Sensorveiledning SØK1002 høsten 2021 UTKAST

Oppgave - bokmål

Eksamen består av to oppgaver som begge skal besvares.
Ved karaktersettingen vektes oppgavene likt.

Oppgave 1

Markedsanalyser viser at det er stor etterspørsel etter en gruppe av mineralvannsorter. En investor har derfor bestemt seg for å starte en bedrift som produserer en type mineralvann som tilhører denne gruppen mineralvann. Ut fra markedsanalysene bestemmer investoren seg for at bedriften skal produsere et gitt (konstant) antall flasker mineralvann pr. år. Investoren har som mål å få så stort overskudd på virksomheten som mulig, og mener at den store etterspørselen betyr at en slik produksjonsetablering vil være en god investering.

Investoren kan velge mellom litt forskjellige produksjonsprosesser, men alle har konstant skalautbytte. Det er aktuelt å installere flere produksjonsenheter. Hver produksjonsenhet krever produksjonsutstyr (realkapital) og en viss mengde arbeidskraft, men mengden arbeidskraft avhenger av hvilket produksjonsutstyr som velges for produksjonsenheten. Alle aktuelle produksjonsprosesser er i stor grad automatiserte, men graden av automatisering kan variere: Høy grad av automatisering krever relativt lite arbeidskraft, mens mindre grad av automatisering krever mer arbeidskraft. Uansett vil produksjonen være så automatisert at det bare er behov for én type arbeidskraft (maskinoperatørkompetanse for næringsmiddelproduksjon). Produksjonsutstyret har ingen verdi hvis bedriften blir lagt ned.

Tre personer i full stilling må ansettes for å administrere bedriften, og administrasjonskostnadene er derfor fast når bedriften er etablert. Hele virksomheten til bedriften skal foregå i leide lokaler. Investoren ber deg om råd basert på mikroøkonomisk teori:

a) Gjør rede for hvordan valget av produksjonsprosess skal bestemmes og hvordan denne beslutningen påvirker sammensetningen av produksjonsfaktorene.

Høy grad av automatisering innebærer bruk av mye realkapital (K) og mindre bruk av arbeidskraft (L). Ulike produksjonsnivå og kombinasjoner av realkapital og arbeidskraft kan representeres med isokvanter som illustrert i figur 1. I figuren er investorens valgte produksjonsnivå gitt ved $\tilde{y}$. Det antas at pris pr. enhet arbeidskraft, f.eks. timelønn, kan tas for gitt av investoren og lik w, og at prisen pr. enhet realkapital også er eksogent gitt og lik q.

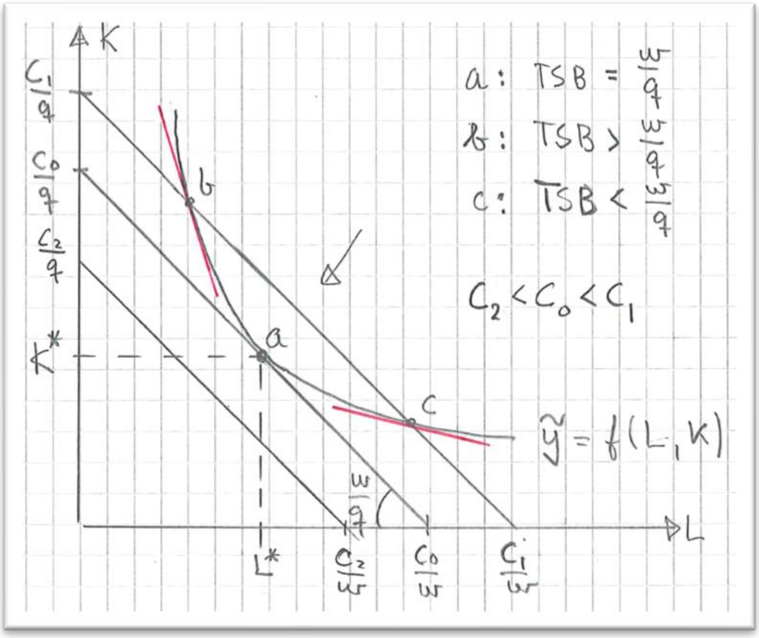
Investor ønsker størst mulig overskudd, og innebærer at hen vil minimere de samlede kostnadene. Kostnadene til administrasjon og leie av lokaler antas å være faste og uavhengig av hvilken produksjonsprosess som velges. Problemstillingen er derfor å minimere kostnadene knyttet til realkapital og arbeidskraft med hensyn på disse to variablene, gitt at produksjonsbetingelsen holder.

