

**Bokmål**

**Oppgave 1**

I en empirisk undersøkelse benyttes først tverrsnittsdata for å estimere sammenhengen mellom regionale boligpriser og regional inntekt. En av relasjonene som estimeres er gitt ved

$$(1) \quad y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + u_i$$

der  $y_i$  er logaritmen til boligprisen i region  $i$ ,  $x_{1i}$  er logaritmen til inntekt per capita i region  $i$  og  $u_i$  et stokastisk restledd.

- a) Et potensielt problem ved relasjon (1) er at relevante forklaringsvariable er utelatt. Forklar hva slags problem dette skaper ved estimering av effekten av inntekt på boligprisen.

I analysen rapporteres følgende resultater basert på data for 90 regioner:

$$(2) \quad \hat{y}_i = -1.85 + 2.28 x_{1i}, \quad SSR = 1.899$$

$$(3) \quad \hat{y}_i = -2.14 + 2.02 x_{1i} + 0.032 x_{2i}, \quad SSR = 1.694$$

der den nye variabelen i ligning (3),  $x_{2i}$ , er gjennomsnittlig sommertemperatur i region  $i$ .

Begge relasjonene er estimert ved bruk av minste kvadraters metode (MKM). Tall i parenteser under de estimerte parametrene er estimerte standardavvik mens SSR er summen av kvadrerte residualer.

- b) Gi en tolkning av resultatene i ligning (3) og test om de partielle effektene av regional inntekt og sommertemperatur er signifikant forskjellig fra null.
- c) Diskuter hvorfor den estimerte effekten av regional inntekt reduseres når sommertemperatur inkluderes. Benytt i den forbindelse resultatene fra følgende hjelprepregresjon

$$\hat{x}_{2i} = 9.15 + 8.19 x_{1i}$$

Boligprismodellen utvides videre med to nye variable,  $x_{i3}$  som er regional arbeidsledighet og  $x_{i4}$  som er gjennomsnittlig vintertemperatur. Resultatene for den utvidede modellen er gitt ved

$$(4) \quad \hat{y}_i = -2.19 + 2.04 x_{1i} + 0.032 x_{2i} + 0.008 x_{3i} - 0.0005 x_{4i}, \quad SSR = 1.689$$

- d) Forklar hvordan vi kan teste om relasjon (3) er en gyldig forenkling av relasjon (4) og gjennomfør testen.

I resten av denne oppgaven diskuteres resultater basert på paneldata for de 90 regionene for en periode på 12 år, i alt 1080 observasjoner. Alle modellene som estimeres inkluderer et fullt sett av tidsdummyer (faste tidseffekter). Estimerte parametere foran disse dummyvariablene samt konstantleddet rapporteres ikke i ligningene under.

- e) Drøft kort argumenter for å inkludere tidsdummyer i paneldatamodellen for regionale boligpriser.

Ved bruk av MKM uten transformasjon av variablene (pooled OLS) får vi følgende resultater:

$$(5) \hat{y}_{it} = 2.06 x_{1it} + 0.024 x_{2it}$$

Når vi benytter within-groups transformasjonen (faste regioneffekter) får vi resultatene:

$$(6) \hat{y}_{it} = 1.00 x_{1it} + 0.002 x_{2it}$$

- f) Sammenlign resultatene i ligning (5) og (6) og diskuter mulige grunner til at disse endres som følge av endret estimeringsmetode (eller transformasjon).

Til slutt estimeres en dynamisk modell for regionale boligpriser der lagget boligpris inkluderes som høyresidevariabel. Resultatet fra denne estimeringen er gitt ved

$$(7) \hat{y}_{it} = 0.37 y_{it-1} + 0.60 x_{1it} + 0.002 x_{2it}$$

- g) I hvilken grad tyder resultatene i ligning (7) på tregheter i tilpasningen av boligprisen? Finn til slutt de langsigte effektene av regional inntekt og sommertemperatur.

