 5 prosent
- Begge priser aukar med 5 prosent, mens inntekta aukar med 3 prosent
- Inntekta og prisen på gode 1 aukar med 3 prosent, mens prisen på gode 2 aukar med 5 prosent

Oppgave 5 (30 %)

Sjå på ei bedrift som produserer eit produkt (y) ved bruk av arbeidskraft (L) og realkapital (K). Produktfunksjonen er gjeve ved $y = f(L, K)$ som har konstant skalautbytte.

- a) Forklar kva som meinast med konstant skalautbytte.
- b) Løys bedrifta sitt kostnadsminimeringsproblem og finn faktoretterspurnadsfunksjonane. Korleis blir faktorsamansettinga påverka av faktorprisane?
- c) Illustrer ved hjelp av figurar korleis totale kostnader, marginalkostnad og gjennomsnittskostnad varierer med omfanget av produksjonen. Grunngeiv samanhengane. Illustrer bedrifta si langsiktige tilbodskurve i ein figur.
- d) Anta at realkapitalen er gjeve på kort sikt. Illustrer kortsiktige og langsiktige kostnader i same figur.
- e) Gjer greie for bedrifta si tilpassing på kort sikt og illustrer den kortsiktige tilbodskurva i ein figur.
- f) Korleis vil realkapitalen utvikle seg over tid dersom produktprisen er lågare enn den langsiktige einingskostnaden?