Matematisk betyr dette å minimere $C = wL + qK$ m.h.p. L og K gitt at $\tilde{y} = f(L, K)$.

Dette kan løses ved Lagrange-metoden, og løsningen vil bli at den tekniske substitusjonsbrøken (TSB) som er lik forholdet mellom marginalproduktene til de to faktorene er lik relative priser:

$$TSB_{K,L} = \frac{f_L(L,\ K)}{f_K(L,\ K)} = \frac{w}{q}$$

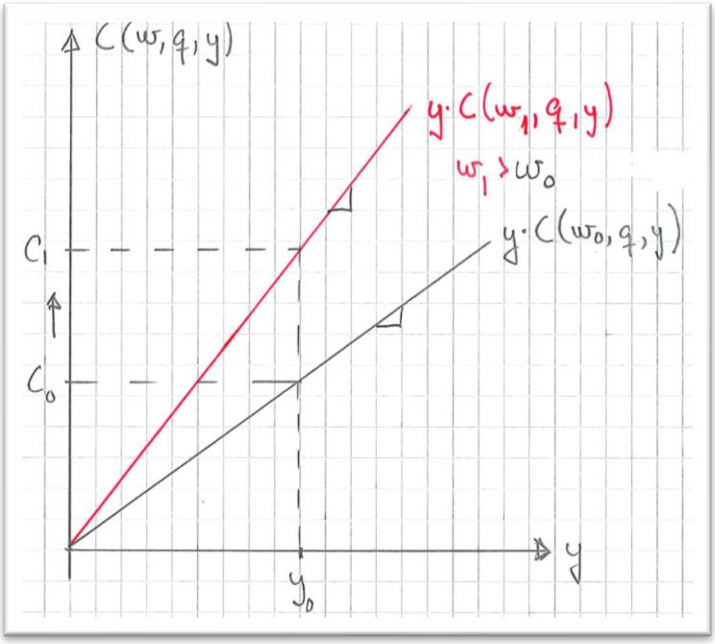
Løsningen er illustrert i figur 1, og det er et like godt svar å gå rett på en slik figur uten veien om Lagrange. Det er viktig at figuren og tilpasningen forklares.



Figur 1. Bedriftens valg av realkapital og arbeidskraft

b) Gitt informasjonen ovenfor, forklar hvordan bedriftens gjennomsnittskostnader og marginalkostnaden varierer med produksjonen på lang sikt.

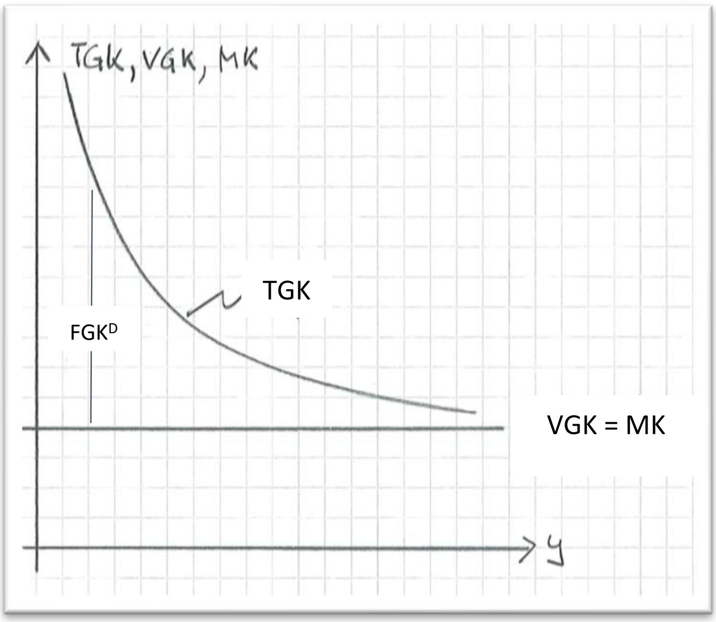
Lang sikt innebærer at produsert kvantum kan variere, og med konstant skalautbytte blir den langsiktige kostnadsfunksjonen en lineær funksjon i produsert mengde, y. Grunnen er at proporsjonale endringer i produksjonsfaktorene endrer produsert mengde proporsjonalt. De variable kostnadsbærerne er K og L, og når faktorprisene er konstante gir konstant skalautbytte en langsiktig lineær kostnadsfunksjon. Den *variable* gjennomsnittskostnaden (VGK) blir følgelig konstant og lik marginalkostnaden (MK). Høyere pris på en produksjonsfaktor gir en brattere langsiktig kostnadsfunksjon og høyere VGK og MK. Dette er illustrert i figur 2. Merk at i figur 2 er ikke den faste kostnaden eksplisitt tatt med.