## Oppgave 2

Betrakt følgende modell for et frikonkurransemarked:

$$(1) x_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + u_{1t}$$

$$(2) x_t = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 S_t + u_{2t}$$

hvor ligning (1) er etterspørselsrelasjonen, ligning (2) er tilbudsrelasjonen,  $x_t$  er omsatt kvantum,  $p_t$  er pris,  $S_t$  er en eksogen variabel som påvirker tilbuddet og antas uavhengig av restleddene i både ligning (1) og (2),  $u_{1t}$  og  $u_{2t}$ .

- a) Forklar hvorfor estimering av (1) ved bruk av MKM vil gi en inkonsistent estimator for parameteren  $\beta_1$ .
- b) Begrunn at ligning (1) er eksakt identifisert mens ligning (2) ikke er identifisert.

- c) Forklar hvordan du kan oppnå en konsistent estimator for  $\beta_1$  ved bruk av instrumentvariabelmetoden når tilbudsfunksjonen er gitt ved (2).

Anta nå at markedsmodellen er gitt ved

$$(1^*) \quad x_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 D_t + u_{1t}$$

$$(2^*) \quad x_t = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 S_{1t} + \alpha_3 S_{2t} + u_{2t}$$

der  $D_t$ ,  $S_{1t}$  og  $S_{2t}$  alle er eksogene variable som antas uavhengige av de to restleddene.

- d) Forklar hvordan du nå vil gå fram for å estimere parametrene i ligning (1\*). Forklar også hvordan du kan teste om de instrumentvariablene som benyttes gir tilstrekkelig informasjon til å identifisere parametrene i ligning (1\*) empirisk.

## Nynorsk

### Oppgåve 1

I ei empirisk undersøking nyttes først tverrsnittsdata for å estimere samanhengen mellom regionale bustadprisar og regional inntekt. Ein av relasjonane som vert estimert er gitt ved

$$(1) \quad y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + u_i$$

der  $y_i$  er logaritmen til bustadprisen i region i,  $x_{1i}$  er logaritmen til inntekt per capita i region i og  $u_i$  et stokastisk restledd.

- a) Et potensielt problem ved relasjon (1) er at relevante forklaringsvariable er utelatne. Forklar kva slags problem dette skaper ved estimering av effekten av inntekt på bustadprisen.

I analysen vert desse resultata rapportert basert på data for 90 regionar:

$$(2) \quad \hat{y}_i = -1.85 + 2.28 x_{1i}, \quad SSR = 1.899$$

$$(3) \quad \hat{y}_i = -2.14 + 2.02 x_{1i} + 0.032 x_{2i}, \quad SSR = 1.694$$

der den nye variabelen i likning (3),  $x_{2i}$ , er gjennomsnittlig sommartemperatur i region i.

Begge relasjonane er estimert ved bruk av minste kvadraters metode (MKM). Tal i parentesar under dei estimerte parametrane er estimerte standardavvik mens SSR er summen av kvadrerte residualar.

- b) Gje ei tolking av resultata i likning (3) og test om dei partielle effektane av regional inntekt og sommartemperatur er signifikant forskjellig frå null.
- c) Diskuter kvifor den estimerte effekten av regional inntekt vert redusert når sommartemperatur er inkludert. Bruk i den samanhengen resultata frå denne hjelpreperegresjonen:

$$\hat{x}_{2i} = 9.15 + 8.19 x_{1i}$$

Bustadprismodellen vert vidare utvida med to nye variablar,  $x_{i3}$  som er regional arbeidsløyse og  $x_{i4}$  som er gjennomsnittlig vintertemperatur. Resultata for den utvida modellen er gitt ved

$$(4) \quad \hat{y}_i = -2.19 + 2.04 x_{1i} + 0.032 x_{2i} + 0.008 x_{3i} - 0.0005 x_{4i}, \quad SSR = 1.689$$

- d) Forklar korleis vi kan testa om relasjon (3) er ein gyldig forenkling av relasjon (4) og gjennomfør testen.

