



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for samfunnsøkonomi

EKSAMENSOPPGAVE I SØK2005

FINANSMARKEDER

Faglig kontakt under eksamen: Hans Jørgen Tranvåg
Tlf.: 9 1666

Eksamensdato: Fredag 10. juni 2011

Eksamenssted: Dragvoll

Eksamenstid: 4 timer

Studiepoeng: 7,5

Tillatte hjelpemidler: Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Citizen SR-270x el. HP 30S.

Sensur: 4. juli 2011

Antall sider bokmål: 2

Antall sider nynorsk: 2

Bokmål:

Eksamensoppgaven består av 3 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares. Vektlegging ved sensur er gitt i parentes.

Oppgave 1: (40%)

Du evaluerer en portefølje bestående av to aktiva, A og B . Variansen til avkastningen på denne porteføljen kan skrives

$$\sigma_P^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB},$$

der w_A og w_B er andelene investert i henholdsvis aktivum A og B , σ_A og σ_B er standardavviket til avkastningen for de to aktivaene, og σ_{AB} er kovariansen mellom avkastningen til de to aktivaene.

- a) Vis at den porteføljeandelen investert i aktivum A som minimerer variansen til porteføljeavkastningen kan skrives

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}}.$$

- b) Tenk deg en situasjon der $\sigma_A = \sigma_B$. Hvilken andel investert i A gir da lavest porteføljevarians? Forklar.
- c) La $E[r_A]$ og $E[r_B]$ angi forventet avkastning på henholdsvis aktivum A og B . Anta $E[r_A] = 10\%$, $\sigma_A = 20\%$, $E[r_B] = r_f = 4\%$ og $\sigma_B = 0$. Vi betrakter altså aktivum B som et risikofritt aktivum med sikker avkastning lik risikofri rente. Hva er forventet avkastning på en portefølje med standardavvik 15%?

I det videre skal du anta en aktør med preferanser gitt ved $U = E[r_P] - \frac{1}{2} X \sigma_P^2$, der $E[r_P]$ er forventet porteføljeavkastning og X er risikoaversjonskoeffisienten.

- d) Finn et generelt uttrykk for optimal andel investert i aktivum A når aktivum B er risikofritt. Hvor stor er denne andelen dersom $X = 2,5$ og investeringsmulighetene er som i c)?
- e) Vi gjeninnfører nå usikkerhet for aktivum B , slik at $E[r_B] \neq r_f$ og $\sigma_B > 0$. Finn et generelt uttrykk for optimal andel investert i aktivum A . Hvor stor er denne andelen for $E[r_A] = 10\%$, $\sigma_A = 20\%$, $E[r_B] = 14\%$, $\sigma_B = 40\%$, $\rho_{AB} = 0,25$ og $X = 2,5$? Hvordan vil du beskrive aktørens tilpasning?

Oppgave 2: (30%)

Du observerer følgende priser på nullkupongobligasjoner med ulik løpetid som alle gir 100 kroner ved forfall:

Løpetid (i år)	Pris i dag (i kroner)
1	96,62
2	92,46
3	88,26
4	82,27

- Finn årlig yield på nullkupongobligasjonene ("spotrenta") for hver løpetid.
- Hva er dagens terminrente ("forwardrente") for lån mellom år 1 og 2, mellom år 2 og 3, og mellom år 3 og 4?
- Gitt svarene dine i b), hva kan du si om forventet fremtidig rentenivå sett fra tidspunkt 0?
- Hvorfor er det ikke mulig at prisen på en nullkupongobligasjon som gir 100 kroner om fem år er 83,11 kroner? Hva er høyeste rimelige pris på en slik 5-årig nullkupongobligasjon?

Oppgave 3: (30%)

Aksjer i selskapet Salmon ASA omsettes for 100 kroner på tidspunkt 0. Risikofri rente er 4% mellom tidspunkt 0 og T .

- Gjør rede for hvordan forwardprisen F_0 for levering av én aksje på tidspunkt T bestemmes dersom Salmon ASA ikke betaler dividende mellom tidspunkt 0 og T . Finn F_0 .
- Forklar hvordan svaret ditt i a) endres dersom selskapet betaler ut sikker dividende D umiddelbart før tidspunkt T . Hva blir F_0 dersom Salmon ASA med sikkerhet utbetaler $D = 2$ kroner per aksje umiddelbart før tidspunkt T ?

I det videre skal du anta at Salmon ASA ikke betaler dividende mellom tidspunkt 0 og T . Kursutviklingen til aksjen følger en binomial modell, og aksjen er enten opp eller ned 40% på tidspunkt T .