Figur 2 *Langsiktig kostnadsfunksjon med konstant skalautbytte*

Totale gjennomsnittskostnader (TGK) vil imidlertid ikke være konstant på grunn av de faste kostnadene knyttet til administrasjon og husleie. Dette er *driftsavhengige* faste kostnader, dvs. de opphører hvis driften opphører. Vi benevner disse kostnadene F^D. Ved lav produksjon ('liten' y) vil de driftsavhengige faste gjennomsnittskostnadene FGK^D være høy, fordi det er få enheter av y å fordele F^D på, med lav ved 'høy' produksjon.

Siden TGK = VGK + FGK^D vil TGK være fallende og nærme seg VGK når produksjonen øker, slik som illustrert i figur 3.



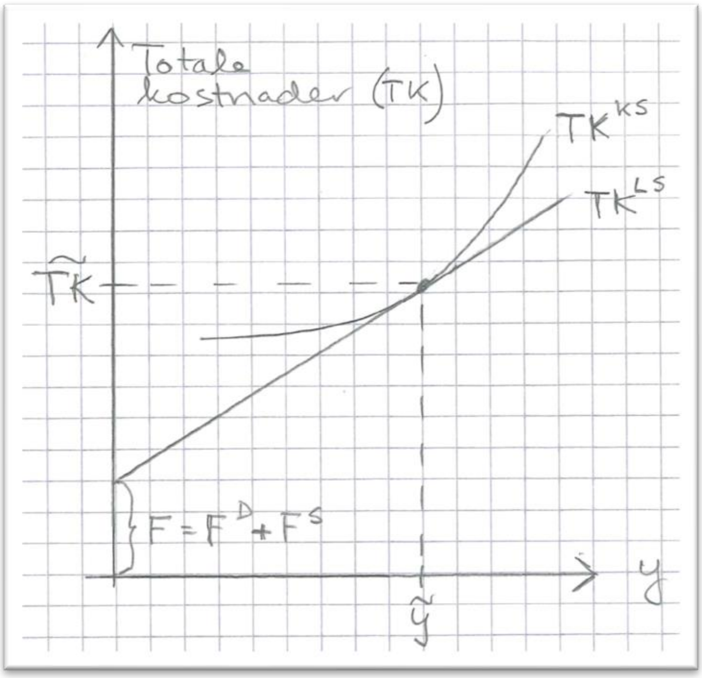
Figur 3 *Totale gjennomsnittskostnader (TGK), variable gjennomsnittskostnader (VGK) og marginalkostnader (MK) på lang sikt*

c) **Når produksjonsprosessen er bestemt, hvordan varierer bedriftens gjennomsnittskostnader og marginalkostnaden på kort sikt med produsert mengde?**

For å svare på dette spørsmålet må vi finne den kortsiktige kostnadsfunksjonen. På kort sikt er kapitalutstyret installert og kan ikke endres. Men vi forutsetter at det er mulig å endre produksjonen ved å justere innsatsen av arbeidskraft. Arbeidskraft antas derfor å være en variabel produksjonsfaktor på kort sikt. Imidlertid er det ikke mulig med en sammensetning av realkapital og arbeidskraft som tilfredsstiller den *langsiktige* optimale betingelsen utledet på spørsmål a): Dersom produksjonen skal økes utover det dimensjonerte kvantumet $\tilde{y}$ må det på kort sikt brukes mer arbeidskraft enn det som følger av den langsiktige løsningen for et tilsvarende høyere produksjonsnivå, noe som gir en høyere kostnad sammenlignet med de langsiktige kostnadene. Lavere produksjon gi også høyere kostnader enn det som følger den langsiktige løsningen for et tilsvarende produksjonsnivå. Dette kan illustreres med en figur tilsvarende figur 11.10 i læreboka (Riis og Moen, 4. utgave, s. 189).

