

Haakon Vennemo, Michael Hoel  
og Henning Wahlquist

# Analyse av systematisk usikkerhet i norsk økonomi

Concept rapport 32





**Haakon Vennemo, Michael Hoel  
og Henning Wahlquist**

# **Analyse av systematisk usikkerhet i norsk økonomi**

**Concept rapport 32**

© Concept-programmet 2013

Concept rapport nr. 32

## Analyse av systematisk usikkerhet i norsk økonomi

Haakon Vennemo, Michael Hoel og Henning Wahlquist

ISSN: 0803-9763 (papirversjon)

ISSN: 0804-5585 (nettversjon)

ISBN: 978-82-93253-13-6 (papirversjon)

ISBN: 978-82-93253-14-3 (nettversjon)

Sammendrag: Denne rapporten dokumenterer en studie av systematisk risiko i norsk økonomi. Man setter opp en enkel makroøkonomisk modell og simulerer hvordan ulike sjokk slår ut på sentrale størrelser som nasjonalinntekt (dvs. avkastning på nasjonalformuen) og lønn, kapitalinntekt og betalingsvillighet for ikke-markedsgode (dvs. avkastning på delformuer). Man finner at samvariasjonen mellom nasjonalinntekten og hver av de andre størrelsene varierer svært lite. Dette gjelder både på kort og lang sikt. Dette funnet tilsier at en ikke gjør noen stor feil om en i praktiske samfunnsøkonomiske analyser benytter en felles risikojustert diskonteringsrente for alle nytte- og kostnadsstrømmer – i tråd med hva et ekspertutvalg nylig har anbefalt (NOU2012:16).

Dato: 14. mars 2013

Utgiver: Concept-programmet  
Norges teknisk- naturvitenskapelige universitet  
7491 NTNU – Trondheim

Tel. 73594640  
[www.concept.ntnu.no](http://www.concept.ntnu.no)

Ansavret for informasjonen i rapportene som produseres på oppdrag fra Concept-programmet ligger hos oppdragstaker. Synspunkter og konklusjoner står for forfatternes regning og er ikke nødvendigvis sammenfallende med Concept-programmets syn.

## Forord

Håndteringen av systematisk usikkerhet har gjerne vært ansett som en av de mer krevende delene av en samfunnsøkonomisk analyse. Det har vært et krav at slik usikkerhet skal beregnes og korrigeres særskilt i analyser av store, statlige investeringsprosjekter. Dette i motsetning til i analyser av små prosjekter hvor en typisk har benyttet en felles, sjablongmessig risikojustert diskonteringsrente.

I studien som presenteres i denne rapporten har en sett nærmere på systematisk usikkerhet i norsk økonomi, ved å modellere usikkerheten i sentrale økonomiske størrelser som typisk inngår som nytte- og kostnadskomponenter i statlige investeringer. På denne grunnlag har en også utledet praktiske anbefalinger for gjennomføringen av samfunnsøkonomiske analyser.

Rapporten er utarbeidet av Haakon Vennemo (prosjektleder), Michael Hoel og Henning Wahlquist, alle fra Vista Analyse, og med Ingeborg Rasmussen som intern kvalitetssikrer hos Vista Analyse. Studien har også hatt en referansegruppe bestående av forskningssjef Gro Holst Volden og forsker Wenting Chen fra Concept-programmet.

Trondheim, 14. mars 2013

Knut Samset,  
Programansvarlig, Concept-programmet, NTNU

# Innhold

<b>Sammendrag .....</b>	<b>5</b>
<b>Summary .....</b>	<b>10</b>
<b>1. Teori .....</b>	<b>15</b>
1.1. Teoretisk utgangspunkt.....	15
1.2. En enkel modell.....	17
1.3. Planleggingsmodell.....	18
1.4. Etterberegninger.....	19
1.5. Beta, rente og sikkerhetsekvivalent .....	22
<b>2. Viktige empiriske forutsetninger .....</b>	<b>27</b>
2.1. Kort sikt.....	28
2.2. Lengre sikt .....	29
<b>3. Hovedberegning på kort sikt .....</b>	<b>30</b>
<b>4. Hovedberegning på lang sikt.....</b>	<b>33</b>
<b>5. Virkningen av større og mindre sjokk.....</b>	<b>34</b>
5.1. Sjokk i k-sektor .....	34
5.2. Sjokk i s-sektor.....	36
5.3. Sjokk i Pensjonsfond utland .....	39
5.4. En beregning med små sjokk .....	42
<b>6. Virkningen av ulike substitusjonsmuligheter i produksjonen ...</b>	<b>44</b>
6.1. Substitusjon i k-sektor .....	44
6.2. Substitusjon i s-sektor.....	46
<b>7. Virkningen av ulike substitusjons-muligheter i etterspørselen etter s- og k-varer.....</b>	<b>50</b>
<b>8. Virkningen av ulike substitusjons-muligheter mellom markedsgodet og ikke-markedsgodet.....</b>	<b>53</b>
<b>9. Diskusjon og implikasjoner for samfunnsøkonomisk prosjektevaluering .....</b>	<b>58</b>
<b>Referanser .....</b>	<b>60</b>
<b>Vedlegg 1 – Variabelliste.....</b>	<b>61</b>
<b>Vedlegg 2 – Utledning av CAPM.....</b>	<b>63</b>

<b>Vedlegg 3 – Kalibrering av modellens parametre.....</b>	<b>66</b>
<b>Vedlegg 4 – Stabilitet i Monte Carlo simuleringer .....</b>	<b>68</b>
<b>Vedlegg 5 – Ensektrormodell med konstante kostnadsandeler ....</b>	<b>69</b>

## Sammendrag

Investeringsprosjekter er utsatt for usikkerhet. Mange usikkerheter er usystematiske, det vil si spesifikke for det enkelte prosjekt, og dem kan samfunnsøkonomiske analyser se bort fra siden de forsvinner i den store mengden av nåværende og tidligere investeringsprosjekter som utgjør nasjonalformuen. Andre usikkerheter er systematiske og påvirker nasjonalformuens avkastning. Systematisk usikkerhet i et prosjekt bør tas hensyn til i samfunnsøkonomiske analyser, og det er prosjektets bidrag til nasjonalformuens usikkerhet som er av interesse.

I samfunnsøkonomiske analyser av investeringsprosjekter kan en enten ta hensyn til systematisk usikkerhet ”gjennom renta” eller ”gjennom kalkulasjonsprisene”. Bruk av renta innebærer i praksis å bestemme én parameter, nemlig usikkerhetsdelen av kalkulasjonsrenta (selv om man i prinsippet kan ha flere renter). Det gir en forholdsvis enkel, men samtidig stiv modellering av usikkerhet. Bruk av sikkerhetsekvivalenter innebærer å bestemme mange parametere, nemlig sikkerhetsekvivalentene knyttet til hver inntekts- og utgiftskomponent. Til gjengjeld kan usikkerheten i hver komponent modelleres individuelt.

De første arbeidene om kalkulasjonsrenta i Norge anbefalte en sats som avspeilet industriens kapitalavkastning og som også ble vurdert å være konsistent med konsumenters spareavveininger (Johansen, 1967; NOU 1983:25). Anbefalingen var en årlig realrentesats på 10, senere 7 prosent. Satsene inkluderte industriens kompensasjon for risiko og betød i praksis å ta hensyn til usikkerhet «gjennom renta». I den grad usikkerhet var inne i bildet, var vurderingen at alle prosjekter var omtrent like risikable.

Over tid vokste det imidlertid fram en bekymring for at dette ble for omtrentlig fordi enkelte offentlige prosjekter bidrar til systematisk usikkerhet i stor grad, andre i liten grad. En periode prøvde man seg med å plassere prosjekter i kategorier etter risikograd, for deretter å justere gjennom renta i henhold til risikograd (NOU 1997:27, NOU 1998:16). I Finansdepartementets veileding til KS1-utredninger heter det: *«Leverandøren skal utføre en samfunnsøkonomisk analyse av alternativene i henhold til Finansdepartementets veileding. Som inngangsdata i analysen inngår forventningsverdiene fra usikkerhetsanalysen/-beregningene, samt den stokastiske spredning knyttet til de systematiske usikkerhetselementene... Med en slik direkte beregning av den systematiske usikkerhet bortfaller behovet for å vurdere plassering i risikoklasse ved fastsettelsen av diskonteringsrenten.»* Denne passusen, og særlig den siste setningen, kan tolkes som at det åpnes opp for å ta hensyn til usikkerhet ved hjelp av sikkerhetsekvivalenter.

En ny offentlig utredning (NOU 2012:16), avrunder foreløpig den faglige diskusjonen med en anbefaling om en standardisert risikojustert realrente (som i prinsippet er ekvivalent med en konstant sikkerhetsekquivalentfaktor): ”*til bruk i samfunnsøkonomisk analyse av et normalt offentlig tiltak, som et samferdselstiltak, vil en reell risikojustert kalkulasjonsrente på 4 prosent være rimelig for virkninger de første 40 år fra analysetidspunktet*”.

### **Er nytte- og kostnadskomponenter usikre i samme grad?**

Historien viser altså at tyngdepunktet i den faglige diskusjonen flytter seg frem og tilbake mellom rente og sikkerhetsekquivalent (eller egentlig; mellom «enkel anbefaling» som passer for et gjennomsnittsprosjekt versus separat modellering av systematisk risiko for den enkelte investering). Rente gir færre parametere å bestemme, men mindre fleksibilitet. Sikkerhetsekquivalenter gir fleksibilitet, men flere parametere å bestemme. I denne situasjonen kan et nyttig bidrag være å studere hvordan det systematiske usikkerhetsbildet i norsk økonomi egentlig er. Er de viktigste nytte- og kostnadskomponentene rent faktisk usikre i forskjellig grad, noe som taler for å bruke sikkerhetsekquivalenter? Eller er usikkerheten forholdsvis lik mellom komponenter, noe som taler for å bruke renta?

Bortsett fra et tidlig arbeid av Halleraker (1995) er vår utredning så vidt vi vet det første forsøket på å belyse denne problemstillingen i Norge. Vi setter opp en økonomisk likevektsmodell for en liten åpen økonomi med to sektorer, skjermet og konkurransutsatt. Økonomien utsettes for normalfordelte og uavhengige produktivitetssjokk i sektorene, og omvurderingssjokk i Pensjonsfond Utland. Som følge av sjakkene oppstår fordelinger av nasjonalinntekt, lønn, kapitalinntekt, og fordeling av betalingsvillighet for et ikke-markedsgode vi kaller tid. På dette grunnlag kan vi utlede samvariasjonen mellom lønn, kapitalinntekt og betalingsvillighet på den ene side, og nasjonalinntekt på den annen side. Nasjonalinntekt tolkes som avkastning på nasjonalformuen, og de andre størrelsene tolkes som avkastning på hver sine formuesobjekter. Samvariasjonen mellom størrelsene gir dermed grunnlag for å vurdere om viktige nytte- og kostnadskomponenter er usikre i forskjellig grad, eller i noenlunde samme grad.

### **Komponentene er usikre i samme grad, så bruk gjerne renta**

Våre tall tyder klart på at viktige nytte- og kostnadskomponenter er usikre i noenlunde samme grad (tabell A).

Tabell A Effektiv rente for viktige nytte- og kostnadselementer

Komponent	Effektiv rente
Arbeidskraft	4,2
Kapital totalt	4,3
Ikke-markedsgode	4,0

Merknad: Ved normal kalkulasjonsrente på fire prosent.

Med utgangspunkt i en normal kalkulasjonsrente (avkastning på nasjonalformuen) lik fire prosent som foreslått i NOU (2012:16) kommer vi frem til hvilken effektiv rente som viktige nytte- og kostnadselementer egentlig bør ha. Den effektive renta oppsummerer effekten av normalrente og sikkerhetsekvivalenter. Vi ser at de effektive rentene er svært nære normalrenta fire prosent.

Gitt modellens stiliserte natur skal en ikke legge for stor vekt på de forskjellene som oppstår mellom komponenter. Vår anbefaling er å bruke renta til å anslå usikkerhet i de fleste prosjekter. For tiden er altså forslaget til kalkulasjonsrente inklusive usikkerhet de nærmeste 40 årene lik med fire prosent. Eventuelt kan en gjerne bruke sikkerhetsekvivalenter, men de bør da for praktiske formål være like og tilpasses slik at den effektive renta er fire prosent.

Vi tar ikke stilling til om fire prosent er et riktig nivå for normal kalkulasjonsrente inklusive usikkerhet. Den eneste funksjonen den har for våre resultater, er å gi dem et nominelt anker. Uansett kalkulasjonsrente inklusive usikkerhet tyder tallene på at komponentene kan behandles likt og at renta derfor kan brukes.

### Kortsiktige versus langsiktige prosjekter

Vi har gjort en hel del følsomhetsanalyser og modellresultatene er generelt sett robuste overfor størrelsen på sjokk og størrelsen på substitusjonselastisiteter i etterspørsel og produksjon. Blant annet har vi laget en beregning vi kaller «lang sikt». Lang sikt kan for eksempel være ti år. Beregningen i tabell A blir da «kort sikt». Beregningen lang sikt er motivert av at usikkerheten for viktige faktorer muligens ikke øker eksponentielt i og med at gode og dårlige perioder går mot hverandre. Vi tenker oss likevel at usikkerheten på lang sikt er 50-100 prosent større enn på kort sikt. Vi tenker oss også at økonomien på lang sikt er mer fleksibel enn på kortere sikt og antar substitusjonselastisitet i produksjonen lik 1,0, istedenfor 0,5 som vi hadde på kort sikt.

Tabell B indikerer at resultatene er meget robuste overfor disse endringene.

Tabell B Effektiv rente for viktige nytte- og kostnadselementer på kort og lang sikt

Komponent	Kort sikt	Lang sikt
Arbeidskraft	4,2	4,2
Kapital	4,3	4,3
Ikke-markedsgode	4,0	4,0

Merknad: Gitt normal kalkulasjonsrente på fire prosent.

Resultatene peker derfor i retning av renta bør brukes til å håndtere usikkerhet ikke bare på kort sikt, men også på ti års sikt. Etter hvert som man går lengre ut i tid, passer våre modellforutsetninger dårligere. På bakgrunn av våre resultater er det likevel lite som skulle tilsi at man på svært lang sikt bør gå over til å bruke sikkerhetsekvivalenter. Et helt annet forhold er at den normale kalkulasjonsrenta selv kan tenkes å gå ned på lang sikt. Det tar vi ikke stilling til her, se NOU 2012:16 for diskusjon.

## Spesielle prosjekter

Vår anbefaling er dermed at det i de fleste prosjekter ligger til rette for å håndtere usikkerhet gjennom renta. Spesifikt gjelder det

- Alle prosjekter der det bare er kostnadssiden som prises. Vi har undersøkt de store kostnadskomponentene, arbeid og kapital, og resultatene er som gjengitt i tabell A og B: Det er liten eller ingen forskjell på kostnadskomponentene. De fleste prosjekter har tillegg kostnader knyttet til produserte innsatsvarer. Det påvirker ikke anbefalingen.
- Alle prosjekter der nytten måles som markedsinntekt.
- De fleste prosjekter der nytten er knyttet til tid, miljø, ulykker, sikkerhet og eventuelle liknende former for betalingsvillighet. Våre resultater tyder på at betalingsvillighetens usikkerhet håndteres godt via renta. Vi har ikke undersøkt tilfellet der kvantum avhenger av usikkerhet, og slik sett har vi holdt oss til det som av og til blir kalt lite konjunkturutsatt prosjekt. Likevel kommer vi altså fram til at renta kan brukes. I enkelte prosjekter kan kvantum påvirkes av usikkerhet (for eksempel en vei som benyttes mer i enkelte økonomiske situasjoner enn i andre). Volatiliteten i avkastningen blir da noe større. Uten å ha undersøkt saken, vet vi ikke om det gjør utslag i praksis.

