

Tekst på bokmål

Oppgave 1 (teller 25 %)

Løs følgende ubestemte integraler:

a) $\int (6x^2 + 2x) dx$

b) $\int \frac{\text{Ln}(x)}{2x} dx$

c) $\int x^2 e^x dx$

d) Finn arealet mellom X-aksen og kurven

$$y = (x - 2)^2 + a$$

i intervallet fra $x = 0$ til $x = 4$ for henholdsvis $a = 4$ og $a = 0$.

Oppgave 2 (teller 25 %)

- a) Finn $\mathbf{A+B}$, \mathbf{AB} , og determinantene til \mathbf{A} , \mathbf{B} og \mathbf{AB} når

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

- b) Finn \mathbf{CD} , determinanten til \mathbf{CD} , og rangen til \mathbf{CD} når

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- c) Løs ligningssystemet

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$$

hvor

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

hvor m og n er konstanter og y og z er variabler. Hva blir løsningen for $m = 3$ og $n = 11$?

Oppgave 3 (teller 25 %)

Løs følgende differensialligninger:

a) $\dot{x} + 2x = -3$

b) $\dot{x} = \frac{4t}{x}, t \geq 1, x \geq 2$ og $x(1) = 2$ ($x = 2$ for $t = 1$)

c) $\ddot{x} - 3\dot{x} + 2x = 6$

Er ligningen globalt asymptotisk stabil?

Oppgave 4 (teller 25 %)

a) Finn stasjonærpunktet til $f(x,y)$ hvor

$$f(x,y) = 2x^2 - 4xy + 4y^2 - 4y$$

Er stasjonærpunktet et maksimumspunkt, et minimumspunkt eller et sadelpunkt? Begrunn svaret

b) Løs optimaliseringsproblemet

$$\text{Maksimer}_{x,y} \quad 5 - x^2 + 2xy - 2y^2 + 2y$$

gitt

$$x \leq 3$$

$$y \leq 2$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$