Dette resonnementet gir en kortsiktig totalkostnadsfunksjon (TK^{KS}) som er *konveks*, mens den langsiktige (TK^{LS}) er lineær som ovenfor. Dette er illustrert i **figur 4**, nå også med de totale faste kostnadene, $F = F^D + F^S$ (F^S forklares i svaret på neste spørsmål)

De langsiktige og kortsiktige marginalkostnadene er like ved den langsiktig tilpassede mengden mineralvannsflasker, $\tilde{y}$. Når $y < \tilde{y}$ vil den kortsiktige marginalkostnaden (MK^{KS}) være mindre enn den langsiktige, som er konstant, og motsatt når $y > \tilde{y}$. MK^{KS} er stigende og lik den totale kortsiktige gjennomsnittskostnaden (TGK^{KS}) når TGK^{KS} er minimal, som kan illustreres med en stråle fra origo opp til et punkt på TK^{KS} hvor strålen akkurat tangerer TK^{KS}. Det innebærer at TGK^{KS} faller med stigende y fram til det punktet hvor TGK^{KS} når sitt minimum, for deretter å øke.



Figur 4. *Kortsiktige og langsiktige kostnader*

d) Etterspørselen etter bedriftens mineralvann er så stor at bedriften oppnår en pris som gir positiv profitt. Dette fører til at flere produsenter etablerer seg, slik at etterspørselen som rettes mot den bedriften vi betrakter, reduseres. Analyser hvordan dette kan påvirke bedriftens tilbud av mineralvann.

Oppgaveteksten oppgir at kapitalutstyret ikke har annenhåndsverdi, dvs. er verdiløst hvis bedriften nedlegger virksomheten. Kapitalkostnaden er derfor *sunk kost*, dvs. en kostnad som bedriften har enten den er i drift eller ikke. Det betyr at bedriften får en driftsuavhengig fast kostnad, F^S, og en fast driftsuavhengig gjennomsnittskostnad, $FGK^F = F^S/y$. De samlede faste kostnadene blir derfor $F = F^D + F^S$, og de totale gjennomsnittskostnadene, TGK er lik $VGK + F^D/y + F^S/y$.

Opplysningen i oppgaveteksten om at bedriften oppnår en pris som gir positiv profitt betyr at etterspørselen som retter seg mot bedriftens mineralvanntype er tilstrekkelig til at et tilbuds kvantum på $\tilde{y}$ flasker gir en pris som er større enn TGK.

Etterspørselen faller, og bedriften oppnår en lavere pris. Hvorvidt bedriften skal fortsette produksjonen eller ikke avhenger av om tilbudet kan dekke noe av sunk kost. Uansett må bedriften ev. justere produksjonen ut fra de kortsiktige kostnadene.

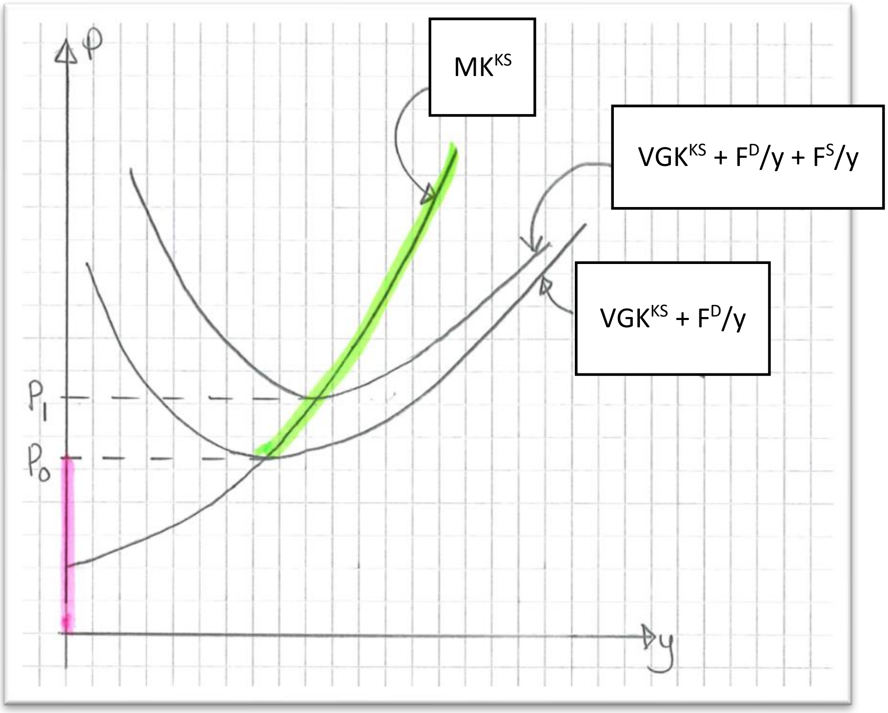
Målsettingen for bedriften er størst mulig fortjeneste (profitt). Den målsettingen realiseres ved å velge en produksjon som gir kortsiktige marginalkostnader som akkurat er lik pris. I og med at den kortsiktige kostnadsfunksjonen er konveks, vil profittmaksimering gi en entydig løsning hvor også andreordensbetingelsen for profittmaksimum er oppfylt. Dette bør vises.

