Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for samfunnsøkonomi

EKSAMENSOPPGAVE I SØK1001
INNFØRING I MATEMATIKK FOR ØKONOMER

Faglig kontakt under eksamen: Hans Jørgen Tranvåg
Tlf.: 9 1666

Eksamensdato:	Mandag 23. mai 2011
Eksamenssted:	Dragvoll
Eksamenstid:	4 timer
Studiepoeng:	7,5
Tillatte hjelpemidler:	Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin. Enkel kalkulator Citizen SR-270x el. HP 30S.
Sensur:	15. juni 2011

Oppgaveteksten er skrevet på bokmål og nynorsk.

Bokmål

Eksamensoppgaven består av 5 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares. Vekting av oppgavene er gitt i parentes.

Oppgave 1 (20%)

a) La $f(x) = e^{-3x}(x^2+2)$. Finn $f'(x)$.

b) La $f(x) = \left(\dfrac{2x+1}{x^2+1}\right)^{\frac{1}{2}}$. Finn $f'(x)$.

c) La $f(x) = \ln(x^2-4x)$. Angi definisjonsmengden til funksjonen og finn $f'(x)$.

d) La $f(x) = 3x^{-2}$. Finn elastisiteten av *f* med hensyn på *x*. Gi en kort tolkning av svaret.

e) Finn tangentlikningen til $f(x) = 2e^{-x} - 3$ for $x = 0$.

Oppgave 2 (20%)

a) Utfør følgende divisjoner:

i. $\left(5x^3 - 3x^2 + 6x - 2\right) : \left(x - 1\right)$

ii. $\left(5x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 5\right) : \left(x^2 + 1\right)$

---

b) Produsert kvantum (Y) i en bedrift avhenger av bruken av kapital (K) og arbeidskraft (L), og er gitt ved følgende Cobb-Douglas produktfunksjon: $Y = F(K, L) = K^{1/3}L^{2/3}$. Finn de partielle deriverte med hensyn på K og L av 1. og 2. orden og gi en kort økonomisk tolkning av resultatene.

Oppgave 3 (20%)

Gitt funksjonen

$$f(x) = \frac{3x}{2x^2 + 2} \qquad -3 \le x \le 3$$

a) Finn eventuelle nullpunkt for funksjonen.
b) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.
c) Finn de stasjonære punktene og klassifiser disse.
d) Finn globale maksimums- og minimumspunkter.
e) Hvor er funksjonen konveks/konkav? Finn vendepunktene.
f) Skisser grafen til f i det definerte området.

Oppgave 4 (15%)

Gitt funksjonen

$$f(x, y) = \frac{1}{2}x^4 + 3y^2 - 6xy$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser disse.

Oppgave 5 (25%)

a) Løs følgende optimeringsproblem ved bruk av Lagranges metode:

$$Max / Min \quad f(x, y) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + y$$

gitt at $2x + y = m$

der m er en konstant.

b) Sett $m = 5$. Tegn nivåkurvene $f(x, y) = 5$ og $f(x, y) = 7$, samt kurven for bibetingelsen $2x + y = 5$ i samme diagram. Avgjør ved figurbetraktning om punktet $(x, y) = (2,1)$ er et maksimums- eller minimumspunkt.

c) I oppgave a) er den optimale verdien av $f(x, y)$ en funksjon av m, dvs $f^*(m)$. Finn $f^*(m)$, beregn $\frac{df^*(m)}{dm}$ og kommenter svaret.

Nynorsk

Eksamensoppgåva inneheld 5 oppgåver med delspørsmål som alle skal svarast på. Vekting av oppgåvene er gitt i parentes.

Oppgåve 1 (20%)

a) La $f(x) = e^{-3x}(x^2+2)$. Finn $f'(x)$.

b) La $f(x) = \left(\frac{2x+1}{x^2+1}\right)^{\frac{1}{2}}$. Finn $f'(x)$.

c) La $f(x) = \ln(x^2-4x)$. Angi definisjonsmengda til funksjonen og finn $f'(x)$.

d) La $f(x) = 3x^{-2}$. Finn elastisiteten av *f* med omsyn til *x*. Gi ei kort tolking av svaret.

e) Finn tangentlikninga til $f(x) = 2e^{-x} - 3$ for $x = 0$.

Oppgåve 2 (20%)

a) Utfør fylgjande divisjonar:

iii. $\left(5x^3 - 3x^2 + 6x - 2\right) : \left(x - 1\right)$

iv. $\left(5x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 5\right) : \left(x^2 + 1\right)$

b) Produsert kvantum (*Y*) i ei bedrift avheng av bruken av kapital (*K*) og arbeidskraft (*L*), og er gitt ved fylgjande Cobb-Douglas produktfunksjon: $Y = F(K, L) = K^{1/3}L^{2/3}$. Finn dei partielle deriverte med omsyn til *K* og *L* av 1. og 2. orden og gi ei kort økonomisk tolking av resultata.

Oppgåve 3 (20%)

Gitt funksjonen

$$f(x) = \frac{3x}{2x^2+2} \qquad -3 \le x \le 3$$

a) Finn eventuelle nullpunkt for funksjonen.
b) Finn $f'(x)$ og $f''(x)$.
c) Finn dei stasjonære punkta og klassifiser desse.
d) Finn globale maksimums- og minimumspunkt.
e) Kor er funksjonen konveks/konkav? Finn vendepunkta.
f) Skisser grafen til *f* i det definerte området.

Oppgåve 4 (15%)

Gitt funksjonen

$$f(x, y) = \frac{1}{2}x^4 + 3y^2 - 6xy$$

Finn eventuelle stasjonære punkt og klassifiser desse.

Oppgåve 5 (25%)

a) Løys fylgjande optimeringsproblem ved bruk av Lagrange sin metode:

$$Max / Min \quad f(x, y) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + y$$

gitt at $2x + y = m$

der m er ein konstant.

b) Sett $m = 5$. Teikn nivåkurvene $f(x, y) = 5$ og $f(x, y) = 7$, samt kurva for vilkåret $2x + y = 5$ i same diagram. Avgjer ved figurbetraktning om punktet $(x, y) = (2,1)$ er eit maksimums- eller minimumspunkt.

c) I oppgåve a) er den optimale verdien av $f(x, y)$ ein funksjon av m, dvs $f^*(m)$. Finn $f^*(m)$, berekn $\frac{df^*(m)}{dm}$ og kommenter svaret.