Det kan finnes prosjekter med en såpass avvikende usikkerhetsprofil på enkelte nytte- og kostnadsstrømmer at man likevel bør bruke sikkerhetsekvalenter. Det gjelder etter vår vurdering særlig

- Prosjekter som inneholder nytte- eller kostnadsstrømmer som er helt sikre over tid. I slike prosjekter bør den sikre delen diskonteres med den sikre delen av kalkulasjonsrenta. Resten av prosjektet diskonteres med vanlig kalkulasjonsrente og sikkerhetsekvalenter per tidsenhet lik én. Sikkerhet kan for eksempel oppstå pga kontraktsforhold.
- Prosjekter hvis nytte er lav i en alminnelig økonomisk situasjon, men høy i en for landet dårlig økonomisk situasjon. Det er altså snakk om prosjekter som bidrar til forsikring mot en dårlig økonomisk situasjon for landet. Slike prosjekter kan en i oljenasjonen Norge kanskje finne innenfor næringsutvikling for det tilfellet at oljeprisen svekkes, og enkelte prosjekter innenfor klima. Dersom det er tilfellet at prosjektnytten bidrar til forsikring mot en dårlig økonomisk situasjon for landet, bør en bruke sikkerhetsekvalenter på prosjektnytten tilsvarende en rente som er lavere enn det sikre tilfellet.

## Summary

### **Analysis of systematic uncertainty in the Norwegian economy**

Investment projects are subject to uncertainty. Many uncertainties are unsystematic, i.e., they are specific to each project, and can be ignored in Cost-Benefit Analyses because they disappear in the large portfolio of current and former investment projects that constitute the national wealth. By contrast, other uncertainties are systematic and therefore affect the total return on society's investments. Systematic uncertainties in a project should be taken into account in Cost-Benefit Analyses, and it is the project's contribution to total uncertainty in the national wealth that is of interest.

In Cost-Benefit Analyses of investments projects, systematic uncertainty can be taken into account either "through the discount rate" or "through calculation prices" (use of certainty equivalents (CEs)). Using the discount rate means in practice to determine one parameter only, namely the risk premium of the discount rate (even if, in principle, there could be several discount rates). It provides a relatively simple yet stiff and inflexible way to model uncertainties. Using calculation prices means to determine many parameters, namely the CEs associated with each cost and benefit element. This is more work, but in return, the uncertainty in each component can be modeled individually.

The first studies of discount rates in Norway recommended a rate that reflected the private sector's return on capital, and that was also considered consistent with consumers' saving behavior (Johansen, 1967; NOU 1983:25). The recommendation was an annual real discount rate of 10 percent, which later became 7 percent. The discount rate was supposed to include compensation for risk, and in practice meant accounting for uncertainty "through the discount rate." However, to the extent that uncertainty was assessed, it was assumed that all projects had the same risk level.

Over time, there was a growing concern that a common discount rate for all investments was too inaccurate, because some public projects contributed more to the systematic uncertainty than others. For a period, another solution was tested; projects were placed into categories according to risk level, and for each category there was a matching risk-adjusted discount rate (NOU 1997:27; NOU 1998:16).

A recent review from a committee appointed by Royal Decree (NOU 2012:16) recommends the use of a standardized real risk adjusted discount rate: "*for use in Cost-Benefit Analysis of a normal public intervention, as for example a transport infrastructure*

*project, a real risk adjusted discount rate of 4 percent is reasonable for the effects in the first 40 years from the time of the analysis.”*

**Are the different components in a Cost-Benefit Analysis uncertain to the same degree?**

History shows that the discussion goes back and forth between the discount rate and certainty equivalents (or rather, between “a simple rule” that is appropriate for an average project versus separate modeling of the systematic risk of each investment). The discount rate implies fewer parameters to be determined, but also less flexibility. CEs provide flexibility, but more parameters must be determined. In such situations, a useful contribution is to study how systematic uncertainty actually affects the Norwegian economy. If the main benefit and cost components are uncertain to differing degrees, the use of CEs is favored. By contrast, if uncertainty is relatively similar between components, the discount rate is favored.

Apart from the early work of Halleraker (1995), to our knowledge, our study is the first attempt to examine this issue in Norway. We set up an economic equilibrium model for a small open economy with two sectors: sheltered and competitive. The Norwegian economy is exposed to normally distributed and independent productivity shocks in both sectors and shocks to the Government Pension Fund. As a result of the shocks, distributions of national income, wages, capital income, and willingness to pay for non-market goods (“time”) occur. On this basis, we derive the correlation between wages, capital income, and willingness to pay on the one hand, and national income on the other hand. National income is interpreted here as the return to the national wealth, and the other variables are interpreted as the return on sub-assets of the national wealth. The correlation between these variables gives a basis for assessing whether the key benefit and cost components are uncertain to differing degrees or to about the same extent.

**If the components are uncertain to the same degree, use the discount rate.**

Our figures indicate clearly that the major benefit and cost components are uncertain to about the same extent (Table A).

Table A. Effective rate of return for important cost and benefit items

Component	Rate of return
Labor	4.2
Total capital	4.3
Non-market good	4.0

Note: A normal discount rate of 4 percent is assumed.

Given a normal discount rate (return of national wealth) equal to 4 percent, as proposed in NOU 2012:16, we arrive at an effective discount rate for the most important cost and benefit components. The effective discount rate summarizes the effect of a normal discount rate and certainty equivalents. Table A shows that the rates are very close to the normal rate of 4 percent.

Given the stylized nature of our model, one should not place too much emphasis on the differences that occur between components. Our recommendation is to use discount rates to correct for systematic uncertainty in most projects. Currently, the proposed risk-adjusted discount rate is 4 percent. Alternatively, CEs can be used, but for practical purposes they should be equal and adjusted so that the effective discount rate is 4 percent.

We do not take a position on whether 4 percent is an appropriate level for the normal, risk-adjusted discount rate. The only effect it has on our results is to give them a nominal anchor. Whatever the normal discount rate is, our figures indicate that the components can be treated equally and that the discount rate can be used.

### Short-term versus long-term projects

We have performed a large number of sensitivity analyses, and have found that the model results are generally robust to the size of the shock and the size of substitution elasticities in demand and production. Among others, we have performed a calculation called “long term.” By long term, we mean, for example, ten years. The calculations in Table A are thus “short term.” The “long-term” calculation is motivated by the fact that the systematic uncertainty may not necessarily increase exponentially in that good and bad periods offset one another. However, we assume that the uncertainty in the long term is 50–100 percent larger than in the short term. We assume also that the economy in the long term is more flexible than in the shorter term, and we assume a substitution elasticity in production of 1.0, instead of 0.5 as we had in the short term. Table B indicates that the results are very robust to the aforementioned changes.

Table B Effective rate of return in the short term and long term

Component	Short term	Long term
Labor	4.2	4.2
Capital	4.3	4.3
Non-market good	4.0	4.0

Note: A normal discount rate of 4 percent is assumed.

The results thus indicate that discount rates should be used to adjust for systematic risk not only in the short term, but also in 10 years time. With increasing time period, our model assumptions correspondingly fit to a lesser extent. On the basis of our results, there is still little to indicate that it is better to switch to using CEs in the long run. A whole other issue is that the normal discount rate itself should probably decline in the long term. We take no position here; see NOU 2012:16 for discussion.

### Special projects

Our recommendation is that in most projects an appropriate way to deal with systematic uncertainty is to use a risk-adjusted discount rate. More specifically this applies to:

- Projects where only the cost side is priced. We have examined the major cost components, labor and capital, and the results are shown in Tables A and B: There is little or no difference in the cost components. Most projects have additional costs associated with intermediate goods. This does not affect the recommendation.
- Projects where the benefit is measured as market income.
- Most projects where the benefit is related to time, environment, accidents, safety, and any similar forms of willingness to pay. Our results suggest that uncertainty in willingness to pay is handled well through the discount rate. We have not examined the case where the quantity is also uncertain (not only the price), and thus we have limited the study to projects with relatively low systematic risk. Still, we conclude that the discount rate can be used. In some projects, the quantity can be affected by uncertainty (e.g., a road used more in boom times than in recessions. The volatility will then be somewhat higher. Without having investigated this, we do not know if it makes impact in practice.

There may be projects with a risk profile that is so different that certainty equivalents should still be recommended. In our view, this is particularly the case for the following:

- Projects with cost-benefit flows that are completely certain over time. In such projects, the risk-free part of the normal discount rate should be used for the components that are certain. The rest of the project should be discounted with the normal discount rate and CEs per unit of time equal to one. For example, full certainty may occur due to contracts.
- Projects with benefit flows that are low in a normal economic situation, but high in a recession. In such cases we talk about projects that function as “insurance” against a bad economic situation for the country. In Norway, such projects can be found within the area of “regional development” (in the event that oil prices go down) and certain projects to reduce the global climate problem. In cases where the project benefits contribute to insurance against a bad economic situation for the country, CEs should be used on these benefit components, equivalent to a discount rate that is lower than the normal discount rate.

# 1. Teori

## 1.1. Teoretisk utgangspunkt

Oppgaven går altså ut på å analysere den systematiske usikkerheten til viktige komponenter i et offentlig prosjekt. Vi har i tankene et prosjekt med følgende nåverdi:

$$NV = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{a_t p_{Tt} T_t - b_t w_t L_t - c_t p_{Jt} J_t}{\prod_{i=0}^t (1+r_i^*)} \quad (1)$$

Her er  $T$  et resultat av prosjektet og vi skal kalle dette resultatet for tidsbesparelse. (En liste over alle variable brukt i notatet følger som vedlegg 1.)  $T$  kan også være miljøforbedring, ulykkesreduksjon eller noe annet. For den sakens skyld kan  $T$  også være et markedsode. Den systematiske risikoen til  $T$  vil avhenge av hva  $T$  er. Med tolkning som tidsbesparelse blir  $p_T$  betalingsviljen for en enhets tidsbesparelse.  $wL$  er prosjektets lønnskostnad.  $p_J$  er kostnader til investeringer. Størrelsene  $a$ ,  $b$ , og  $c$  er sikkerhetsekvivalentene knyttet til tidsbesparelse, lønnsutgift og investeringsutgift. Endelig er  $r^*$  rentesatsen på sikre plasseringer, eller kortere: sikker rente. Alle størrelsene er tidsdaterte. Dersom  $T_0=0$  så gir ikke prosjektet nytteverdi i periode null, bare (bygge)kostnader. Dersom  $T$ ,  $L$  og  $J$  er null etter 20 år, er prosjektet slutt etter 20 år. Osv. Likning (1) er således ganske fleksibel.

I et reelt prosjekt vil det være flere  $T$ -er og flere kostnadskomponenter, for eksempel energi og materielle utgifter. De kan lett legges til uten at det forandrer resonnementene.

I dette prosjektet er oppgaven å gi tallmessig bakgrunn for å undersøke om  $a$ ,  $b$  og  $c$  er forskjellige, og eventuelt også fastlegge  $a, b, c$ . Vi konsentrerer oss om toperiodeversjonen av (1). I periode 0 skjer det bare en initial prosjekteinvestering. Den påfølgende investering  $J$  kan være en følgeinvestering, oppgradering osv.

$$NV' = -J_0 + \frac{ap_T T}{1+r^*} - \frac{bwL}{1+r^*} - \frac{cp_J J}{1+r^*} \quad (2)$$

$NV'$  er altså et spesialtilfelle av den mer generelle  $NV$ .

Fordelen ved å bruke sikkerhetsekvivalenter til å indikere prosjektets risiko kommer tydelig fram av (2): Istedentfor en felles usikkerhetsindikator i renta, har prosjektet tre faktorer  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , som kan utnyttes til å gi usikkerheten en nyansert form.  $a$ ,  $b$  og  $c$  er knyttet til hver av de viktige komponentene i prosjektet, nemlig tidsbesparelse på nyttesiden, og lønns- og kapitalkostnader på kostnadssiden.

Til senere bruk er det nyttig å definere effektive rentesatser  $r_T$ ,  $r_L$  og  $r_J$ :

$$\begin{aligned} r_T &= r^* + \frac{(1+r^*)(1-a)}{a} \\ r_L &= r^* + \frac{(1+r^*)(1-b)}{b} \quad (3) \\ r_J &= r^* + \frac{(1+r^*)(1-c)}{c} \end{aligned}$$

Effektive rentesatser brukes blant annet i såkalt delkontantstrømsdiskontering. Vi kan nemlig skrive

$$NV' = \frac{p_T T}{1+r_T} - \frac{wL}{1+r_L} - \frac{p_J J}{1+r_J} \quad (4)$$

Likning (4) forklarer implisitt hvor likning (3) «kommer fra».

Likning (3) kan alternativt skrives ved hjelp av CAPM-likningen (se vedlegg 2)

$$\begin{aligned} r_T &= r^* + \beta_T (r - r^*) \\ r_L &= r^* + \beta_L (r - r^*) \quad (5) \\ r_J &= r^* + \beta_J (r - r^*) \end{aligned}$$

I (5) er  $r$  avkastningen på nasjonalformuen, den gjennomsnittlige avkastningen i økonomien.  $\beta_i = \frac{\text{cov}(r_i, r)}{\text{var } r}$   $i = T, L, J$  er kjent som ”beta”.

Ved å kombinere (2) og (4) ser vi at sikkerhetsekvivalentene  $a$ ,  $b$ ,  $c$  også kan uttrykkes ved hjelp av de effektive rentesatsene og beta:

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{1+r^*}{1+r_T} = \frac{1+r^*}{1+r^* + \beta_T(r-r^*)} \\
 b &= \frac{1+r^*}{1+r_L} = \frac{1+r^*}{1+r^* + \beta_L(r-r^*)} \\
 c &= \frac{1+r^*}{1+r_J} = \frac{1+r^*}{1+r^* + \beta_J(r-r^*)}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Det som videre trengs er å beregne kovariansen mellom avkastningen på hver komponent, og avkastningen på markedsporteføljen.

## 1.2. En enkel modell

Neste steg er å sette opp en enkel modell for norsk økonomi som kan brukes til å beregne de sentrale kovariansene i «periode 1». Vi har satt opp en slik modell, og i denne forbindelse lagt vekt på følgende forhold:

- Modellen er enkel, dvs det er en statisk frikonkurransemodell med egenskaper kjent fra økonomiske lærebøker.
- Modellen skiller mellom skjermet og konkurranseutsatt sektor. Konkurranseutsatt sektor er lik industri. Dette er i tråd med tolkningen som nå brukes for eksempel i teknisk beregningsutvalg. Skjermet sektor er lik de øvrige næringene. I skjermet sektor er tjenestenæringene sentrale, herunder offentlige tjenester. I tillegg finner vi primærnæringene her, men de er små i sammenlikning med tjenestene.
- Kapitalen i hver sektor er eksogen fra perioden før, arbeidskraft flyter endogent mellom sektorene.
- Modellen inneholder tre sjokkvariable, en for hver kilde til inntekt i økonomien. En sjokkvariabel er en stokastisk variabel med forventning én som multipliseres med inntektskilden.
- Modellen tar hensyn til handlingsregelen for bruk av petroleumsinntekter.

Resultatet er en modell som likner den man ofte bruker til å beskrive virkninger av å bruke petroleumsinntekter i norsk økonomi («oljemodellen»). Modellen har også trekk felles med «frontfagsmodellen» (også kalt Aukrustmodellen), som fortsatt utgjør det intellektuelle rammeverket for lønnsoppgjørene her i landet. Modelleringen av sjokk har fellestrekks med realkonjunkturmodeller, en teoritradisjon for å forklare konjunkturer.

Kapital er eksogen fordi vi tenker oss at investeringene i s- og k-sektor blir gjort i perioden før lønnsomheten i form av priser og kostnader blir kjent. Dette er parallelt med vår forutsetning om prosjektet.