Hvis prisen er *lavere enn* $VGK^{KS} + F^D/y$, vil det ikke være lønnsomt for bedriften å produsere, og virksomheten opphører. Dette er illustrert ved pris lik p_0 i figur 5, og et tilbud som er $y = 0$, markert ved den rosa delen på prisaksen.

Hvis prisen blir liggende *mellom* p_0 *og* p_1 *i figur 5* vil bedriften få negativ profitt fordi noe sunk kost ikke blir dekket. Men noe sunk kost blir dekket, og alle variable kostnader dekkes i dette tilfellet. Da er det bedre å fortsette produksjonen enn å legge ned, fordi nedleggelse innebærer at hele sunk kost må dekkes.

Hvis prisen er *høyere en* p_1 er alle kostnader dekket og bedriften bør fortsette produksjonen.

Den grønne delen av MK-kurven i figur 5 vil altså være bedriftens tilbudskurve.



__Figur 5__. Pris, kostnader og tilbud

e) Prisen på bedriftens mineralvann dekker de variable gjennomsnittskostnadene, men ikke så mye mer. Bør bedriften fortsette produksjonen?

Ut fra resonnementet i svaret på spørsmål d), betyr dette at bedriften oppnår en pris mellom p_0 og p_1 i figur 5, og det innebærer at det er mer lønnsomt å fortsette produksjonen enn å legge ned.

Oppgave 2

Kari har i år (år 1) en gitt inntekt på 100 og vet at hun til neste år vil ha en inntekt som er dobbelt så høy, men det gjennomsnittlige prisnivået på konsumet hun vil ha til neste år (år 2) er også dobbelt så høyt. Prisnivåene på konsumet de to periodene kan derfor settes til p_1=1 og p_2=2.

Svarene på spørsmålene nedenfor må forklares.

a) Hvordan vil du formulere Karis intertemporale budsjettbetingelse for de to periodene? Anta at Kari har følgende nyttefunksjon for konsum de to årene, hvor fotskrift 1 refererer til år 1 og fotskrift 2 til år 2: $U(x_1, x_2) = {x_1}^{\beta} {x_2}^{1-\beta}$. Parameteren β er en positiv konstant, som kan anta verdier mellom 0 og 1.

I det følgende er variablene definert slik:

- X_1 er konsum i år 1
- X_2 er konsum i år 2
- m_1 er den eksogent gitte pengeinntekten i år 1 som er lik 100
- m_2 er den eksogent gitt pengeinntekten i år 2, som er lik 200
- S er sparing eller lån i år 1. Hvis S > 0 betyr det at Kari er netto sparer, mens S < 0 betyr at hun er netto låntaker
- r er eksogent gitt rentenivå som er lik for lån og sparing

Selv om det ikke eksplisitt framgår av oppgaven, forutsetter vi at all inntekt skal være brukt opp etter år 2.

Budsjettbetingelsen for år 1 er

(1) $m_1 = 100 = X_1 + S,$

og for år 2:

