Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for samfunnsøkonomi

EKSAMENSOPPGAVE I SØK3004

VIDEREGÅENDE MATEMATISK ANALYSE

Faglig kontakt under eksamen: Hans Bonesrønning

Tlf.: 9 17 64

Eksamensdato: Tirsdag 25. mai 2010

Eksamenssted: Dragvoll

Eksamenstid: 5 timer

Studiepoeng: 15

Tillatte hjelpemidler: Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists’ mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Citizen SR-270x el. HP 30S.

Sensur: 15. juni 2010

Merk! Studentene må primært gjøre seg kjent med sensur på stud.web eller ved å oppsøke sensuroppslagene. Evt telefoner om sensur må rettes til instituttet. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike telefoner.

Eksamensoppgaven består av 4 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares. Vekting av oppgavene er gitt i parentes.

Oppgave 1 (25%)

a) Beregn følgende integraler

i) $\int (3x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3)^5 (3x^2 - x) dx$

ii) $\int \frac{5x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 5}{x+1} dx$

iii) $\int_0^1 \left(\int_0^1 \left(xy^2 + 3x + \frac{1}{3}y^2 \right) dy \right) dx$

b) Beregn den neddiskonterte nåverdien (ved t = 0) av en kontinuerlig betalingsstrøm gitt ved $f(t) = 700t$ kroner per år over tidsintervallet [0, 4]. Anta 5% rente og kontinuerlig forrentning.

c) Matrisen A er definert som

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

i) Vis at $\left(AA'\right)^{-1}$ eksisterer og finn den inverse.

ii) Dann matrisen $C = A'\left(AA'\right)^{-1}$ og vis at $ACb = b$ for enhver 2x1 matrise *b*.

Oppgave 2 (23%)

Gitt følgende produktfunksjoner $X = \left(L^{-2} + K^{-2}\right)^{-1/2}$ og $X = L^{0.6}K^{0.5}$, der X = produsert mengde, L = arbeidskraft og K = kapital.

a) Finn innsatsfaktorenes grenseelastisiteter samt produktfunksjonenes skalaelastisitet. Forklar kort hva resultatene betyr.

b) Finn substitusjonselastisiteten mellom arbeidskraft og kapital for begge produktfunksjonene. Forklar kort hva resultatene betyr.

Oppgave 3 (22%)

Betrakt systemet av differensiallikninger

$$\dot{x} = 1 - 2x$$
$$\dot{y} = y^2 - 3xy - y$$

a) Finn x-isoklinen(e) og y-isoklinen(e). Finn systemets likevekt(er).

b) Lag faseplandiagram og vis hvordan systemet beveger seg utenfor likevekt. Er likevekten(e) stabil?

Oppgave 4 (30%)

Gitt følgende optimeringsproblem:
Maks $f(x, y) = x + \ln(1 + y)$
gitt at $2qx + y \leq 10$, $x \geq 0$ og $y \geq 0$

a) Løs optimeringsproblemet, og vis hvordan løsningen avhenger av verdien på konstanten q. Det forutsettes at $q \geq \frac{1}{2}$.

b) La V(q) betegne maksimumsverdien av $f(x, y)$ som en funksjon av q. Finn V(q) for alle definerte verdier av q, og sjekk om den er kontinuerlig og deriverbar for q = 11/2.