Den medfølgende regnearkmodellen er programmert i vanlig Excel. Excel løser frikonkurransemøller som planleggingsproblemer. Vi setter opp den teoretiske modellen på samme måte.

### 1.3. Planleggingsmodell

$$\begin{aligned}
 \max S(S_s, S_k) &= (\lambda_s^{1-\rho_{ss}} S_s^{\rho_{ss}} + \lambda_k^{1-\rho_{ss}} S_k^{\rho_{ss}})^{1/\rho_{ss}} \quad s.t \\
 S_s &= X_s \\
 X_s &= \varepsilon_s (A_s + B_s L_s^{\rho_s})^{1/\rho_s} \\
 X_k &= \varepsilon_k (A_k + B_k L_k^{\rho_k})^{1/\rho_k} \\
 p_k S_k &= p_k X_k + r_F F \\
 L_s + L_k &= L \\
 F &= \varepsilon_F F^0
 \end{aligned} \tag{7}$$

Her er  $S_k$  og  $S_s$  shuttleveringer i s- og k-sektor, og  $S$  er en aggregatofunksjon («nyttefunksjon») over disse.<sup>1</sup> Aggregatofunksjonen er CES.<sup>2</sup> Shuttleveringene rommer forbruk og investering, slik at investeringer med formål periode 2 er gjemt her.  $X_s$  og  $X_k$  er produksjon i s- og k-sektor. Disse er CES-funksjoner med arbeidskraft  $L_s$  og  $L_k$  som variable faktorer. Kapitalbasen er inneholdt i leddene  $A_s$  og  $A_k$ .  $r_F$  er normalavkastningen på Statens pensjonsfond utland.  $F$  er selve fondet.

Planleggingsmodellen har syv likninger og syv endogene variable  $X_s, X_k, S_s, S_k, L_s, L_k, F$ . Den har tre eksogene sjokkvariable  $\varepsilon_k, \varepsilon_s, \varepsilon_F$ . Deres rolle er å generere systematisk usikkerhet i økonomien.  $\varepsilon_k$  symboliserer produktivitetssjokk i k-sektor. I dette ligger det også terms-of-trade sjokk av den typen man ser når importen blir billigere i forhold til eksporten<sup>3</sup>. Økt betalingsvillighet for norske konkurranseutsatte produkter kan også ligge her.  $\varepsilon_s$  er produktivitetssjokk i s-sektor. S-sektor består av mange underliggende delsektorer og vi kan ha korrelerte produktivitetssjokk i hver av disse, eller sjokk som er felles

<sup>1</sup> Shuttlevering i en sektor brukes her som summen av forbruk og investeringer i sektoren.

<sup>2</sup> CES står for constant elasticity of substitution. Den er en mye brukte funksjonsform i anvendte økonomiske modeller fordi den er fleksibel samtidig som den innenfor rimelighetens grenser gir etterspørselsfunksjoner med intuitivt rimelige egenskaper.

<sup>3</sup> Det er tale om endringer innad blant prisene på konkurranseutsatte varer. Prisen på aggregatet av konkurranseutsatte varer er numeraire i modellen.

for dem alle.<sup>4</sup> Vi skal likevel ikke legge mer i den empiriske tolkningen enn nødvendig. Produktivitetssjokk i s-sektor er først og fremst en hensiktsmessig måte å generere systematisk usikkerhet på. Samme tilnærming brukes for eksempel i en del realkonjunkturmodeller.

Det er verdt å merke seg at modellen bruker handlingsregelen til å integrere petroleumsinntekter. Det betyr at et sjokk i oljeinntektene bare påvirker realøkonomien i Norge i den utstrekning sjokk i oljeinntektene leder til sjokk i pensjonsfondet  $F$ . Dette er en viktig forutsetning fordi mange verbale resonnementer omkring systematisk risiko for norsk økonomi legger opp til at det er viktig å følge samvariasjonen mellom den størrelsen man er interessert i, og petroleumsinntektene. I vår modell gjelder altså dette resonnementet bare indirekte, via  $F$ . Andre årsaker til sjokk i  $F$  ( $\varepsilon_F$ ) er konjunkturer og manglende realavkastning ute som fører til omvurdering av formuen. Vi kaller derfor sjokk i  $F$  for omvurderingssjokk.

## 1.4. Etterberegninger

Planleggingsmodellen utgjør den simultane kjernen for våre beregninger, men det er behov for å regne ut flere variable. Formelt sett blir dette etterberegninger til den simultane kjernen.

### Prisene $p_s$ og $w$

Vi velger prisen i konkurranseysatt sektor  $p_k$  som numeraire i modellen, og utleder  $p_s$  og  $w$ .<sup>5</sup>

Siden Excel ikke gir oss disse prisene, finner vi  $p_s$  og  $w$  ved å regne ut førsteordensbetingelsene knyttet til aggregatofunksjonen  $S(p_s)$ , og arbeidskraft ( $w$ ):

---

<sup>4</sup> Dette innebærer at *dersom* vi hadde hatt flere s-sektorer, ville vi nøyd oss med å studere et perfekt korrelert sjokk på tvers av disse sektorene. Dette er ikke så innsnevrende som det høres ut, for vi har den lille k-sektoren til å vise hva som skjer dersom økonomien utsettes for et sjokk i en liten sektor.

<sup>5</sup> Alternativt kan  $p_k$  – valuta – tolkes som modellens penger.

$$\begin{aligned}
S_k &= \frac{p_k^{-\sigma_{ss}}}{(\lambda_s p_s^{1-\sigma_{ss}} + \lambda_k p_k^{1-\sigma_{ss}})} \lambda_k R \\
S_s &= \frac{p_s^{-\sigma_{ss}}}{(\lambda_s p_s^{1-\sigma_{ss}} + \lambda_k p_k^{1-\sigma_{ss}})} \lambda_s R \\
\Rightarrow \frac{S_k}{S_s} &= \frac{p_s^{\sigma_{ss}} \lambda_k}{p_k^{\sigma_{ss}} \lambda_s} \Leftrightarrow p_s = p_k \left( \frac{\lambda_s S_k}{\lambda_k S_s} \right)^{1/\sigma_{ss}} \\
w &= p_k \frac{dX_k}{dL_k} = p_k \varepsilon_k (A_k + B_k L_k^{\rho_k})^{\frac{1}{\rho_k} - 1} B_k L_k^{\rho_k - 1} = p_k B_k \left( \frac{X_k}{L_k} \right)^{1/\sigma_k}
\end{aligned} \tag{8}$$

Størrelsen  $\sigma_{ss} = \frac{1}{1 - \rho_{ss}}$  er substitusjonselastisiteten mellom  $S_s$  og  $S_k$ , altså substitusjonselastisiteten på etterspørrelssiden.  $\sigma_k = \frac{1}{1 - \rho_k}$  er substitusjonselastisiteten på produksjonssiden, for k-sektor. En tilsvarende substitusjonselastisitet finnes for s-sektor.

### Nasjonalinntekt $R^*$ og normert nasjonalinntekt $R$

I (8) er ikke  $R$  definert. Normert nasjonalinntekt  $R$  finnes ved hjelp av nasjonalregnskapets definisjoner. Den er lik produksjonsinntekt fra s- og k-sektor, pluss normert fondsavkastning:

$$R = p_k X_k + p_s X_s + r_f F \tag{9}$$

Det kan vises at den normerte nasjonalinntekten er lik med den etterspørselsgenererende inntekten i modellen, altså  $R$  i (8).

Den korrekte nasjonalinntekten  $R^*$  finnes ved hjelp av nasjonalregnskapets definisjoner.

$$\begin{aligned}
I &= p_o X_o + r_f F + p_k X_k - p_k S_k \\
R^* &= p_s S_s + p_k S_k + I \\
R^* &= p_s X_s + p_k X_k + p_o X_o + r_f F \\
R^* &= R + (r_f - r_f) F + p_o X_o
\end{aligned} \tag{10}$$

Vi ser ikke på sjokk i oljeprisen  $p_0$  eller den reelle fondsavkastningen  $r_f$ , men lar slike forhold representeres av sjokk i  $F$ . Dermed blir varians- og kovariansmål de samme enten de involverer  $R$  eller  $R^*$ .<sup>6</sup>

### Etterspørsel etter gode $T$ utenom markedet, og betalingsvillighet $p_T$

Vi antar at etterspørselen etter  $T$  er generert av en CES nyttefunksjon på toppnivå. Med andre ord avveies ikke-markedsgodet  $T$  mot aggregatet av markedsgoder  $S$ .

$$U = (\lambda_T^{1-\rho_T} T + \lambda_{ss}^{1-\rho_T} S)^{1/\rho_T} \quad (11)$$

I forhold til det vi vanligvis kjenner fra økonomisk teori, er imidlertid situasjonen snudd litt på hodet: I vårt opplegg residualbestemmes  $U$  gitt den maksimerte  $S$ , og gitt tilgjengelig  $T$ .<sup>7</sup> Den variabelen som tilpasser seg for å få dette til å gå sammen, er marginal betalingsvillighet for  $T$ ,  $p_T$ . Den eksogene  $T$  og den endogene  $p_T$  henger sammen på den måten at  $T$  er det kvantum man ville valgt dersom prisen var  $p_T$  og inntekten var  $E = p_T T + p_{ss} S$ . Størrelsen  $E$  kalles av og til hypotetisk inntekt («virtual income»).  $p_{ss}$  er prisindeksen for markedsgoder. Den bestemmes nedenfor. Via den hypotetiske maksimeringen finner vi, analogt med beregningen av  $S$

$$p_T = p_{ss} \left( \frac{\lambda_T S}{\lambda_{ss} T} \right)^{1/\sigma_T} \quad (12)$$

Parallelt med tidligere er substitusjonselastiteten  $\sigma_T = \frac{1}{1 - \rho_T}$ . Fra kalibreringen

har vi at  $\lambda_{ss} = \frac{p_{ss}^0 S^0}{E^0}$  og  $\lambda_T = \frac{p_T^0 T^0}{E^0}$ , se vedlegg 3. Toppskrift null betyr basisverdi, i motsetning til fotskrift null, som vi brukte over for å indikere periode. Vi antar at  $T = T^0$ , mao  $T$  er eksogen.<sup>8</sup> Videre har vi  $p_{ss}^0 = 1$ , se vedlegg 3. Det gir

<sup>6</sup> Dersom  $r_f$  er forskjellig fra  $r_F$  blir riktignok effekten av et sjokk i  $F$  noe forskjellig. I praksis er imidlertid avkastning  $r_f$  vanskelig å skille fra omvurderinger. For våre formål kan den betraktes som en fri variabel og settes lik den normerte avkastningen  $r_F$ .

<sup>7</sup> Å maksimere  $U$ , gitt  $T$ , gir selvsagt samme resultat som å maksimere  $S$  direkte.  $U$  gitt  $T$  er derfor en monoton transformasjon av  $S$  og vi kan like gjerne si at vi maksimerer  $U$  gitt  $T$ , som at vi maksimerer  $S$ .

<sup>8</sup> Denne forutsetningen betyr at  $T$  i vårt opplegg ikke kan gjøres større eller mindre ved å regulere arbeidstid. Vi mener det må være akseptabelt som en første tilnærming. Dersom  $T$  er et annet gode, for eksempel ulykkesrisiko, så er forutsetningen om eksogen  $T$  enda mer treffende.

$$p_T = p_{ss} \left( \frac{S}{S^0} \right)^{1/\sigma_T} \quad (13)$$

Vi ser at substitusjonselastisitet mindre enn 1 i tallverdi gir større økning i  $p_T$  enn i  $S$ . Størrelsen  $1/\sigma_T$  gir dermed elastisiteten av betalingsvillighet med hensyn på realinntekt  $S$ .

For å finne  $p_{ss}$  setter vi etterspørselsfunksjonene for  $S_s$  og  $S_k$  inn i funksjonen  $S$ . Dette gir oss

$$\begin{aligned} R &= p_{ss} S \\ p_{ss} &= (\lambda_s p_s^{1-\sigma_{ss}} + \lambda_k p_k^{1-\sigma_{ss}})^{1/(1-\sigma_{ss})} \end{aligned} \quad (14)$$

Den første av likningene definerer  $p_{ss}$ , den andre forklarer hva  $p_{ss}$  må være. For gitt  $S$  har  $R$  tolkning som levekostnadsfunksjon, dvs en funksjon som bestemmer nødvendig inntekt for å holde en viss  $S$  dersom prisene varierer.  $p_{ss}$  har tolkning som en konsumprisindeks regnet i enheter av utenlandsk valuta. For beregning av sikkerhetsekvivalenter og betaer er det nyttig å uttrykke  $p_T$  som funksjon av  $R$  istedenfor  $S$ . Siden  $p_{ss}^0 = 1$  (se vedlegg 3) får vi

$$p_T = p_{ss}^{(\sigma_T-1)/\sigma_T} \left( \frac{R}{R^0} \right)^{1/\sigma_T} \quad (15)$$

## 1.5. Beta, rente og sikkerhetsekvivalent

Vi har nå satt opp en enkel modell for norsk økonomi og spesifisert sjokkvariable som påvirker økonomien. Videre har vi regnet ut sentrale priser i denne økonomien. Det som gjenstår er å beregne de kovariansene vi trenger for å komme fram til beta, sikkerhetsekvivalent og effektiv rente for hver komponent.

Vi starter dette arbeidet med å spesifisere den «empiriske» beta:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_{mm}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (r^j - \bar{r})(r_i^j - \bar{r}_i)}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (r^j - \bar{r})^2} = \frac{\sum_{j=1}^n (r^j - \bar{r})(r_i^j - \bar{r}_i)}{\sum_{j=1}^n (r^j - \bar{r})^2} \quad (16)$$

Empirisk står i hermetegn fordi  $\bar{r}$  osv refererer til realisasjoner av  $r$  i Monte Carlo-simulering.  $\bar{r}, \bar{r}_j$  er gjennomsnittet av trekningene og tilsvarer de teoretiske motstykkene uten strek over.

For å kunne bruke likningen for den empiriske beta, må nasjonalinntekt, lønnsinntekt, kapitalinntekt og betalingsvillighet for ikke-markedsgoder betraktes som avkastninger på formuer: nasjonalformuer, tidsformue osv. Disse verdiene er ikke direkte observerbare, men kan beregnes når en gjør visse forutsetninger om basisåret. Det viser seg hensiktsmessig å operere med effektive rentesatser, ikke beta eller sikkerhetsekvivalent. Utregningen illustreres først for  $r_T$ , altså effektiv rente knyttet til tidsbesparelse  $T$ .

### Rente og sikkerhetsekvivalent for tidsbesparelse

Effektiv rente for tidsbesparelse, og rente på nasjonalformuen er gitt ved

$$r_T = \frac{p_T T}{W_T}, r = \frac{R}{W_M} \quad (17)$$

Her er  $W_T$  tidsformuen, neddiskontert verdi av fremtidig nytte av tid. Med en annen tolkning av  $T$  kunne  $W_T$  for eksempel vært miljøformue.  $W_M$  er nasjonalformuen, også kjent som markedsporteføljen, knyttet til normert nasjonalinntekt.

Beta er gitt ved<sup>9</sup>

$$\beta_T = \frac{\sigma_{Tm}}{\sigma_{mm}} = \frac{\sum_{j=1}^n \left( \frac{R^j}{W_M} - \bar{R} \right) \left( \frac{p_T^j T}{W_T} - \bar{p}_T T \right)}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{R^j}{W_M} - \bar{R} \right)^2} = \frac{W_M T \sum_{j=1}^n (R^j - \bar{R})(p_T^j - \bar{p}_T)}{W_T \sum_{j=1}^n (R^j - \bar{R})^2} = \frac{W_M T}{W_T} \frac{\sigma_{p_T R}}{\sigma_{RR}} \quad (18)$$

(18)

I uttrykket for beta opptrer  $W_T$  og  $W_M$ , men disse størrelsene finnes det altså ikke uavhengige anslag for. For å beregne dem, må man helst kjenne rentestørrelsene som vi skal beregne.