(2) $m_2 + (1+r)S = 200 + (1+r)S = 2X_2$

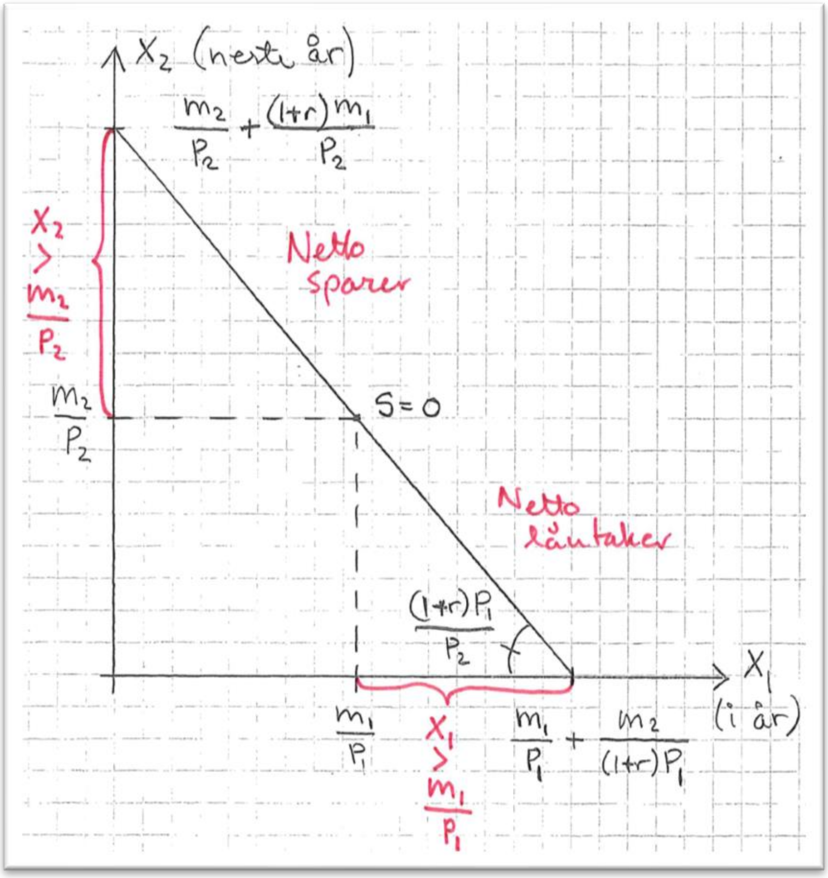
Likningene (1) og (2) må forklares med ord, tolkes.

Kombinerer vi (1) og (2) får vi den intertemporale budsjettbetingelsen, som gjelder samlet for begge periodene:

(3) $X_1 + \frac{2X_2}{1+r} = 100 + \frac{200}{1+r}$

Det er viktig at også likning (3), som viser at nåverdien av konsumet skal være lik nåverdien av inntekten, forklares/tolkes.

Budsjettbetingelsen bør skrives på formen $X_2 = 100 + \frac{(1+r)(100-X_1)}{2}$ og det er viktig at denne den illustreres i en figur og forklares. Figur 5 er eksempel på en slik figur hvor de relevante momentene i forklaringen er markert med rødt.



Figur 5 *Den intertemporale budsjettbetingelsen*

Anta at Kari har følgende nyttefunksjon for konsum de to årene, hvor fotskrift 1 refererer til år 1 og fotskrift 2 til år 2: $\mathbf{U(x_1, x_2) = x_1{}^{\beta} x_2{}^{1-\beta}}$. Parameteren $\boldsymbol{\beta}$ er en positiv konstant, som kan anta verdier mellom 0 og 1.

b) **Ved hjelp av denne nyttefunksjonen, finn uttrykket for Karis verdsetting av konsumet i år 2 relativt til år 1**.

Karis verdsetting av neste års konsum (år 2) i forhold til årets (år 1), er lik den marginale substitusjonsbrøken (MSB_{21}) for konsumet i de to periodene. Den finnes enten ved å totaldifferensiere $U(X, X_2) = X_1{}^{\beta} X_2{}^{1-\beta}$, eller ved implisitt derivasjon:

(4) $\quad \mathrm{MSB}_{21} = -\frac{dX_2}{dX_1} = \frac{\beta}{(1-\beta)} \frac{X_2}{X_1}$

Igjen er det viktig at likning (4) tolkes, gjerne med en figur, og spesielt hvor betydningen av størrelsen på β forklares. $(1 - \beta)$ er tidspreferansefaktoren. Det teller også positivt hvis det vises, eller i hvert fall nevnes, at indifferenskurven har de egenskapene vi normalt forventer at de har.

Ved inngangen til år 1 står hun overfor følgende problemstilling: Hvor mye av inntekten på 100 skal hun bruke til konsum i det første året og hvor mye skal hun eventuelt spare? I og med at inntekten året etter (år 2) er dobbelt så høy, så vurderer hun også om hun kanskje skal ha et høyere konsum i år 1 enn inntekten på 100, dvs. ta opp et lån som skal betales tilbake i år 2.

