

i **Forside/Framsida**

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK1001 Matematikk for økonomer

Eksamensdato: 9. desember 2022

Eksamenstid (fra-til): 15:00-19:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: **C** Godkjent kalkulator og formelsamling
Matematisk formelsamling for økonomer. Sydsæter, Strøm og Beck.

Faglig kontakt under eksamen: Snorre Lindset
Tlf.: 95162391

Faglig kontakt møter i eksamenslokalet: Ja (16:00-16:30)

ANNEN INFORMASJON:

Skaff deg overblikk over oppgavesettet før du begynner på besvarelsen din.

Les oppgavene nøye, gjør dine egne antagelser og presiser i besvarelsen hvilke forutsetninger du har lagt til grunn i tolkning/avgrensing av oppgaven. Faglig kontaktperson skal kun kontaktes dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet. Henvend deg til en eksamensvakt hvis du ønsker å kontakte faglærer. Noter gjerne spørsmålet ditt på forhånd.

Vekting av oppgavene: Det framgår av oppgaveteksten hvor mye hver oppgave teller ved sensuren. Innenfor hver oppgave teller hvert delspørsmål likt.

Varslinger: Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspira. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst til høyre.

Trekk fra/avbrutt eksamen: Bli du syk under eksamen, eller av andre grunner ønsker å levere blankt/avbryte eksamen, gå til "hamburgermenyen" i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.

Tilgang til besvarelse: Etter eksamen finner du besvarelsen din i arkivet i Inspira. Merk at det kan ta én virkedag før eventuelle håndtegninger vil være tilgjengelige i arkivet.

1 Oppgave/Oppgave 1 (11,4%)

Faktoriser følgende uttrykk:

a) $x^2 - 4$

Velg ett alternativ

- $\pm\sqrt{x^2 - 4}$
- Ingen av alternativene
- $(x - 2)^2$
- $(x + 2)(x - 2)$
- $x = \pm 2$
- $(x + 2)^2$
- $x(x - 4)$

b) $4x^2 + 8x + 4$

Velg ett alternativ

- Ingen av alternativene
- $(2x + 1)^2$
- $4(x + 1)(x - 1)$
- $4(x + 1)^2$
- $(2 - x)^2$
- $4(x - 1)^2$
- $(x^2 + 2)^2$

c) $\frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x}$

Velg ett alternativ

- $\frac{1}{x}$
 $\frac{x^2+2x-2}{2x(x-1)}$
 $\frac{(x-2)^2}{x(x-1)}$
 Ingen av alternativene

- $-\frac{1}{x}$
 $\frac{2x^2-2x+1}{x(x-1)}$
 $-\frac{(x-2)^2}{x(x-1)}$

d) $\frac{1}{e^x-2} + \frac{e^x}{x^2}$

Velg ett alternativ

- $2xe^x - 2$
 $\frac{e^{2x}-2e^x+x^2}{x^2(e^x-2)}$
 $\frac{1+e^x}{e^x-2+x^2}$
 $\frac{(e^x+2)(x-2)}{x^2(e^x-2)}$
 $\frac{e^{2x}-2e^x+x^2}{x^2+e^x-2}$
 $\frac{e^x}{x^2(e^x-2)}$
 Ingen av alternativene

Maks poeng: 12

2 Oppgave/Oppgave 2 (11,4%)

Finn definisjonsmengden D_f og verdimengden V_f for følgende funksjoner:

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2}$

Velg ett alternativ:

- $D_f : -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$
- $D_f : -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$
- $D_f : x \geq \sqrt{2}$
- $D_f : x = \sqrt{2}$
- $D_f : x = \pm\sqrt{2}$
- Ingen av alternativene
- $D_f : -\infty < x \leq -\sqrt{2}$ og $\sqrt{2} \leq x < \infty$

Velg ett alternativ

- $V_f : (-\infty, -\sqrt{2}]$ og $[\sqrt{2}, \infty)$
- $V_f : (\sqrt{2}, \infty)$
- $V_f : [\sqrt{2}, \infty)$
- $V_f : (-\infty, \infty)$
- Ingen av alternativene
- $V_f : (0, \infty)$
- $V_f : [0, \infty)$

b) $f(x) = \frac{3}{3x-3}$

Velg ett alternativ

- D_f : Alle $x \neq -11$
- D_f : Alle $x \neq 3$
- Ingen av alternativene
- D_f : Alle $x \neq 1$
- D_f : $x > 1$
- D_f : Alle x
- D_f : $x \geq 1$

Velg ett alternativ

- V_f : Alle tall bortsett fra 1
- V_f : Alle negative tall
- V_f : Alle rasjonalle tall
- V_f : Alle tall bortsett fra 0
- V_f : Alle tall
- V_f : Alle positive tall
- Ingen av alternativene

c) $f(x) = \ln(x + 3)$

Velg ett alternativ

- $D_f : x > -3$
- $D_f : x < -3$
- $D_f : \text{Alle tall } x$
- $D_f : x < 3$
- $D_f : x > 3$
- $D_f : x > 0$
- Ingen av alternativene