---

<sup>9</sup> Helst burde man i denne situasjonen operert med utvidet markedsportefølje lik neddiskontert fremtidig hypotetisk inntekt E. I hovedtilfellet med substitusjonselastisitet lik 1,0 spiller det imidlertid ingen rolle om man bruker alminnelig eller utvidet markedsportefølje. Det vil man kunne se av resultatene.

Vår løsning på dette problemet er å anta at basisåret er i likevekt, altså at basisverdiene til sjokkvariablene er lik 1. Vi setter dessuten avkastningen på nasjonalinntekten eksogent lik fire prosent, og den sikre renta, som vi også trenger, eksogent lik to prosent. Å anta at basisåret er i likevekt er ikke uvanlig når teoretiske modeller skal kalibreres til data. Den empiriske treffsikkerheten til denne forutsetningen i vårt tilfelle, drøftes i et senere kapittel.

Likevekt i basisåret betyr

$$r_T = \frac{p_T^0 T^0}{W_T^0} = \frac{T}{W_T^0}, r = \frac{R^0}{W_M^0} \quad (19)$$

Løser vi mhp  $W_T$  og  $W_M$  og setter inn i utrykket for  $\beta_T$  finner vi

$$\beta_T = \frac{r_T R^0}{r} \frac{\sigma_{p_T R}}{\sigma_{RR}} \quad (20)$$

Dette settes inn i CAPM-likningen (4):

$$r_T = r^* + \frac{r_T R^0}{r} \frac{\sigma_{p_T R}}{\sigma_{RR}} (r - r^*) \Leftrightarrow r_T = \frac{r^*}{1 - \frac{R^0}{r} \frac{\sigma_{p_T R}}{\sigma_{RR}} (r - r^*)} \quad (21)$$

$\frac{\sigma_{p_T R}}{\sigma_{RR}}$  er definert som

$$\frac{\sigma_{p_T R}}{\sigma_{RR}} = \frac{\sum_{j=1}^n (R^j - \bar{R})(p_T^j - \bar{p}_T)}{\sum_{j=1}^n (R^j - \bar{R})^2} \quad (22)$$

Det kan være verdt å merke seg at størrelsen  $r_T$  har følgende egenskaper:

- Dersom kovariansen  $\sigma_{p_T R}$  er null, så er  $r_T = r^*$
- Dersom kovariansen  $\sigma_{p_T R}$  er negativ, så er  $r_T < r^*$ , men aldri mindre enn null
- Dersom kovariansen  $\sigma_{p_T R}$  er positiv, så er  $r_T > r^*$

- Dersom kovariansen  $\sigma_{p_T R} = \frac{r\sigma_{RR}}{r_T R^0}$ , slik at  $\beta_T = 1$  så er  $r_T = r$
- Dersom kovariansen  $\sigma_{p_T R} \geq \frac{r\sigma_{RR}}{(r - r^*)R^0}$  så er ikke  $r_T$  definert. Ved likhet blir renta uendelig stor og formuen  $W_T$  blir null. Ved ulikhet blir renta formelt sett negativ, og  $W_T$  blir uendelig stor. Vi støter på et slikt tilfelle under.

Når renta er regnet ut, kan vi enkelt finne sikkerhetsekvivalenten ved hjelp av likning (6).

### Rente og sikkerhetsekvivalens for lønn

Når lønn betraktes som avkastningen på arbeidskraftformue kan vi skrive

$$r_L = \frac{wL}{W_L} \quad (23)$$

Vi har samme lønn i begge sektorer, jf. modellen. Vi tar ikke hensyn til at arbeidskraften blir mer produktiv over tid. Dette er i tråd med studier som beregner størrelsen på nasjonalformuen og dens komponenter, se (Greaker, Løkkevik og Valle, 2005).

Vi forutsetter likevekt i basisåret:  $r_L = \frac{w^0 L}{W_l^0}$ ,  $r = \frac{R^0}{W_M^0}$  Dette gir:

$$\beta_L = \frac{r_L R^0}{r} \frac{\sum_{j=1}^n (R^j - \bar{R})(w^j - \bar{w})}{W_L \sum_{j=1}^n (R^j - \bar{R})^2} = \frac{r_L R^0}{r} \frac{\sigma_{wR}}{\sigma_{RR}} \quad (24)$$

Og

$$r_L = r^* + \frac{r_L R}{rw} \frac{\sigma_{wR}}{\sigma_{RR}} (r - r^*) \Leftrightarrow r_L = \frac{r^*}{1 - \frac{R^0}{r} \frac{\sigma_{wR}}{\sigma_{RR}} (r - r^*)} \quad (25)$$

Når renta  $r_L$  er regnet ut, kan vi enkelt finne sikkerhetsekvivalent for lønn.

## Rente og sikkerhetsekvivalens for kapital

Realisert rente/avkastning på investert kapital i s- og k-sektor er usikre størrelse hvis realisasjon svinger med realisert avkastning på nasjonalformuen.

Formelen for kapitalavkastning er

$$r_{K_i} = \frac{KK_i}{K_i} \quad (26)$$

$KK_i$  er kapitalinntekt og realkapitalformuen skrives konvensjonelt uten bruk av bokstaven W, altså bare  $K_i$ .

Vi forutsetter likevekt i basisåret,  $r_{K_i} = \frac{KK_i^0}{K_i^0}$ .<sup>10</sup> Dermed,

$$\beta_{K_i} = \frac{\sum_{j=1}^n (R^j - \bar{R})(KK_i^j - \bar{KK}_i)}{\sum_{j=1}^n (R^j - \bar{R})^2} = \frac{r_{K_i} R^0}{rKK_i^0} \frac{\sigma_{KK_i, R}}{\sigma_{RR}} \quad (27)$$

Vi setter inn for beta:

$$r_{K_i} = r^* + \frac{r_{K_i} R^0}{rKK^0} \frac{\sigma_{KK_i, R}}{\sigma_{RR}} (r - r^*) \Leftrightarrow r_{K_i} = \frac{r^*}{1 - \frac{R^0}{rKK_i^0} \frac{\sigma_{KK_i, R}}{\sigma_{RR}} (r - r^*)} \quad (28)$$

Som før finnes sikkerhetsekvivalens enkelt på grunnlag av dette. Det viser seg også nyttig å beregne en rente/sikkerhetsekvidens for kapital samlet. Den er gitt ved å bytte ut kapitalinntekt i sektor i med samlet kapitalinntekt i formlene over.

Nå har vi det vi trenger for å beregne effektive renter, og sikkerhetsekvalenter.

<sup>10</sup> Vi minner for ordens skyld om at vi hele tiden befinner oss i periode 1, jf. likning (2).  $KK^0$  og  $K^0$  betyr basisverdi. For kapitalen K sitt vedkommende ble basisverdien bestemt i periode 0.

## 2. Viktige empiriske forutsetninger

I to-periodemodellen vi legger til grunn, er lengden på studieperioden (periode 1) ubestemt. I empiriske anvendelser tenker vi oss to tolkningsmuligheter:

- Ett år, relevant for de første årene etter prosjektstart
- Ti år, relevant en periode om lag ti år etter prosjektstart

Årsaken til ikke å gå lenger enn ti år, er dels at underliggende forhold endrer seg og dels at forutsetningen om først investere, så avlese avkastningen er lite treffende når man går lenger enn ti år.

For så vidt er ti år kanskje for lang tid, men slik resultatene faller ut, er det fristende og kanskje ønskelig å gi generelle konklusjoner.

Modellen kalibreres med basisverdier fra nasjonalregnskapet i 2010. K-sektor tolkes altså som all industri. S-sektor er de øvrige næringene, først og fremst tjenester. For langsiktversjonen må basisverdiene, og modellens løsning, tolkes som gjennomsnittsverdier for et år et stykke frem i tid.

Som nevnt er vi avhengige av å anta at 2010 var et år i likevekt. Helt åpenbart var ikke det tilfellet for alle variables vedkommende. Ideelt burde man kalibrert modellen til ulike år bakover i tid for å se om resultatene var robuste overfor valg av kalibreringsår. Dette har det ikke vært rom for innenfor prosjektets rammer.

Normalnivået på avkastning fra Statens pensjonsfond utland settes til fire prosent. Norske myndigheter prøver i praksis å bruke avkastningen fra fondet motkonjunkturelt, men vi ser bort fra det her. Avkastningen på nasjonalformuen settes også til fire prosent. Den sikre renta settes til to prosent.

De størrelsene som vi lar være forskjellig på kort og lang sikt er

- Standardavviket for de multiplikative sjokkene i hhv. k-sektor, s-sektor og pensjonsformuen utland.
- Substitusjonselastisiteten mellom arbeid og kapital i hhv. s- og k-sektor.

Følgende størrelser er like på kort og lang sikt:

- Substitusjonselastisiteten i etterspørsel mellom s- og k-sektor

- Substitusjonselastisiteten i nytte mellom markedsgoder og ikke-markedsgoder

Modellen kjøres med 5000 trekninger per hovedberegnning. Følsomhetsberegninger kjøres med 1000 like trekninger. Den beregnede renta kommer vanligvis innenfor  $\pm 0,01$  prosentpoeng av riktig rente. Se vedlegg 4 for mer om dette.

## 2.1. Kort sikt

På kort sikt antar vi at

- Sjokket i s-sektor og sjokket i pensjonsformuen F har standardavvik 0,1.
- Sjokket i k-sektor har standardavvik 0,2.
- Substitusjonselastisiteten i shuttleveringer mellom s- og k-sektor er 0,5.
- Substitusjonselastisiteten mellom markedsgoder og ikke-markedsgodet er 1,0.
- Substitusjonselastisiteten mellom arbeid og kapital i hhv. s- og k-sektor er 0,5.

Et standardavvik på ti prosent og normalfordeling innebærer at realisert verdi ligger innenfor  $\pm$  ti prosent i syv av ti tilfelle. Realisert verdi ligger innenfor  $\pm$  20 prosent i 95 av 100 tilfelle. Ti prosent standardavvik i s-sektor og pensjonsformuen F har ingen annen god begrunnelse enn en rimelighetsbetrakting. Standardavviket i pensjonsformuen F er innenfor rammen av det som har vært observert de senere årene. Standardavvik ti prosent på produksjon i s-sektor innebærer kanskje litt større sannsynlighet for produksjonsfall enn det som er reelt. Vi skal etter hvert demonstrere at modellen er nokså robust overfor størrelsen på sjokkene.

20 prosent standardavvik i k-sektor er valgt for å markere at k-sektor kan stå overfor større sjokk enn s-sektor. En viktig grunn til det er at sektoren er mindre. Størrelsesforholdet mellom k- og s-sektor er omrent 1:10. Siden sektoren er mindre, er den utsatt for sjokk som i en større sektor utjevnes mot andre sjokk og blir borte i den store sammenhengen. For k-sektor betyr sjokk i råvarepriser og internasjonale konjunkturer mye og bidrar til svingninger i sektorens produksjon og resultat.

Substitusjonselastisiteten mellom shuttleveringer fra s- og k-sektor er satt lik 0,5 for å markere at på et såpass høyt aggregeringsnivå er godene distinkt forskjellige og dermed lite substituerbare.

En substitusjonselastisitet på 1,0 mellom markedsgoder og ikke-markedsgoder gir en at elastisiteten av betalingsvilje med hensyn på inntekt også blir 1,0. Dette er i tråd med anbefalingen fra et utvalg som nylig har studert spørsmålet (NOU 2012:16).

Substitusjonselastisiteten mellom arbeid og kapital er satt lik 0,5 i begge sektorer. Dette markerer en forholdsvis stiv produksjonsstruktur på kort sikt. I tillegg minner vi igjen om at kapitalen velges før arbeidskraften, slik at det bare er arbeidskraft som er mobil i perioden vi ser på. En substitusjonselastisitet på 0,5 sier da bare noe om etterspørselselastisiteten etter arbeidskraft, og lønnsandelen.

## 2.2. Lengre sikt

På lengre sikt antar vi at

- Sjokket i s-sektor og sjokket i pensjonsformuen F har standardavvik 0,2.
- Sjokket i k-sektor har standardavvik 0,3.
- Substitusjonselastisiteten i shuttleleveringer mellom s- og k-sektor er 0,5.
- Substitusjonselastisiteten mellom markedsgoder og ikke-markedsgodet er 1,0.
- Substitusjonselastisiteten mellom arbeid og kapital i hhv. s- og k-sektor er 1,0.

På lengre sikt er standardavviket i sjokkene økt i forhold til kort sikt. Standardavvikene er langt i fra økt proporsjonalt med periodelengden, siden det over en lengre periode er en del sjokk som går begge veier. Vi har valgt å doble standardavviket i pensjonsformuen F og standardavviket i s-sektor. Standardavviket i k-sektor er økt like mye i tallverdi, dvs 50 prosent økning.

Vi mener at shuttleleveringer fra s- og k-sektor ikke er mer substituerbare på lengre sikt enn på kort sikt, og har valgt å beholde substitusjonselastisiteten på 0,5. Likedan beholdes substitusjonselastisiteten mellom markedsgoder og ikke-markedsgodet, 1,0. I produksjonen antas noe mer elastikk på lengre sikt, en substitusjonselastisitet på 1,0. I praksis betyr det at etterspørselen etter arbeidskraft blir mer elastisk gitt kapital.

### 3. Hovedberegning på kort sikt

Våre hovedresultater på kort sikt er gitt i Tabell 0.1.

Tabell 0.1 Effektiv rente på kort sikt

Komponent	Effektiv rente
Arbeidskraft	4,2
Kapital s-sektor	4,5
Kapital k-sektor	2,9
Kapital totalt	4,3
Ikke-markedsgode	4,0

Sikkerhetsekvivalentene følger fra disse størrelsene via likning (5). Sikkerhetsekvivalentene er åpenbart rundt 1,0 med unntak av kapital i k-sektor.

Den effektive renta for ikke-markedsgodet, for eksempel tid, er lettest å tolke. Med substitusjonselastisitet lik én er betalingsvilligheten en lineær funksjon av nasjonalinntekten. Det tilsier at betalingsvilligheten svinger helt likt som nasjonalinntekten gjør. Renta blir da nøyaktig lik markedsrenta. I et senere avsnitt ser vi på tilfellet der substitusjonselastisiteten er forskjellig fra én.

For å tolke renta for arbeidskraft er vårt utgangspunkt at enhver økning i produktivitet i s- og k-sektor forplanter seg til faktorene arbeidskraft og kapital. Inntekten skapt av økt produktivitet har jo ingen andre steder å gå. Tilsvarende for en reduksjon i produktivitet. Dernest, dersom lønnsandelen hadde vært konstant, ville arbeid og kapital mottatt proporsjonale andeler av en inntektsøkning og gitt fra seg proporsjonalt ved en inntektsreduksjon. Det er jo bare slik sektorene kan opprettholde sine kostnadsandeler. Beta ville da vært én og renta den samme for arbeidskraft og kapital. Vi har vist dette formelt i vedlegg 5.

Det viser seg at renta på arbeidskraft og renta på samlet kapital holder seg omtrent like selv når substitusjonselastisiteten mellom arbeid og kapital er 0,5, altså vårt

---

hovedtilfelle. I et senere avsnitt ser vi på tilfellet der substitusjonselastisiteten varierer.

