Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for samfunnsøkonomi

EKSAMENSOPPGAVE I SØK1001
INNFØRING I MATEMATIKK FOR ØKONOMER

Faglig kontakt under eksamen: Hans Bonesrønning

Tlf.: 9 17 64

Eksamensdato: Fredag 15. mai 2009

Eksamenssted: Dragvoll

Eksamenstid: 4 timer

Studiepoeng: 7,5

Tillatte hjelpemidler: Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Citizen SR-270x el. HP 30S.

Sensur: 10. juni 2009.

Eksamen består av 5 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares.
Oppgaveteksten er skrevet på bokmål og nynorsk.

Merk! Studentene må primært gjøre seg kjent med sensur på stud.web eller ved å oppsøke sensuroppslagene. Evt telefoner om sensur må rettes til instituttet. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike telefoner.

Oppgave 1
Finn likningene til tangentene til grafene til de følgende funksjonene i de spesifiserte punktene:

a) $y = -3x^2 \; for \;\; x = 1$

b) $y = \dfrac{x^2 - x^3}{x+3} \; for \;\; x = 1$

Oppgave 2
Finn den deriverte til følgende funksjoner:

a) $f(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^3}$

b) $f(x) = {}^{x^2} /_{e^x}$

c) $f(x) = (\ln x)^{10}$

d) $f(x) = e^x \ln(x^2 + 2)$

e) $f(x) = (\dfrac{x+1}{x-1})^{1/3}$

Oppgave 3
La $f(x) = -x^2 + x + e^{-x}$ være definert i området [-3,3].

a) Finn *f'(x)* og *f''(x)*. Hvor er *f'(x)* økende/avtagende?
b) Diskuter hvor mange løsninger likningen *f'(x) = 0* har i intervallet[-3,3].
c) Finn maksimum for *f(x)* i [-3,3].

Oppgave 4
a) Profitten til en bedrift som produserer og selger x enheter av gode 1 og y enheter av gode 2 er gitt ved:
$\pi(x, y) = -0.1x^2 - 0.2xy - 0.2y^2 + 47x + 48y - 600$

Finn produksjonsnivåene som maksimerer profitten.

b) Tilgangen på råvarer er begrenset slik at produksjonen må begrenses til 200 enheter totalt. Finn produksjonsnivåene som maksimerer profitten i dette tilfellet.

Oppgave 5
En konsument har nyttefunksjonen $U(x,y)=xy+x+2y$ og budsjettrestriksjonen $2x+y=m$.

a) Finn godekombinasjonen som maksimerer konsumentens nytte gitt budsjettrestriksjonen.

b) Konsumentens problem kan alternativt løses ved at vi først finner at $y=m-2x$ fra budsjettrestriksjonen, og deretter setter dette uttrykket inn i nyttefunksjonen. Vi får da en funksjon i en variabel:

$$N(x)=x(m-2x)+x+2(m-2x)$$

Finn stasjonære punkter for denne funksjonen, og kommenter svaret.

<u>Nynorsk</u>

Oppgåve 1
Finn likningane til tangentane til grafane til dei fylgjande funksjonane i dei spesifiserte punkta:

a) $y=-3x^2 \; for \; x=1$

b) $y=\dfrac{x^2-x^3}{x+3} \; for \; x=1$

Oppgåve 2
Finn dei deriverte til fylgjande funksjoner:

a) $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^3}$

b) $f(x)={}^{x^2}/_{e^x}$

c) $f(x)=(\ln x)^{10}$

d) $f(x)=e^x\ln(x^2+2)$

e) $f(x)=\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^{1/3}$

Oppgåve 3
La $f(x)=-x^2+x+e^{-x}$ vere definert i området [-3,3].

a) Finn *f'(x)* og *f''(x).* Kor er *f'(x)* aukande/avtakande?
b) Diskuter kor mange løysingar likninga *f'(x) = 0* har i intervallet[-3,3].
c) Finn maksimum for *f(x)* i [-3,3].

Merk! Studentene må primært gjøre seg kjent med sensur på stud.web eller ved å oppsøke sensuroppslagene. Evt telefoner om sensur må rettes til instituttet. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike telefoner.

Oppgåve 4

a) Profitten til ei verksemd som produserer og sel x einingar av gode 1 og y einingar av gode 2 er gitt ved:

$$\pi(x,y) = -0.1x^2 - 0.2xy - 0.2y^2 + 47x + 48y - 600$$

Finn dei produksjonsnivåa som maksimerer profitten.

b) Tilgangen på råvarer er avgrensa slik at produksjonen må avgrensas til 200 einingar totalt. Finn dei produksjonsnivåa som maksimerer profitten i dette tilfellet.

Oppgåve 5

Ein konsument har nyttefunksjonen $U(x,y) = xy + x + 2y$ og budsjettrestriksjonen $2x + y = m$.

a) Finn godekombinasjonen som maksimerer konsumenten si nytte gitt budsjettrestriksjonen.

b) Konsumenten sitt problem kan alternativt løysast ved at vi først finn at $y = m - 2x$ frå budsjettrestriksjonen, og deretter sett dette uttrykket inn i nyttefunksjonen. Vi får da ein funksjon i ein variabel:

$$N(x) = x(m-2x) + x + 2(m-2x)$$

Finn stasjonære punkt for denne funksjonen, og kommenter svaret.