I resten av denne oppgåva vert resultat basert på paneldata for dei 90 regionane for en periode på 12 år, i alt 1080 observasjonar diskutert. Alle modellane som vert estimert inkluderer eit fullt sett av tidsdummyar (faste tidseffektar). Dei estimerte parametrane til desse dummyvariablane samt konstantleddet vert ikkje rapportert i likningane under.

- e) Drøft kort argument for å inkludere tidsdummyar i paneldatamodellen for regionale bustadprisar.

Ved bruk av MKM utan transformasjon av variablane (pooled OLS) får vi desse resultata:

$$(5) \hat{y}_{it} = 2.06 x_{1it} + 0.024 x_{2it}$$

Når vi nytter within-groups transformasjonen (faste regioneffektar) får vi resultata:

$$(6) \hat{y}_{it} = 1.00 x_{1it} + 0.002 x_{2it}$$

- f) Samanlikn resultata i likning (5) og (6) og diskuter moglege grunnar til at desse vert endra på grunn av endra estimeringsmetode (eller transformasjon).

Til slutt vert ein dynamisk modell for regionale bustadprisar estimert der lagga bustadpris er inkludert som høgresidevariabel. Resultatet frå denne estimeringa er gitt ved

$$(7) \hat{y}_{it} = 0.37 y_{it-1} + 0.60 x_{1it} + 0.002 x_{2it}$$

- g) I kva grad tyder resultata i likning (7) på tregleikar i tilpassinga av bustadprisen? Finn til slutt dei langsigte effektane av regional inntekt og sommartemperatur.

## Oppgåve 2

Betrakt denne modellen for ein marknad med fri konkurranse:

$$(1) x_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + u_{1t}$$

$$(2) x_t = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 S_t + u_{2t}$$

der likning (1) er etterspurnadsrelasjonen, likning (2) er tilbodsrelasjonen,  $x_t$  er omsett kvantum,  $p_t$  er pris,  $S_t$  er ein eksogen variabel som påverkar tilbodet og vert antatt uavhengig av restledda i både likning (1) og (2),  $u_{1t}$  og  $u_{2t}$ .

- a) Forklar kvifor estimering av (1) ved bruk av MKM vil gje ein inkonsistent estimator for parameteren  $\beta_1$ .
- b) Grunngje at likning (1) er eksakt identifisert mens likning (2) ikkje er identifisert.

- c) Forklar korleis du kan oppnå ein konsistent estimator for  $\beta_1$  ved bruk av instrumentvariabelmetoden når tilbodsfunksjonen er gitt ved (2).

Anta no at marknadsmodellen er gitt ved

$$(1^*) \quad x_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 D_t + u_{1t}$$

$$(2^*) \quad x_t = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 S_{1t} + \alpha_3 S_{2t} + u_{2t}$$

der  $D_t$ ,  $S_{1t}$  og  $S_{2t}$  alle er eksogene variablar som vert antatt uavhengige av dei to restledda.

- d) Forklar korleis du no vil gå fram for å estimere parametrane i likning (1\*). Forklar og korleis du kan teste om dei instrumentvariablane som vert nytta gir tilstrekkeleg informasjon til å identifisere parametrane i likning (1\*) empirisk.

## English

### Question 1

An empirical study uses first cross section data to estimate the relation between regional housing prices and regional income. One of the estimated models is given by

$$(1) \quad y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + u_i$$

where  $y_i$  is the logarithm of the housing price in region  $i$ ,  $x_{1i}$  is the logarithm of per capita income in region  $i$  and  $u_i$  is a random error term.

- a) A potential problem with equation (1) is that relevant explanatory variables are excluded. Explain what kind of problem excluded variables will induce when estimating the effect of income on housing prices.