Vi kan for øvrig legge merke til at rente knyttet til samlet produksjonsinntekt er nødt til å ligge over 4,0 prosent i denne kjøringen, siden både arbeidskraft og kapital kommer inn på oversiden av 4,0. Hvorfor det? Samlet må jo all nasjonalinntekt ha rente på nøyaktig 4,0 prosent? Vi tror grunnen er at den tredje komponenten i nasjonalinntekten, fondsinntekt, er mindre usikker enn de andre. Usikkerhet om teknologi i s- og k-sektor påvirker ikke fondsinntektskomponenten i nasjonalinntekten. Den varierer altså bare med sin egen usikkerhet, og i en porteføljesammenheng gjør dette den mer sikker enn de andre størrelsene. Det bør legges til at vår enkle modellramme neppe får fram alle nyansene rundt usikkerhet om fondet og fondsinntekten. Vi vil derfor ikke anbefale at fondsinntekt behandles som sikrere inntekt enn annen inntekt for Norge.

Vi kommer så til den interessante forskjellen mellom kapital i k-sektor (rente 2,6 prosent) og kapital i s-sektor (rente 4,5 prosent). Den grunnleggende forskjellen mellom disse innenfor rammen av vår modell er at k-sektor er liten og s-sektor er stor. Det betyr at nasjonalinntekten rommer mye s-sektor og forholdsvis mindre k-sektor. Av dette følger at et sjokk som rammer s-sektor, også i stor grad rammer nasjonalinntekten. Mest tydelig er dette for et sjokk som har opphav i s-sektor. Et sjokk med opphav i s-sektor gir som en førsteordenseffekt en avkastningsendring i s-sektor som er noe større, men ikke veldig mye større enn endringen i nasjonalinntektens avkastning (siden k-sektor og fondsinntekt inngår i nasjonalinntekten). Som annenordenseffekt påvirkes k-sektor gjennom produktmarkedet (prisen på s-sektor endres) og arbeidsmarkedet. Her er forholdet at jo mer fleksibel økonomien er, dvs desto større substitusjonselastisiteter på alle hold, desto mer deler sektorene på virkningen av sjokket. Motsatt, jo stivere økonomien er, desto mer av sjokket blir igjen i s-sektor. Vi har en forholdsvis stiv økonomi og kapitalavkastningen i k-sektor påvirkes i mindre grad av sjokket i s-sektor.

Et noenlunde motsatt resonnement gjelder for sjokk i k-sektor. Det rammer k-sektor betydelig, men som en førsteordenseffekt rammes ikke s-sektor, og heller ikke nasjonalinntekten blir særlig påvirket siden k-sektor er så liten. I neste omgang hjelper fleksibiliteten i økonomien til å spre virkningen av sjokket utover, men en god del blir igjen i k-sektor.

Enten sjokket har opphav i s- eller k-sektor blir konklusjonen at s-sektor oppfører seg omrent som nasjonalinntekten, mens bevegelsene i k-sektor er mer ukorrelelt. Dersom vi hadde delt s-sektoren i mange undersektorer med størrelse ca som k-sektor, ville forskjellene mellom sektorene blitt betydelig mindre, så lenge en ser på sjokk som bare påvirker enkeltsektorer. Sjokk som rammer hele s-sektoren vil bli som beskrevet over.

Resonnementet vi her har ført, legger stor vekt på at s- og k-sektor har ulik størrelse. Det er også noen andre forskjeller mellom sektorene: De har ulik kapitalintensitet (s-sektor faktisk størst) og fondsinntekten kommer inn som en kile mellom tilbud og etterspørsel etter produksjon i k-sektor. Vi har testet robustheten overfor disse faktorene, og de betyr lite for resonnementene.

## 4. Hovedberegning på lang sikt

Våre hovedresultater på lengre sikt er gitt i Tabell 0.1.

Tabell 0.1 Effektiv rente på lang sikt

Komponent	Effektiv rente
Arbeidskraft	4,2
Kapital s-sektor	4,4
Kapital k-sektor	3,2
Kapital totalt	4,3
Ikke-markedsgode	4,0

Det er minimale forskjeller mellom «kort sikt» og «lang sikt». Både arbeidskraft og samlet kapital kommer inn rett på oversiden av fire prosent. Ikke-markedsgode er akkurat fire. Disse effektive rentesatser forutsetter at avkastningen på nasjonalformuen som helhet, er fire prosent også på lengre sikt. Så lenge lengre sikt ikke er *veldig* lang sikt, synes vi det må være en akseptabel forutsetning.<sup>11</sup>

Renta for kapital i k-sektor er noe høyere enn den var på kort sikt, noe vi tror skyldes at økonomien er mer fleksibel på lengre sikt (konkretisert ved at substitusjonselastisitetene er større).

---

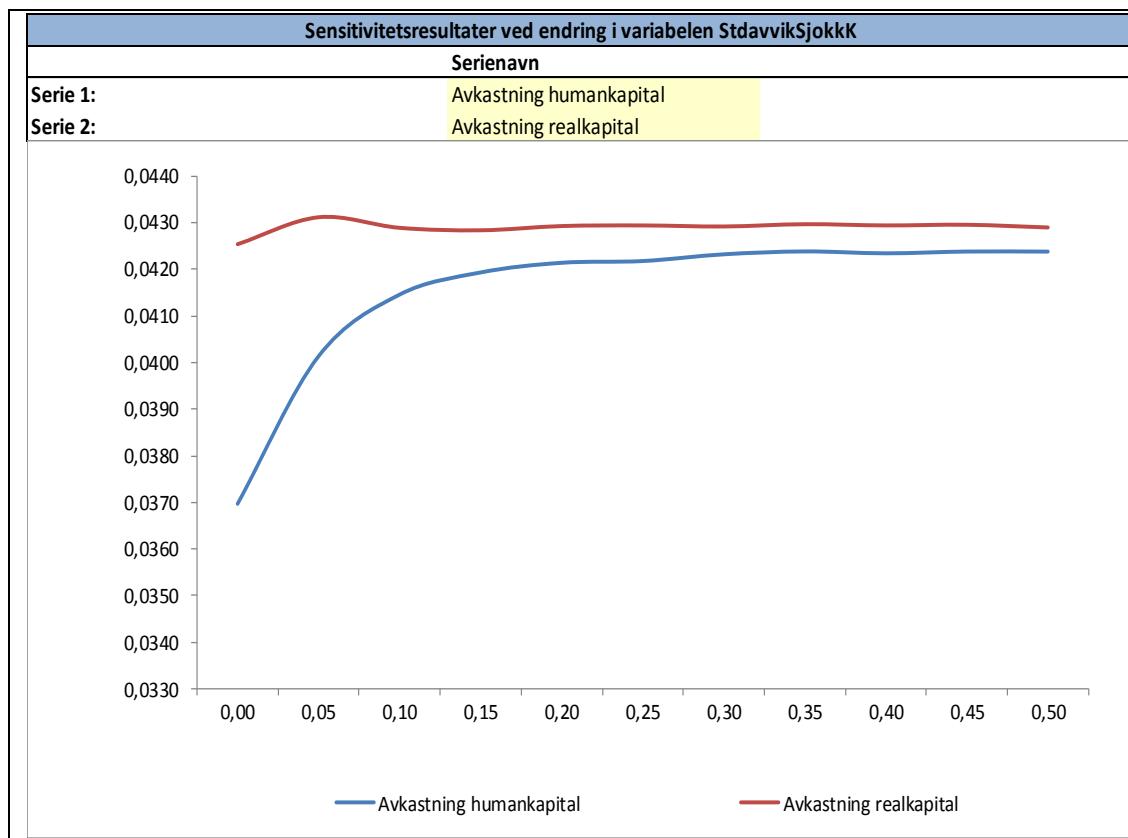
<sup>11</sup> NOU (2012) har nylig foreslått at kalkulasjonsrenten bør være fire prosent frem til 40 år, som er konsistent med vår antagelse her.

## 5. Virkningen av større og mindre sjokk

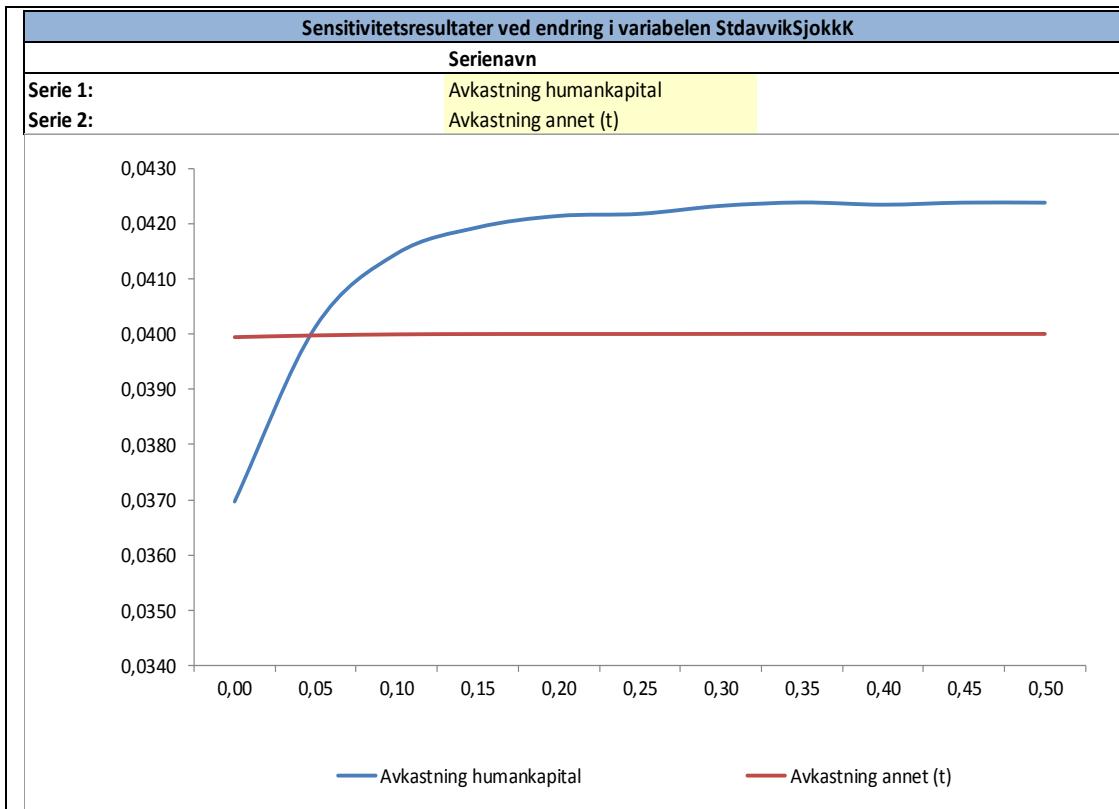
Det er av interesse å studere hvordan økonomien og de effektive rentene reagerer på sjokk av ulik størrelse. Vi varierer her hvert av de tre sjokkene parametrisk fra 0,001 til 0,51 mens vi setter de øvrige lik verdiene fra Hovedberegning kort sikt. Til slutt ser vi på en beregning der alle sjokk er tilstede, men sjokkene i s- og k-sektor er begge mindre enn i hovedberegning kort sikt.

### 5.1. Sjokk i k-sektor

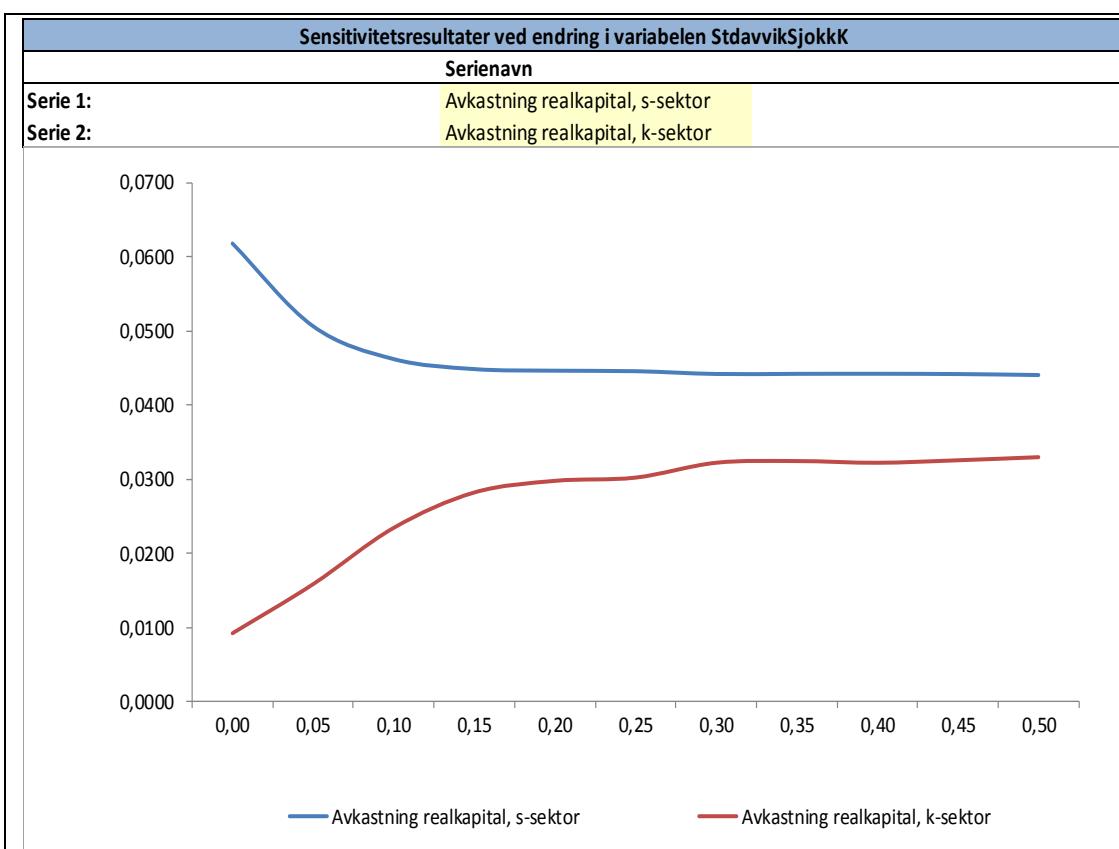
De følgende figurene visualiserer hvordan rentekravene avhenger av størrelsen på sjokk i k-sektor. Arbeidskraft (kalt humankapital i figuren) og kapital er robuste i forhold til sjokk: Rentekravet for arbeidskraft er 3,7 prosent dersom sjokket i k-sektor er så å si borte, og dette er det største utslaget.



Neste figur viser at effektiv rente for ikke-markedsgodet stadig vekk er 4 prosent. Det skyldes at betalingsvilligheten for ikke-markedsgodet i hovedtilfellet er en lineær funksjon av avkastningen på nasjonalformuen. Dette gjelder uansett størrelsen på sjokk.