- Vis payoff for en europeisk kjøpsopsjon med utøvelsespris $X = 120$ i de to mulige tilstandene på tidspunkt T , der én aksje i Salmon ASA er underliggende aktivum. Hva er prisen på kjøpsopsjonen på tidspunkt 0?
- Hva kan du si om prisen på en tilsvarende amerikansk kjøpsopsjon? Forklar.

Nynorsk:

Eksamensoppgåva består av 3 oppgåver med delspørsmål som alle skal besvarast. Vektlegging ved sensur er gjeve i parentes.

Oppgåve 1: (40%)

Du evaluerar ei portefølje beståande av to aktiva, A og B . Variansen til avkastninga på denne portefølja kan skrivast

$$\sigma_P^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB},$$

der w_A og w_B er andelane investert i henholdsvis aktivum A og B , σ_A og σ_B er standardavviket til avkastninga for dei to aktivane, og σ_{AB} er kovariansen mellom avkastninga til dei to aktivane.

- a) Vis at den porteføljeandelen investert i aktivum A som minimerar variansen til porteføljeavkastninga kan skrivast

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}}.$$

- b) Tenk deg ein situasjon der $\sigma_A = \sigma_B$. Kva for ein andel investert i A gjev no lågast porteføljevarians? Forklar.
- c) La $E[r_A]$ og $E[r_B]$ vere forventa avkastning på henholdsvis aktivum A og B . Anta $E[r_A] = 10\%$, $\sigma_A = 20\%$, $E[r_B] = r_f = 4\%$ og $\sigma_B = 0$. Vi betraktar altså aktiva B som eit risikofritt aktivum med sikker avkastning lik risikofri rente. Kva er forventa avkastning på ei portefølje med standardavvik 15%?

I det vidare skal du anta ein aktør med preferanser gjeve ved $U = E[r_p] - \frac{1}{2} X \sigma_P^2$, der $E[r_p]$ er forventa porteføljeavkastning og X er risikoaversjonskoeffisienten.

- d) Finn eit generelt uttrykk for optimal andel investert i aktivum A når aktiva B er risikofritt. Kor stor er denne andelen dersom $X = 2,5$ og investeringsmoglegheitane er som i c)?
- e) Vi gjeninnfører no uvisse for aktivum B , slik at $E[r_B] \neq r_f$ og $\sigma_B > 0$. Finn eit generelt uttrykk for optimal andel investert i aktivum A . Kor stor er denne andelen for $E[r_A] = 10\%$, $\sigma_A = 20\%$, $E[r_B] = 14\%$, $\sigma_B = 40\%$, $\rho_{AB} = 0,25$ og $X = 2,5$? Korleis vil du beskrive aktørens tilpasning?

Oppgave 2: (30%)

Du observerer følgende priser på nullkupongobligasjoner med ulike løpetider som alle gir 100 kroner ved forfall:

Løpetid (i år)	Pris i dag (i kroner)
1	96,62
2	92,46
3	88,26
4	82,27

- Finn årlig yield på nullkupongobligasjonene ("spotrenta") for hver løpetid.
- Kva er dagens terminrente ("forwardrente") for lån mellom år 1 og 2, mellom år 2 og 3, og mellom år 3 og 4?
- Gjeve svare dine i b), kva kan du seie om forventet framtidig rentenivå sett frå tidspunkt 0?
- Kvifor er det ikkje mogleg at prisen på ein nullkupongobligasjon som gir 100 kroner om fem år er 83,11 kroner? Kva er høgaste rimelege pris på ein slik 5-årig nullkupongobligasjon?

Oppgave 3: (30%)

Aksjar i selskapet Salmon ASA omsetjast for 100 kroner på tidspunkt 0. Risikofri rente er 4% mellom tidspunkt 0 og T .

- Gjer greie for korleis forwardprisen F_0 for levering av éin aksje på tidspunkt T fastsetjast dersom Salmon ASA ikkje betalar dividende mellom tidspunkt 0 og T . Finn F_0 .
- Forklar korleis svaret ditt i a) endrast dersom selskapet betalar ut sikker dividende D umiddelbart før tidspunkt T . Kva vert F_0 dersom Salmon ASA med visse utbetalar $D = 2$ kroner per aksje umiddelbart før tidspunkt T ?

I det vidare skal du anta at Salmon ASA ikkje betalar dividende mellom tidspunkt 0 og T . Kursutviklinga til aksjen følgjer en binomial modell, og aksjen er enten opp eller ned 40% på tidspunkt T .

- Vis payoff for ein europeisk kjøpsopsjon med utøvningspris $X = 120$ i dei to moglege tilstandene på tidspunkt T , der éin aksje i Salmon ASA er underliggjande aktivum. Kva er prisen på kjøpsopsjonen på tidspunkt 0?
- Kva kan du seie om prisen på en tilsvarende amerikansk kjøpsopsjon? Forklar.