For å finne løsningen på denne problemstillingen maksimerer hun nytten under forutsetning av at budsjettrestriksjonen holder.

c) **Formuler Karis beslutningsproblem og finn uttrykk for hennes etterspørsel etter konsum i de to periodene (x_1^* og x_2^*), og hvor mye hun vil låne eller spare i periode 1**.

Karis beslutningsproblem er å maksimere den oppgitte nyttefunksjonen slik at den intertemporale budsjettbetingelsen holder. Formelt:

$\underset{X_1,\,X_2}{\text{Max}}\ \mathrm{U}(X_1,\,X_2) = {X_1}^{\beta}{X_2}^{1-\beta}$ slik at $X_2 = 100 + \frac{(1+r)(100-X_1)}{2}$

Dette gir Lagrange-funksjonen: $\mathcal{L} = {X_1}^{\beta}{X_2}^{1-\beta} - \lambda\left(100 + \frac{(1+r)(100-X_1)}{2} - X_2\right)$

Fra førsteordensbetingelsene fås den såkalte tangeringsbetingelsen

(5) $\quad \mathrm{MSB}_{21} = \frac{\beta}{1-\beta}\frac{\mathrm{X}_2}{\mathrm{X}_1} = \frac{1+r}{2},$

som innsatt i budsjettbetingelsen gir løsningene

(6) $\quad X_1^* = \beta(\frac{200}{1+r} + 100)$

(7) $\quad X_2^* = (1-\beta)(100 + (1+r)50)$

Denne løsningen kan alternativt finnes like bra ved å bruke uttrukket for MSB i likning (4) sammen med budsjettbetingelsen (3). Enten man bruker den ene eller andre måten for å finne optimalt konsum i de to periodene, er det viktig at tilpasningen forklares: Avveiningen av konsumet i de to periodene skal være lik de diskonterte prisene i de to periodene. (I likning (5) inngår prisen i år 1 i telleren og prisen i år 2 er satt lik 2)

Hva blir sparingen, S? Fra likning (1) følger det at $S^* = 100 - X_1^*$, som gir løsningen

(8) $\quad S^* = 100 - \beta\left(\frac{200}{1+r} + 100\right)$

Det er ikke mulig å kommentere disse løsningene utover at konsum og sparing avhenger av renta og verdsettingen av framtidig konsum, β.

d) Hvordan påvirkes låne- eller sparebeløpet og konsumetterspørselen i hver av periodene av endringer i rentenivået og parameteren $\boldsymbol{\beta}$? Begrunn hvorvidt svarene blir slik du forventet.

Vi finner svarene ved å derivere likningen (6) - (8) med hensyn på de aktuelle variablene:

$$\frac{\partial X_1^*}{\partial \beta} = \frac{200}{1+r} + 100 > 0$$

$$\frac{\partial X_1^*}{\partial r} = -\frac{200\beta}{(1+r)^2} < 0$$

$$\frac{\partial X_2^*}{\partial \beta} = -(100 + (1+r)50 < 0$$

$$\frac{\partial X_2^*}{\partial r} = (1-\beta)50 > 0$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial \beta} = -\frac{200}{1+r} + 100 < 0$$

$$\frac{\partial S^*}{\partial r} = \frac{200\beta}{(1+r)^2} > 0$$

Svarene er som forventet:

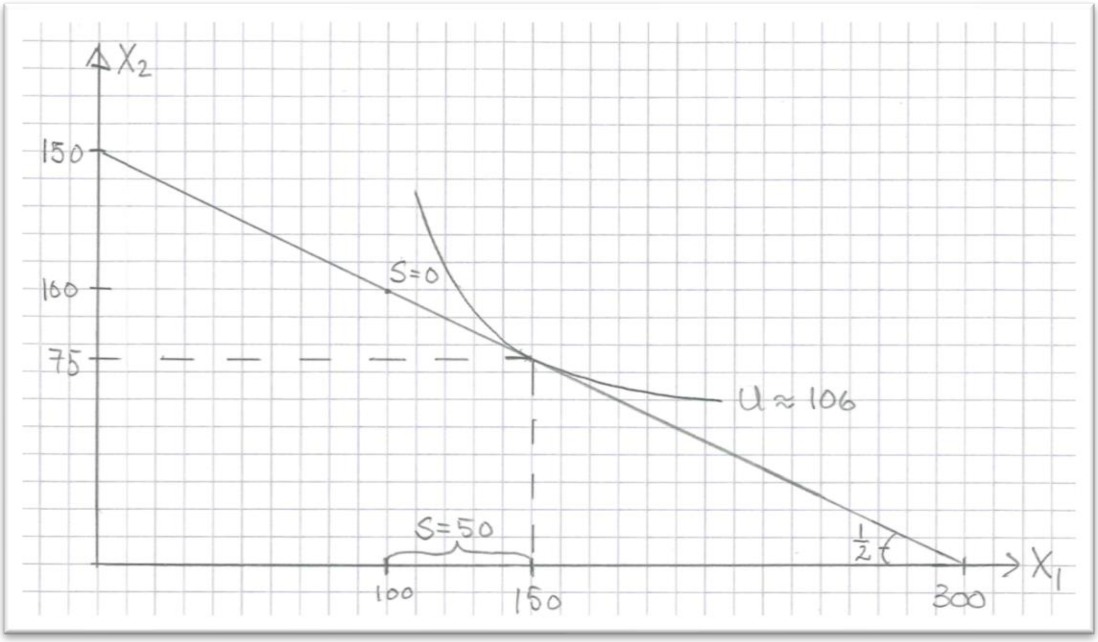
- Reduserte preferanser for konsum i år 2 (større β, lavere tidsprefereansefaktor) øker konsumet i år 1 og reduserer det i år 2
- Økt rente reduserer konsumet i år 1 og øker det i år 2, fordi det blir dyrere å låne/gunstigere å spare
- Vi ser at virkningen på sparingen er akkurat det motsatte av virkningen på konsumet i år 1

e) **Anta nå at $\boldsymbol{\beta = 0,5}$ og at renten er null: Hvor mye vil Kari da konsumere i de to periodene og hvor mye vil hun spare eller låne? Illustrer løsningen grafisk og gjør rede for tilpasningene i de to periodene**.

Setter de oppgitte verdiene inn i likningene (6) – (8) og får $X_1^* = 150$, $X_2^* = 75$ og $S^* = -50$.

Dette stemmer med det vi forventer når rentenivået er null og vektleggingen av konsumet i de to årene er like. Da vil prisnivåene i de to periodene bestemme konsumet slik at det er dobbelt så høyt i år 1 som år 2, og for å nå denne konsumsammensetningen over de to årene må Kari låne 50, som også blir tilbakebetalingsbeløpet i og med at renta er null.

Løsningen er illustrert i figur 6.



Figur 6 Tilpasning ved $r = 0{,}1$ og $\beta = 0{,}5$

f) Hva blir konsumet i de to periodene og låne- eller sparebeløp dersom rentenivået er 10%? Anta fortsatt at $\boldsymbol{\beta = 0,5}$. Er svarene som forventet?

Setter de oppgitte verdiene $r = 0{,}1$ og $\beta = 0{,}5$ inn i likningene (6) – (8) gir løsningene $X_1^* = 141$, $X_2^* = 77{,}5$ og $S^* = -41$.

Svarene er som forventet: Høyere rente gjør det dyrere å låne, slik at lånebeløpet reduseres fra 50 til 41, og fortsatt er Kari en netto låntaker. Konsumet i år 1 blir derfor 141. Lånereduksjonen fører til at konsumet i år 2 øker noe, fra 75 til 77,5.

Det teller positivt hvis forskjellene på de to svarene på spørsmålene e) og f) skisseres i en figur, med illustrasjon av substitusjons- og inntektseffektene.

g) La rentenivået være null, men $\boldsymbol{\beta = 0,25}$. Hvordan vil Karis konsum i de to periodene og eventuelle låne- eller sparebeløp bli i det tilfellet? Forklar løsningen, spesielt hvordan den stemmer med den formulerte nyttefunksjonen.

Setter de oppgitte verdiene $r = 0$ og $\beta = 0{,}25$ inn i likningene (6) – (8) gir løsningene $X_1^* = 75$, $X_2^* = 112{,}5$ og $S^* = -25$.
Svarene samsvarer med det vi forventer, i og med at tidspreferansefaktoren $(1 - \beta)$ øker: Da vil framtidig konsum (år 2) øke på bekostning av nåtidig konsum (år 1). Dette stemmer også med det vi kan se direkte fra konsumfunksjonen: Konsumet i år 1 får mindre vekt, mens konsumet i år 2 får større vekt.