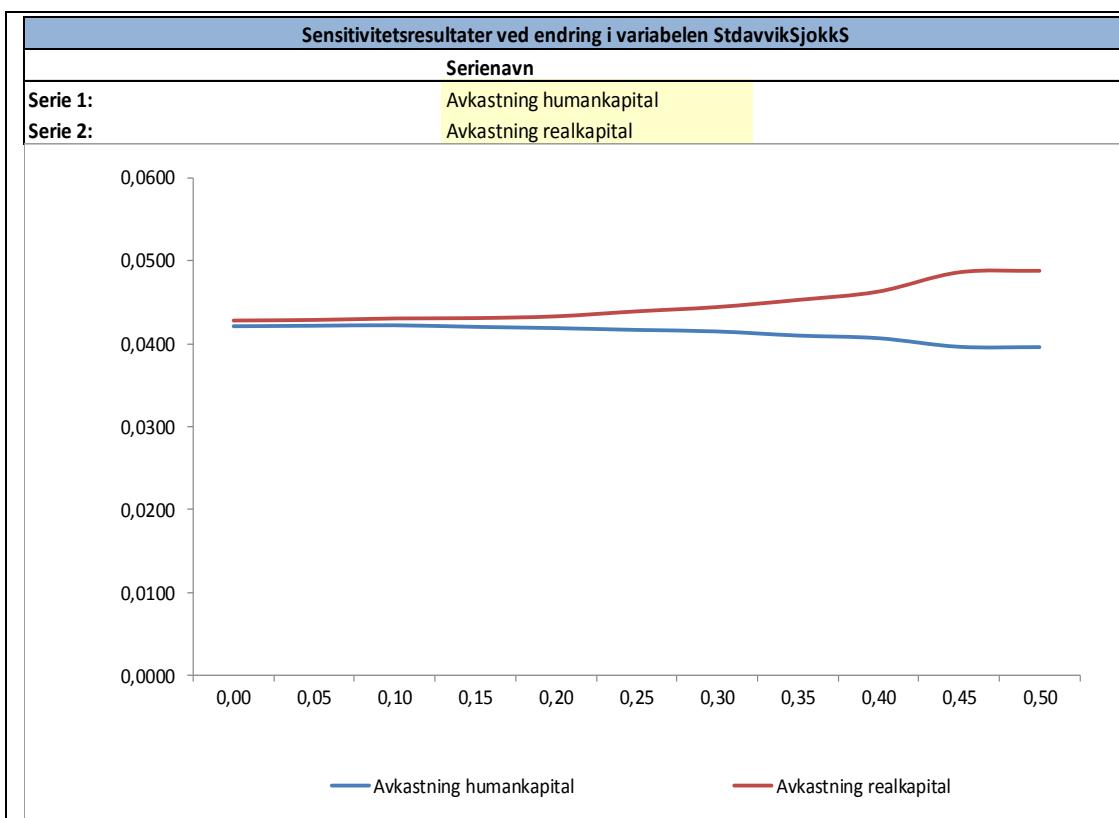


Figuren under viser at ved små sjokk i k-sektor blir rentekravet for investeringer i k-sektor lavt og i s-sektor blir det høyt. Intuisjonen følger av hovedberegningen: Totalen domineres nå av sjokk i s-sektor, og med forutsetningene om elastisiteter er det slik at «what happens in s-sektor stays in s-sektor».

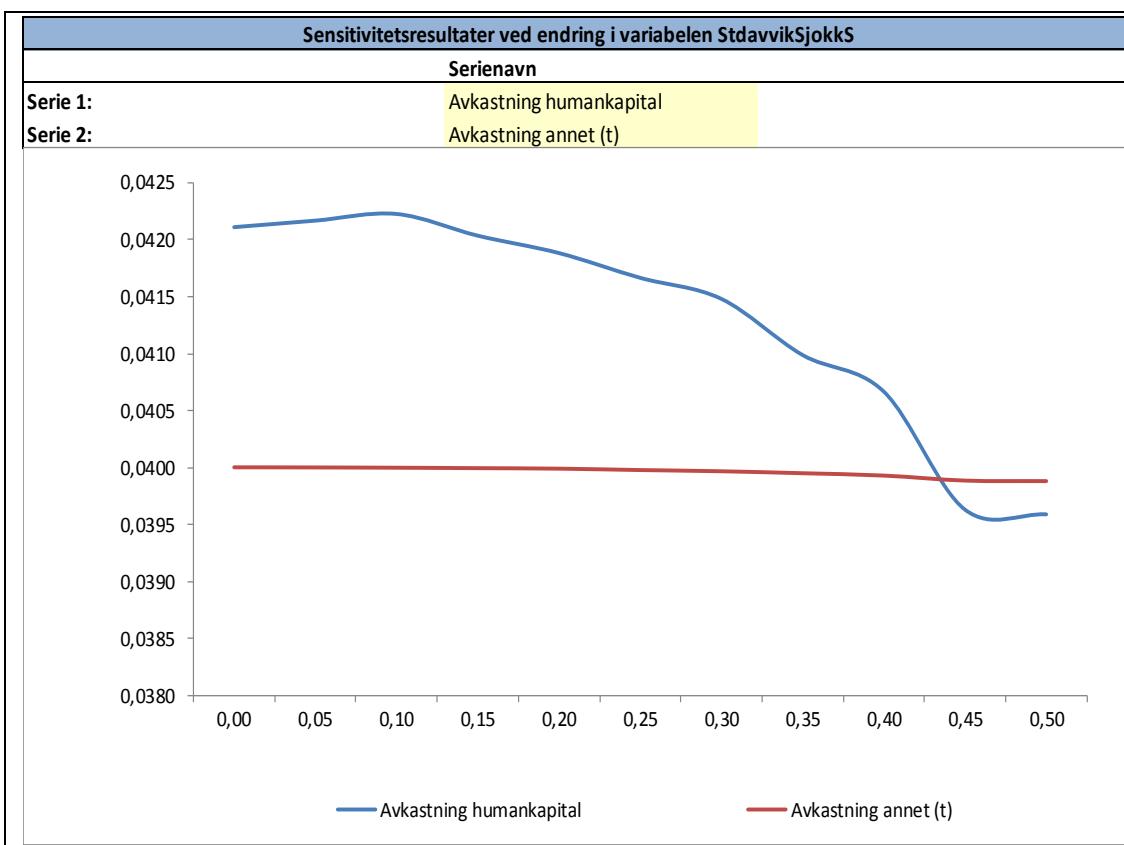


## 5.2. Sjokk i s-sektor

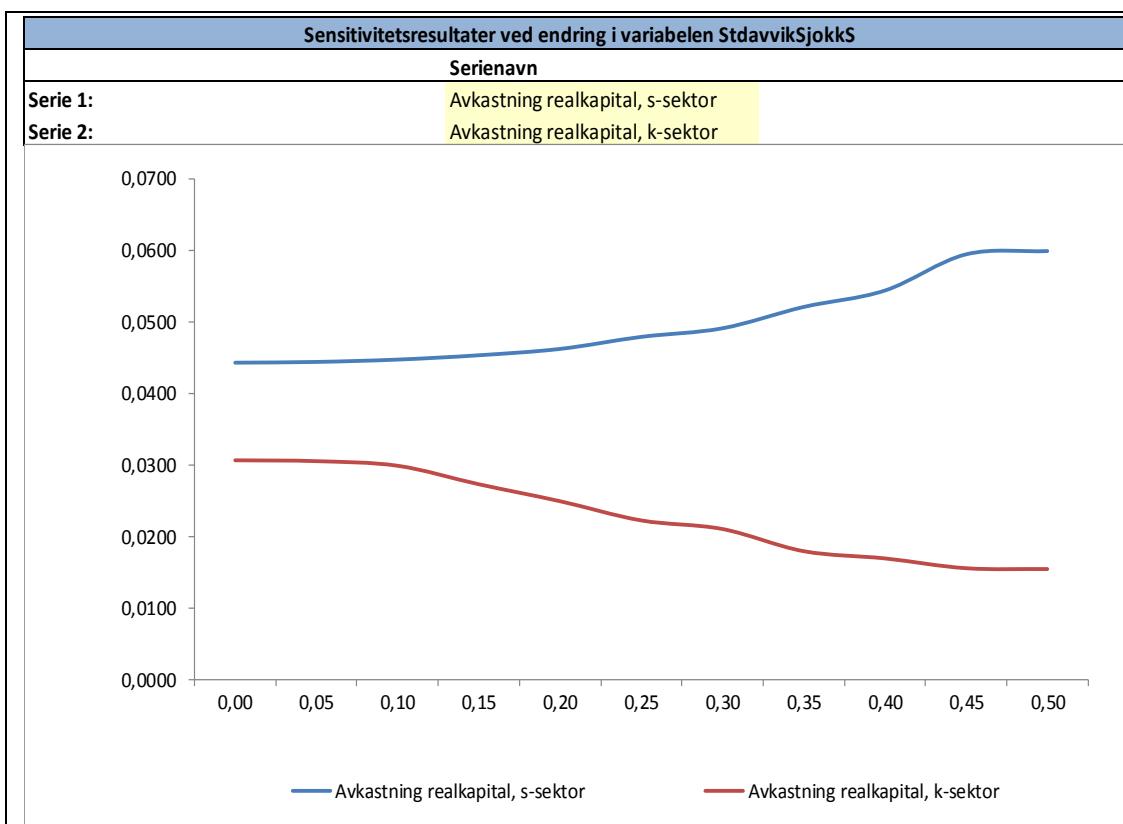
Et sjokk i s-sektor innebærer et dominerende sjokk i hele økonomien. Vi ser av figuren under at effektiv rente på arbeidskraft og kapital er robust overfor selv meget store sjokk. Husk at verdien 0,5 innebærer at det er innenfor ett standardavvik at produksjonen i s-sektor faller til det halve.



Figuren under blåser opp trendlinjen for effektiv rente for arbeidskraft, og viser ellers at rente for ikke-markedsgodet er uberørt av sjokk i s-sektor. Det er naturlig siden betalingsvilligheten henger lineært sammen med nasjonalinntekten.

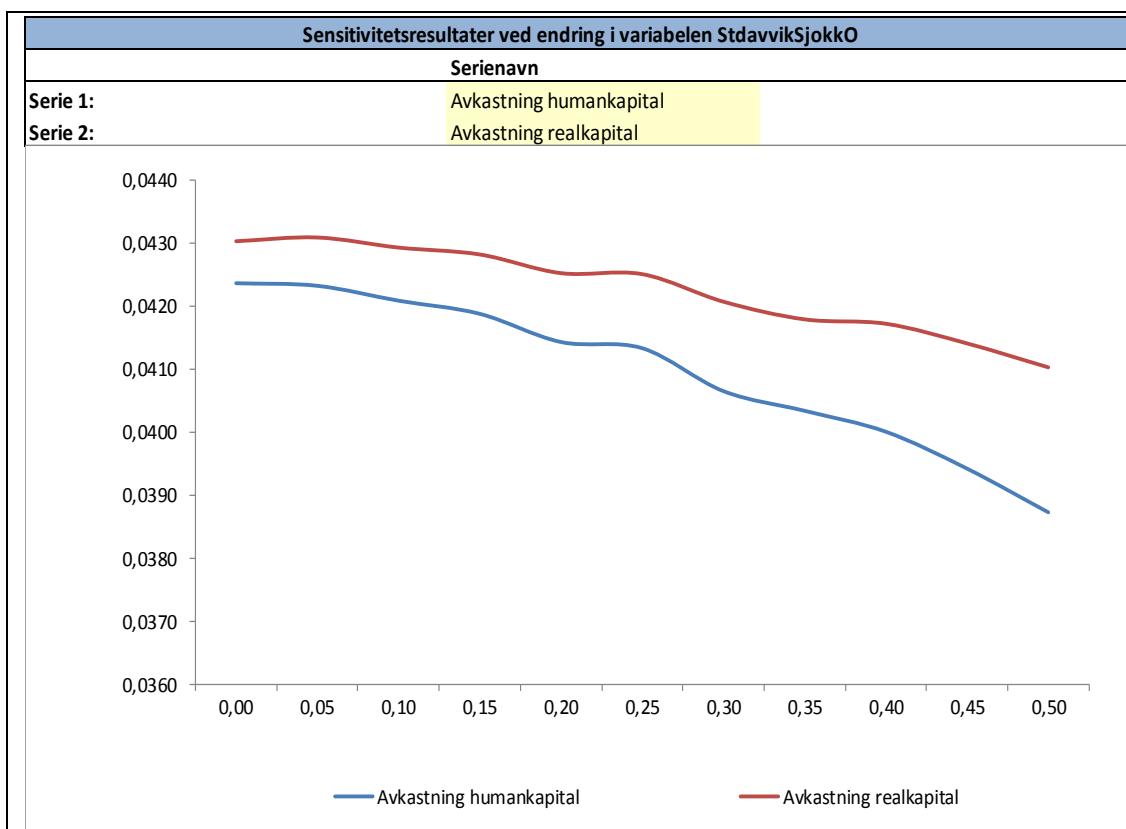


Forholdet mellom sektorene følger samme bilde som vi så i forrige sjokkanalyse. Den gang fallt effektiv rente k-sektor desto mindre k-sjokket var i forhold til det konstante s-sjokket. Her faller effektiv rente i k-sektor desto større s-sjokket er i forhold til det konstante k-sjokket. Med andre ord er det forholdet mellom de to sjakkene som betyr noe for konklusjonen.