The analyses reports the following results based on data for 90 regions:

$$(2) \quad \hat{y}_i = -1.85 + 2.28 x_{1i}, \quad SSR = 1.899$$

$$(3) \quad \hat{y}_i = -2.14 + 2.02 x_{1i} + 0.032 x_{2i}, \quad SSR = 1.694$$

where the new variable in equation (3),  $x_{2i}$ , is average summer temperature in region  $i$ . Both equations are estimated using the method of ordinary least squares (OLS). Numbers in parentheses below the estimated parameters are estimated standard errors and SSR is the sum of squared residuals.

- b) Give an interpretation of the results in equation (3) and test whether or not the partial effects of regional income and summer temperature are significantly different from zero.
- c) Discuss why the estimated effect of regional income is reduced when summer temperature is included. Utilise here the results from the following auxiliary regression:

$$\hat{x}_{2i} = 9.15 + 8.19 x_{1i}$$

The housing price model is further expanded with two new variables,  $x_{13}$  which is regional unemployment and  $x_{14}$  which is average winter temperature. The results for the expanded model are given by:

$$(4) \quad \hat{y}_i = -2.19 + 2.04 x_{1i} + 0.032 x_{2i} + 0.008 x_{3i} - 0.0005 x_{4i}, \quad SSR = 1.689$$

- d) Explain how we can test whether or not equation (3) is a valid simplification of equation (4) and perform the test.

The remaining part of this question discusses results based on panel data for the 90 regions for a period of 12 years, in total 1080 observations. All models include a complete set of time dummies (time fixed effects). The estimated parameters of these time dummies and the constant term are not reported in the equations below.

- e) Discuss briefly arguments in favour of including time dummies in the panel data model for regional housing prices.

Using OLS without making any transformation of the variables (pooled OLS) gives the following results:

$$(5) \hat{y}_{it} = 2.06 x_{1it} + 0.024 x_{2it}$$

Using the within-groups transformation (fixed region effects) gives the results:

$$(6) \hat{y}_{it} = 1.00 x_{1it} + 0.002 x_{2it}$$

- f) Compare the results in equation (5) and (6) and discuss possible reasons why the estimated effects change due to changed estimation method (or transformation).

Finally, we estimate a dynamic model for regional housing prices which includes lagged housing prices as a right hand side variable. The result from this estimation is given by:

$$(7) \hat{y}_{it} = 0.37 y_{it-1} + 0.60 x_{1it} + 0.002 x_{2it}$$

- g) To what extent do the results in equation (7) indicate sluggish adjustment of the housing price? Finally, find the long run effects of regional income and summer temperature.

## Question 2

Consider the following model for a perfectly competitive market:

$$(1) x_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + u_{1t}$$

$$(2) x_t = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 S_t + u_{2t}$$

where equation (1) is the demand equation, equation (2) is the supply equation,  $x_t$  is quantity sold,  $p_t$  is the market price,  $S_t$  is an exogenous variable that affects supply and is assumed to be independent with the error terms in both equation (1) and (2),  $u_{1t}$  and  $u_{2t}$ .

- a) Explain why estimating equation (1) using OLS will give an inconsistent estimator for the parameter  $\beta_1$ .
- b) Explain why equation (1) is exactly identified while equation (2) is not identified.

- c) Explain how you can obtain a consistent estimator for  $\beta_1$  using the instrumental variable method when the supply equation is given by (2).

Assume now that the market model is given by

$$(1^*) \quad x_t = \beta_0 + \beta_1 p_t + \beta_2 D_t + u_{1t}$$

$$(2^*) \quad x_t = \alpha_0 + \alpha_1 p_t + \alpha_2 S_{1t} + \alpha_3 S_{2t} + u_{2t}$$

where  $D_t$ ,  $S_{1t}$  and  $S_{2t}$  are all exogenous variables assumed to be independent with the two error terms.

- d) Explain how you would now proceed to estimate the parameters in equation (1\*). Explain also how you can test whether or not the instrumental variables used give sufficient information to empirically identify the parameters in equation (1\*).