Velg ett alternativ

- $V_f : [0, \infty)$
- $V_f : (-\infty, 0) \text{ og } (0, \infty)$
- $V_f : (0, \infty)$
- $V_f : (\infty, 0]$
- Ingen av alternativene
- $V_f : (\infty, 0)$
- $V_f : (-\infty, \infty)$

Maks poeng: 12

3 Oppgave/Oppgave 3 (7,6%)

Løs følgende likninger med henhold på x :

a) $2x + 4 = 8$

Velg ett alternativ:

- $x = 2$
- $x = \frac{1}{2}$
- $x = 1$
- $x = 0$
- $x = -2$
- Ingen av alternativene
- $x = -\frac{1}{2}$

b) $\frac{6x}{x^2+2} = 2$

Velg ett alternativ

- $x = 1$
- Ingen av alternativene
- $x_1 = 2, x_2 = 1$
- $x = -1$
- $x = 2$
- $x_1 = -2, x_2 = -1$
- $x = 0$

c) $\frac{6x-3}{x^2+3} = 0$

Velg ett alternativ

- Har ingen løsning
- $x = \frac{1}{2}$
- $x = -\sqrt{3}$
- Ingen av alternativene
- Uendelig mange løsninger
- $x = 2$
- $x = 0$

d) $e^{rx} = 2$

Velg ett alternativ

- $x = r - \ln 2$
- $x = \frac{\ln 2}{r}$
- $x = r + \ln 2$
- Ingen av alternativene
- $x = \ln 2$
- $x = \frac{r}{\ln 2}$
- $x = r \ln 2$

Maks poeng: 8

4 Oppgave/Oppgave 4 (17,1%)

Deriver følgende funksjoner med henhold på x :

a) $f(x) = \frac{7}{2}x^2 - 8x + \frac{1}{3}$

Velg ett alternativ:

- $f'(x) = \frac{7}{4}x - 8$
- Ingen av alternativene
- $f'(x) = 7x^2 - 8x$
- $f'(x) = 0$
- $f'(x) = 14x - 8$
- $f'(x) = -6x$
- $f'(x) = 7x - 8$

b) $f(x) = e^x \ln x$

Velg ett alternativ

- $f'(x) = e^x x \ln x$
- $f'(x) = e^x + \frac{1}{x}$
- $f'(x) = e^x \frac{1}{x}$
- Ingen av alternativene
- $f'(x) = e^x (\ln x + \frac{1}{x})$
- $f'(x) = x e^x \ln \frac{1}{x}$
- $f'(x) = 0$

c) $f(x) = e^{2x^2}$

Velg ett alternativ

- $f'(x) = 4xe^{2x^2-1}$
- $f'(x) = 2x^2e^{2x^2-1}$
- Ingen av alternativene
- $f'(x) = 4x + e^{2x^2}$
- $f'(x) = e^{4x}$
- $f'(x) = 2x^2e^{2x^2}$
- $f'(x) = 4xe^{2x^2}$

d) $f(x) = \frac{x^2+7}{\ln x}$

Velg ett alternativ

- $f'(x) = \frac{2x}{\ln x}$
- $f'(x) = x^2 + 7 - \frac{1}{x}$
- Ingen av alternativene
- $f'(x) = \frac{2x}{\frac{1}{x}}$
- $f'(x) = \frac{x^2+7}{\frac{1}{x}}$
- $f'(x) = \frac{2x \ln x - x - \frac{7}{x}}{(\ln x)^2}$
- $f'(x) = e^{\ln x} x^2$

e) $f(x) = \ln(7x^2)$

Velg ett alternativ

- Ingen av alternativene
- $f'(x) = \frac{2}{x^2}$
- $f'(x) = 2 \ln(7x)$
- $f'(x) = \frac{1}{7x^2}$
- $f'(x) = \frac{2}{x}$
- $f'(x) = 0$
- $f'(x) = \ln(14x)$

f) $f(x) = \ln(x\sqrt{x+1})$

Velg ett alternativ

- $f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$
- $f'(x) = ef(x)$
- $f'(x) = f(x)$
- $f'(x) = e\frac{1}{x\sqrt{x+1}}$
- Ingen av alternativene
- $f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{2(x+1)}$
- $f'(x) = \frac{1}{x\sqrt{x+1}}$

Maks poeng: 18

5 Oppgave/Oppgave 5 (7,6%)

Gitt informasjonen nedenfor, finn likningen til linjen som går gjennom punktet/punktene:

a) $(x_1, y_1) = (1, 1)$ og stigningstallet $a = 1$

Velg ett alternativ:

- $y = x^2$
- $y = 2x + 2$
- $y = 2x - 1$
- $y = x$
- $y = x + 1$
- $y = x - 1$
- Ingen av alternativene

b) $(x_1, y_1) = (1, 2)$ og $(x_2, y_2) = (2, -1)$

Velg ett alternativ

- $y = 3x$
- $y = 3x + 5$
- $y = -3x - 5$
- $y = 3x - 5$
- ingen av alternativene
- $y = -3x + 5$
- $y = -3x$

c) $(x_1, y_1) = (1, 1)$ og $(x_2, y_2) = (2, 1)$

Velg ett alternativ

- $y = -x + 1$
- $y = 2x + 2$
- $y = -x$
- Ingen av alternativene
- $y = x$
- $y = x + 1$
- $y = 1$

d) $(x_1, y_1) = (1, 1)$ og $(x_2, y_2) = (1, 2)$

Velg ett alternativ

- $y = -x$
- Koordinatene til en vertikal linje for $x = 1$
- $y = x + 2$
- $y = x$
- Ingen av alternativene
- $y = -x - 2$
- $y = 0$

Maks poeng: 8

6 Oppgave/Oppgave 6 (11,4%)

Gitt funksjonen $f(x) = 4x - e^{2x}$.

a) Finn eventuelle stasjonære punkt.

Velg ett alternativ

- $x = \frac{\ln 2}{2}$
- $x = 2$
- $x = \ln 2$
- Ingen av alternativene
- $x = e^2$
- Funksjonen har ingen stasjonære punkt
- $x = 1$

b) Hvis du fant et stasjonært punkt i spørsmål a), bruk andrederiverttesten til å avgjøre hvilket utsagn som er riktig.

Velg ett alternativ

- Ingen av alternativene.
- Fra spørsmål a) vet vi at funksjonen ikke har noen stasjonære punkt.
- Funksjonen er konkav og det er derfor et maksimumspunkt.
- Funksjonen er konveks og det er derfor et maksimumspunkt.
- Funksjonen er konkav og det er derfor et minimumspunkt.
- Funksjonen er konveks og det er derfor et minimumspunkt.
- Det er et trappepunkt.

c) Hva er den største verdien funksjonen $f(x)$ kan anta?

Velg ett alternativ

- 2.33
- e^2
- $2(\ln 2 - 1) \approx -0.6137$
- Ingen av alternativene
- $\ln 2$
- Funksjonen har kun et minimumspunkt og ikke noen maksimumspunkt.
- Funksjonen har ikke en maksimumsverdi.

Maks poeng: 12

7 Oppgave/Oppgave 7 (11,4%)

Gitt funksjonen $f(x) = x^3 e^x$.

a) Funksjonen har to stasjonære punkt. Finn disse punktene.

Velg ett alternativ:

- $x = -3, \quad x = 1$
- $x = 1, \quad x = 2$
- Ingen av alternativene
- $x = 0, \quad x = 3$
- $x = -1, \quad x = 1$
- $x = -3, \quad x = 3$
- $x = -3, \quad x = 0$

b) Klassifiser det første stasjonære punktet (det med minst x -verdi).

Velg ett alternativ

- Ingen av alternativene
- Nullpunkt
- Maksimumspunkt
- Trappepunkt
- Vendepunkt
- Sadelpunkt
- Minimumspunkt

c) Finn eventuelle vendepunkt for funksjonen.

Velg ett alternativ

- $x = -3 \pm \sqrt{3}$ og $x = 0$
- $x = -3 - \sqrt{3}$
- $x = -3 \pm \sqrt{3}$
- $x = -3 + \sqrt{3}$ og $x = 0$
- $x = -3 + \sqrt{3}$
- $x = -3 - \sqrt{3}$ og $x = 0$
- Ingen av alternativene

Maks poeng: 12

8 Oppgave/Oppgave 8 (7,6%)

Gitt funksjonen $f(x, y) = x^2 + y^3 + 6xy$.

a) Finn eventuelle stasjonære punkt for $f(x, y)$.

Velg ett alternativ:

- (0, 0) og (-18, -6)
- (0, 0) og (-18, 6)
- Ingen av alternativene
- (-18, 6)
- (0, 1) og (2, 3)
- (0, 0)
- (-18, -6)

b) Klassifiser eventuelle stasjonære punkt du fant i spørsmål a). Hvis du fant mer enn ett punkt, klassifiser det som har det største x -koordinatet.

Velg ett alternativ

- Sadelpunkt
- Høydepunkt
- Minimumspunkt
- Vendepunkt
- Maksimumspunkt
- Ingen av alternativene

Maks poeng: 8

9 Oppgave/Oppgave 9 (14,3%)

Gitt følgende problem: maks $\ln(xy)$ under bibetingelsen $x + 3y = 6$.

a) Fyll inn tallet for den optimale x -verdien (x^*): .

b) Fyll inn tallet for den optimale y -verdien (y^*): .

c) Den maksimale funksjonsverdien er gitt ved $\ln(x^*y^*) = \ln a$. Fyll inn verdien for a : .

d) Lagrangemultiplikatoren λ kan skrives som $\frac{c}{d}$. Fyll inn verdien for c : og verdien for d : .

Maks poeng: 15