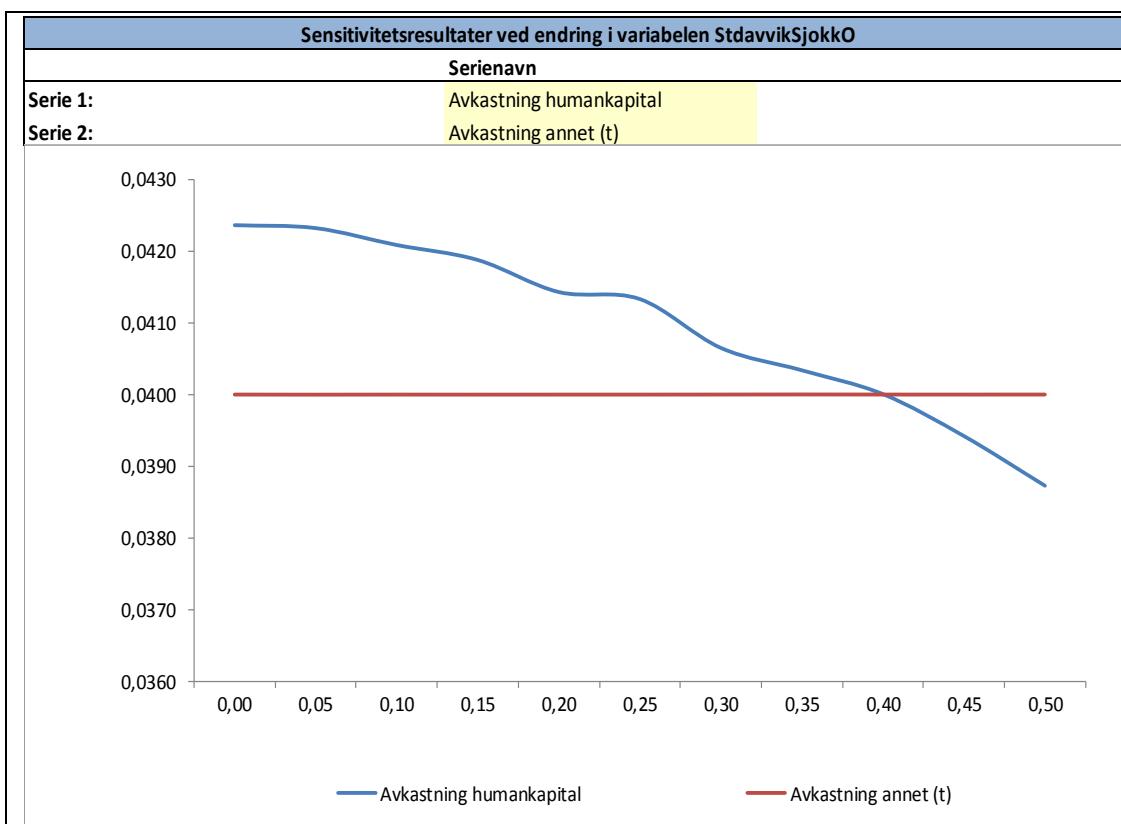


### 5.3. Sjokk i Pensjonsfond utland

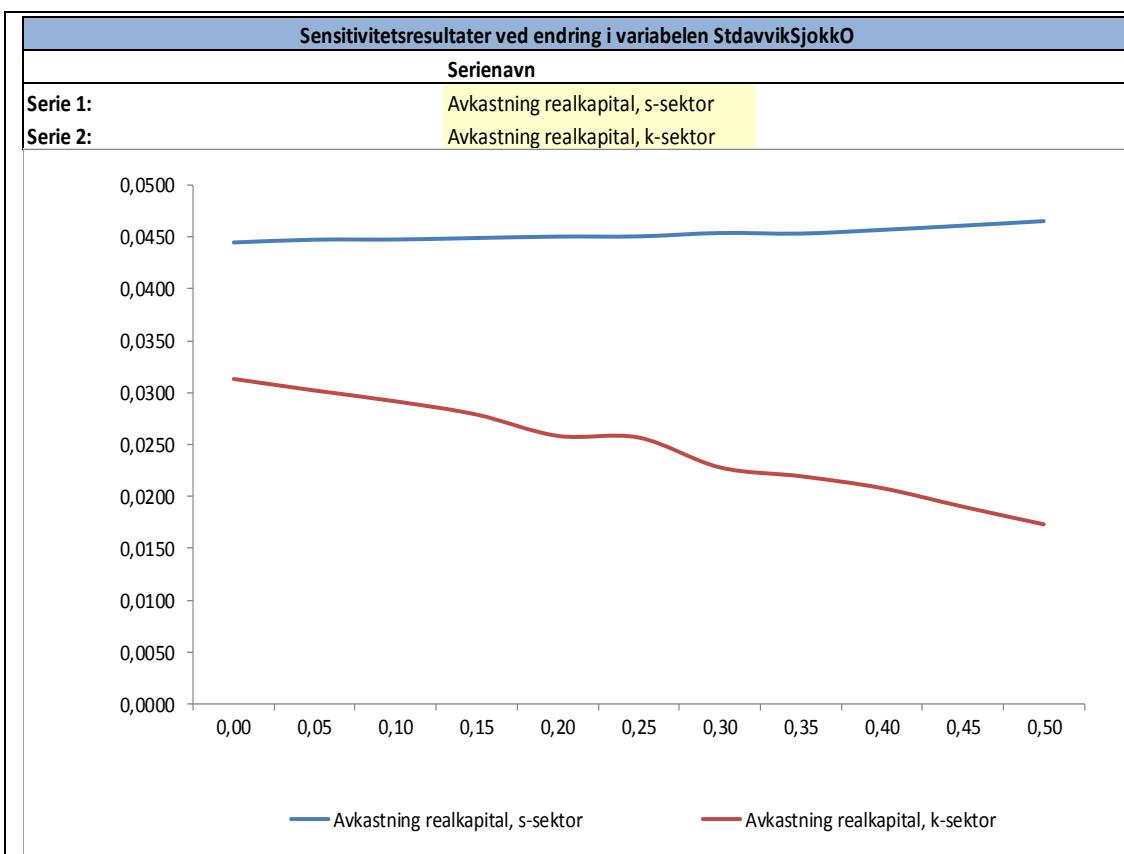
Hovedstørrelsene arbeid og kapital er også svært robuste overfor omvurderingssjokk i Pensjonsfond utland. Forholdet mellom svært små sjokk og veldig store sjokk er under et halvt prosentpoeng.



Ikke overraskende er effektiv rente for ikke-markedsgodet konstant lik fire prosent.



Effektiv rente for k-sektor viser en svakt synkende tendens ved økte sjokk i formuen. En nærliggende mulighet er at det har å gjøre med at sektoren blir mindre (ved store positive sjokk) og større (ved store negative sjokk). Dette gir k-sektor et innslag av motfasebevegelse i forhold til nasjonalinntekten. Motsatt får s-sektor et innslag av medfase.



#### 5.4. En beregning med små sjokk

En mulig innvending mot hovedberegningene på kort og lang sikt er at teknologisjakkene er for store. Et standardavvik på 0,1, som vi har i s-sektor hovedberegning kort sikt, er ganske stort på nivåform. Det innebærer at et plutselig fall i s-sektors produksjon på 10 prosent, eller økning på 10 prosent, ligger innenfor ett standardavvik. Mange, kanskje til og med vi selv, kan ved ettertanke mene at det er for mye.

Dermed har vi laget en beregning med små sjokk, definert som standardavvik på 0,02 i s-sektor og 0,03 i k-sektor. Hvis vi tenker at økonomien faktisk vokser med to prosent årlig, betyr 0,02 nedover at veksten er null. Omvurderingssjokket i formuen er som før, 0,10.

Interessant nok fører små sjokk til meget små endringer i effektiv rente. Arbeidskraft registreres til rett under 4,0 prosent, mens kapital er akkurat 4,0 prosent. Det samme er selvsagt effektiv rente for ikke-markedsgodet.

---

Komponent	Effektiv rente
Arbeidskraft	3,8
Kapital s-sektor	4,7
Kapital k-sektor	1,5
Kapital totalt	4,0
Ikke-markedsgode	4,0

---

Det oppstår større forskjeller mellom k- og s-sektor. Det har ganske sikkert sammenheng med at sjokket i pensjonsformuen betyr relativt mer for totalbildet i denne beregningen. Som vi så da sjokket i pensjonsformuen varierte parametrisk, vil økt volatilitet her føre til at k-sektors størrelse varierer i motfase med økonomien som helhet. Med gitt kapital i sektoren gir dette et motfaseutslag i sektorens kapitalavkastning.

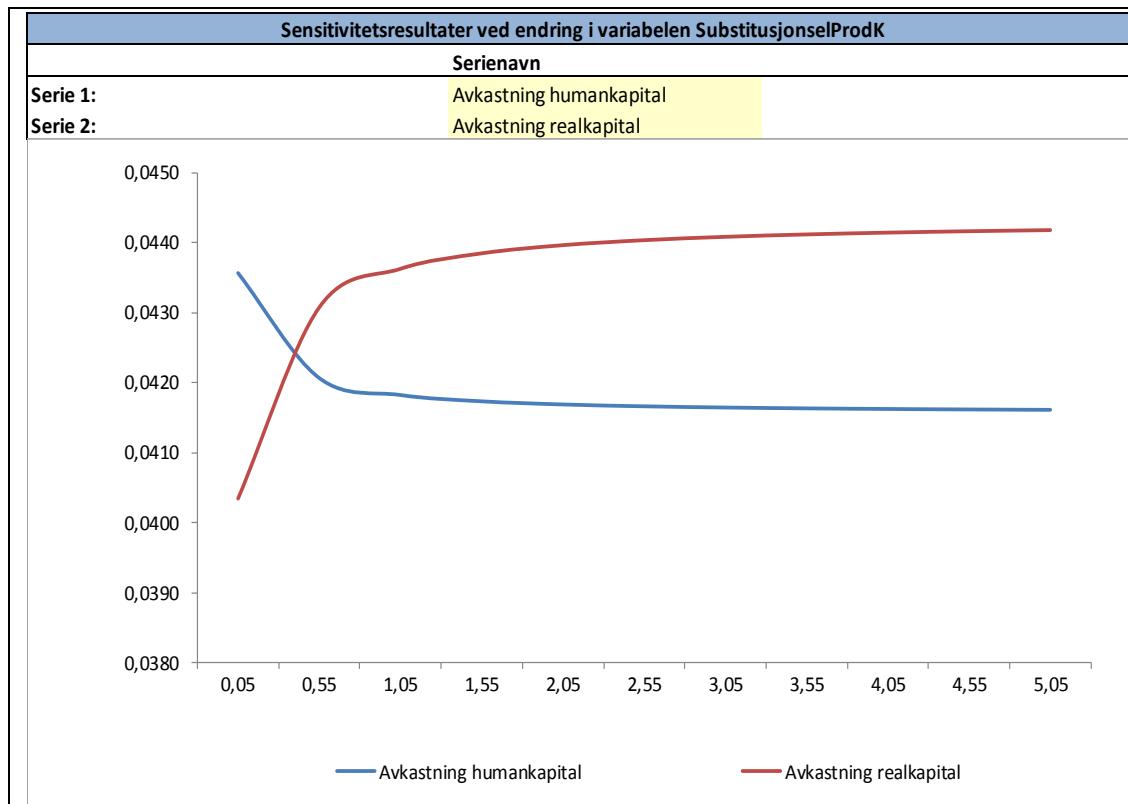
## 6. Virkningen av ulike substitusjonsmuligheter i produksjonen

Vi har lagt vekt på at i en økonomi med små substitusjonsmuligheter vil sjokk som oppstår i en sektor, forbli i sektoren. Dette kan forklare hvorfor kapital i k-sektor kommer ut med lav rente i hovedberegningene.

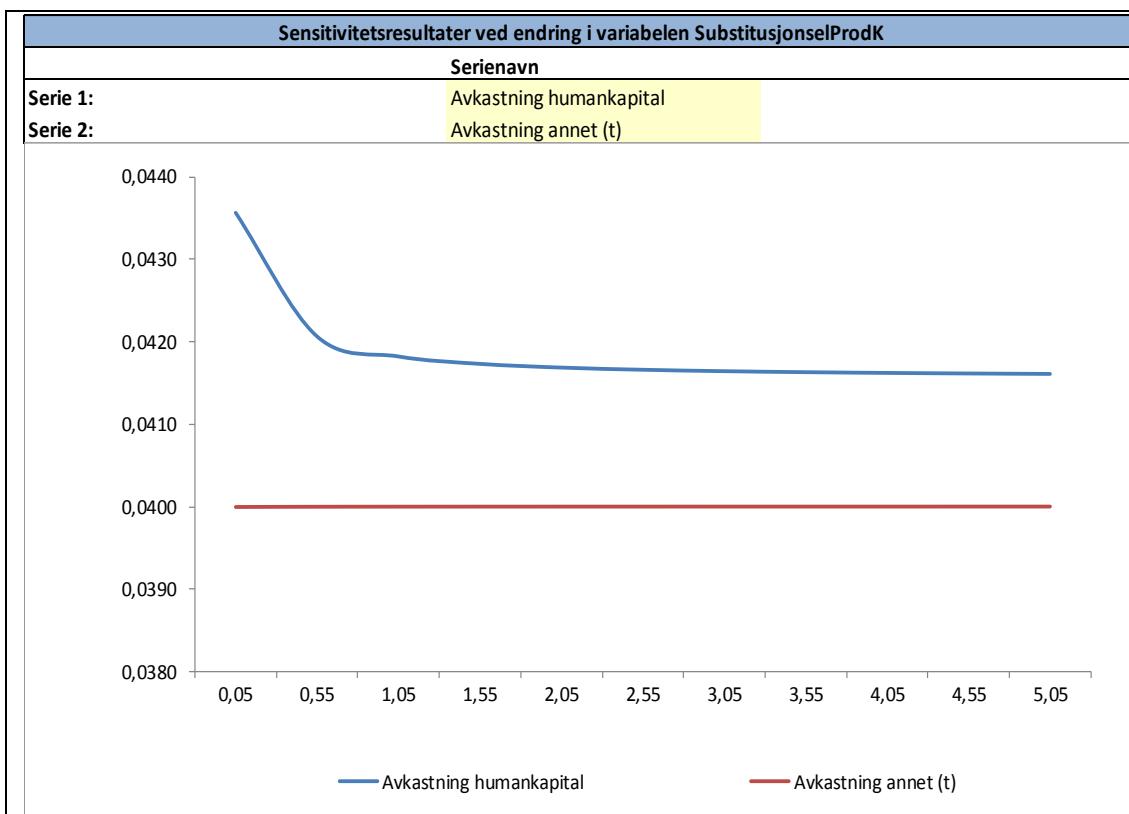
For å teste denne hypotesen, lar vi substitusjonselastisiteten i hhv. s- og k-sektor variere fra 0,05 til 5,05. 0,05 er en meget stiv økonomi der arbeidskraften nesten ikke er til å rikke fra den sektoren den sitter i. 5,05 er en meget fleksibel økonomi der arbeidskraften flyter nesten sømløst mellom sektorene.

### 6.1. Substitusjon i k-sektor

Figuren under viser at økt substitusjon i k-sektor har lite å si for effektiv rente på arbeidskraft og samlet kapital.

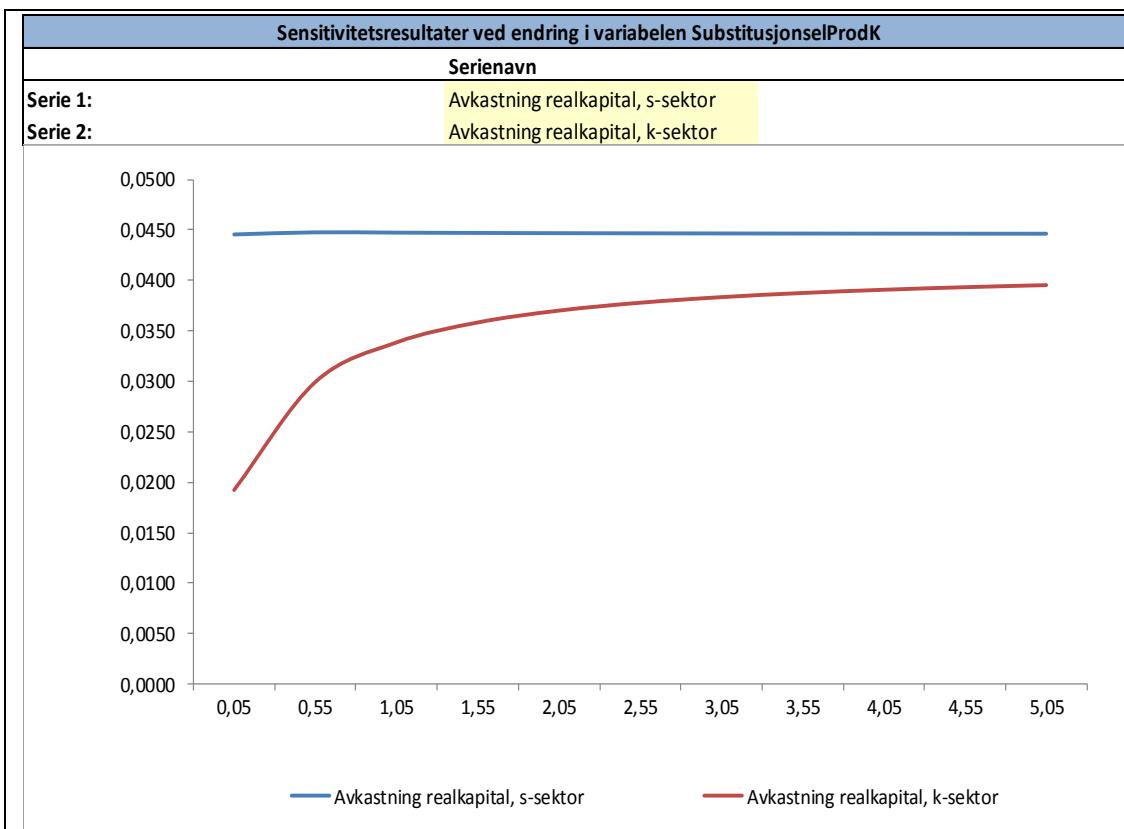


Effektiv rente på ikke-markedsgodet er som ventet upåvirket.



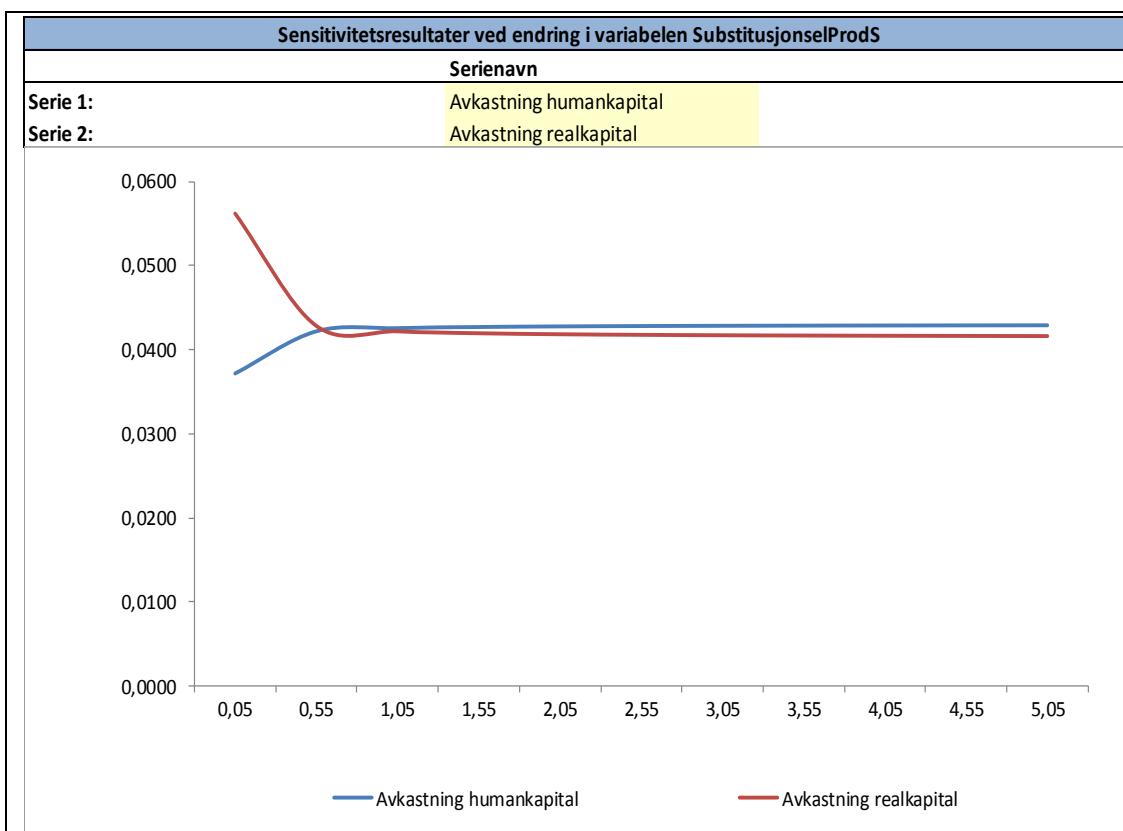
Interessant nok er effektiv rente på kapital i s-sektor også upåvirket, mens effektiv rente i k-sektor stiger i sektorens substitusjonselastisitet. Grunnen til virkningen i k-sektor er at med større substitusjonselastisitet får sektorens kapitaleiere bedre mulighet til å tilpasse seg virkningen av et sjokk. Tenk på det yttertilfellet at arbeidskraften er helt immobil. Da må kapitalen ta hele støyten ved et inntektsfall (og får hele gevinsten ved inntektsøkning). Etter hvert som substitusjonselastisten øker, stiger muligheten til å dele sjokkets virkning med resten av økonomien, i praksis med arbeidskraft.

Hvorfor fører dette resonnementet til en effektiv rente som stiger mot normalrenten istedenfor å synke mot normalrenten? Det er fordi den lille k-sektor i utgangspunktet er i en viss motfase med nasjonalformuen.

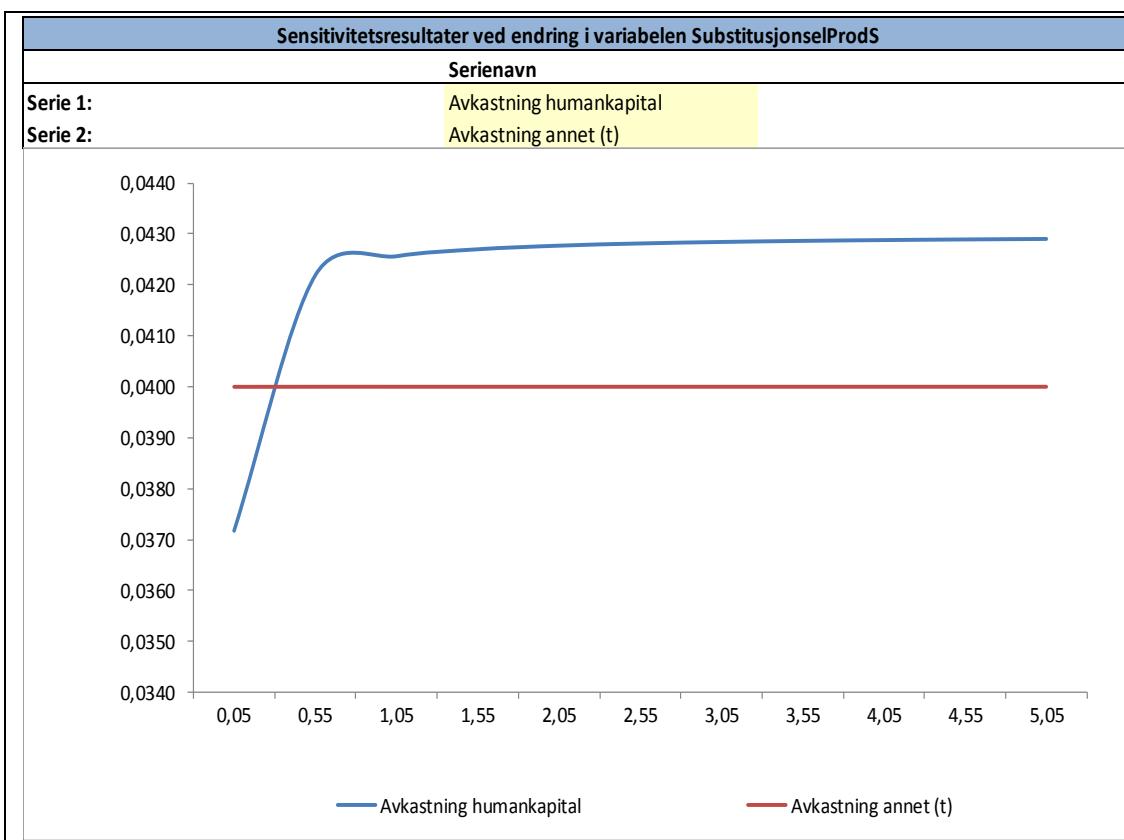


## 6.2. Substitusjon i s-sektor

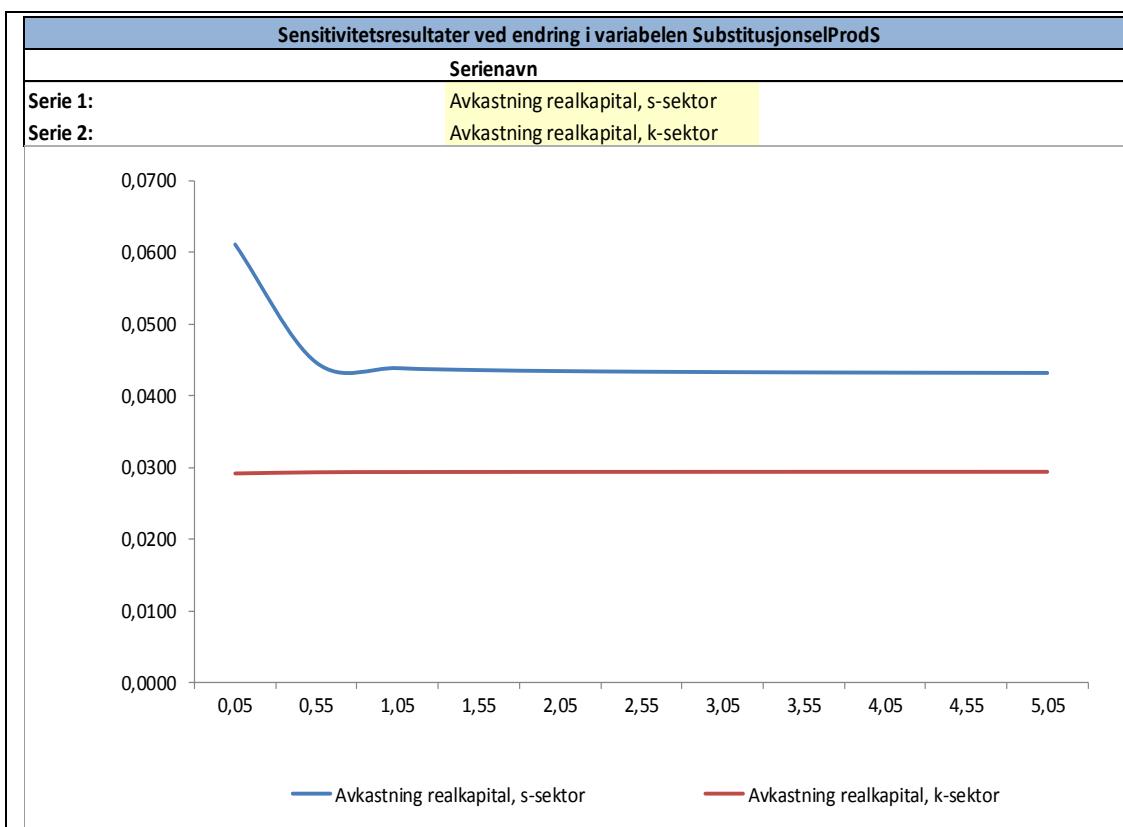
Økt substitusjon i s-sektor betyr lite eller ingenting for effektiv rente. Men hvis substitusjonsmulighetene er vesentlig under 0,5 får vi utslag. Ved en substitusjonselastisitet på 0,05 er effektiv rente på kapital nesten seks prosent. Rente på arbeidskraft er fortsatt rundt fire.



Effektiv rente på ikke-markedsgoder er fortsatt rundt fire prosent.



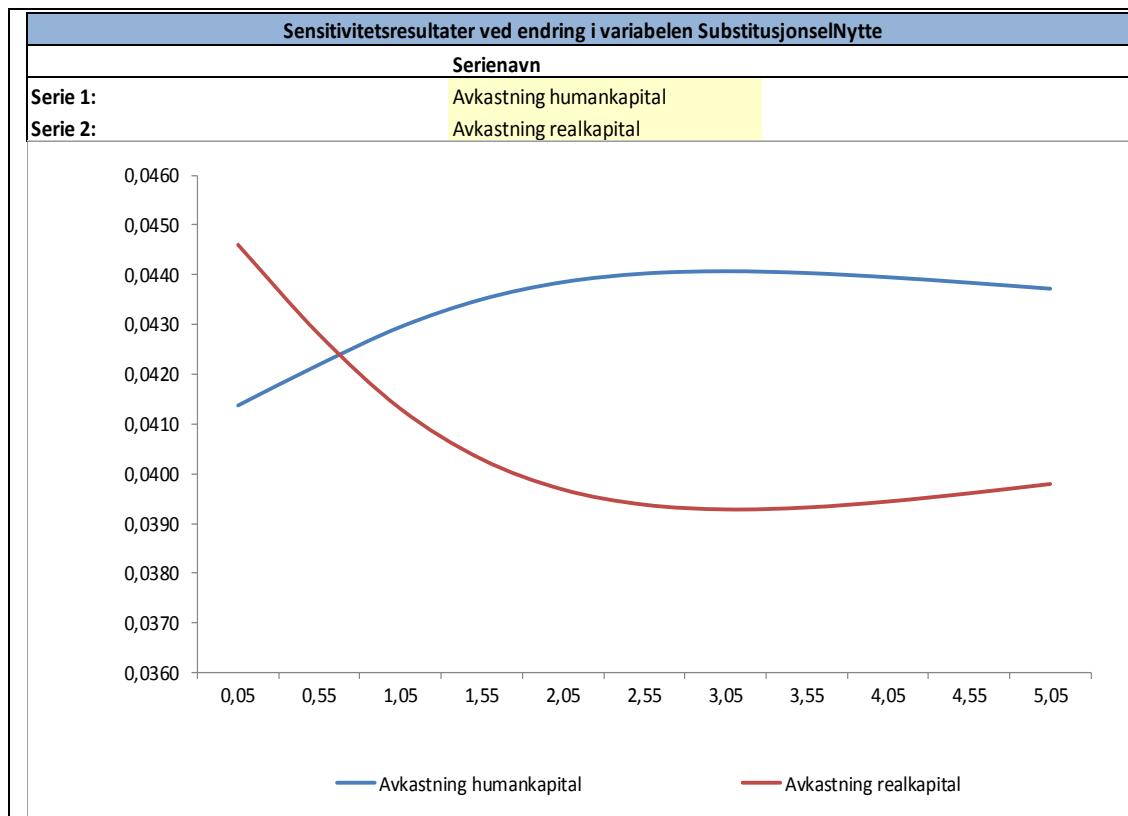
Det viser seg at den høyere effektive renta ved veldig lav substitusjonselastisitet er drevet av s-sektor, mens k-sektor nå er stabil. Igjen ser vi en utfloating mot normalnivået etter hvert som substitusjonsmulighetene bedrer seg. Siden s-sektor er i medfase i forhold til sjokkene, får vi denne gangen en effektiv rente som faller mot fire, istedenfor å stige mot fire som tilfellet var for k-sektor.



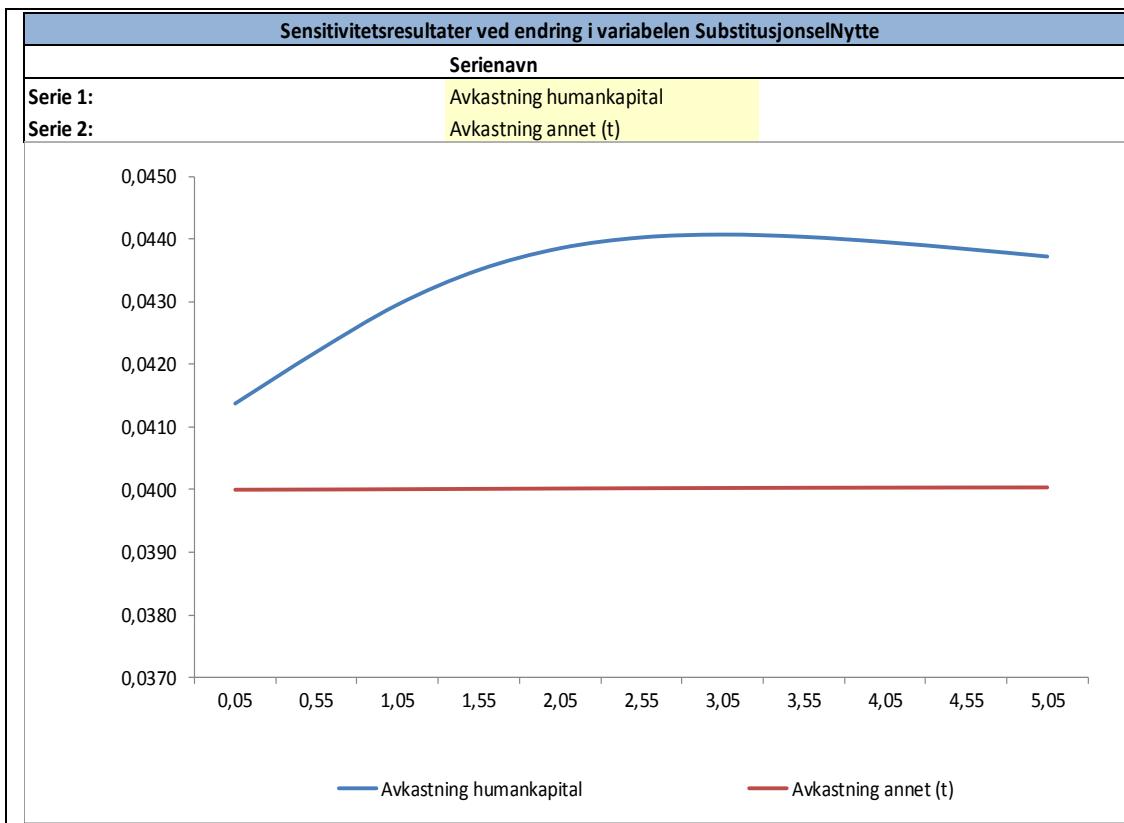
## 7. Virkningen av ulike substitusjonsmuligheter i etterspørselen etter s- og k-varer

Etter vår vurderinger det liten grunn til å tro at substitusjonselastisiteten mellom s-varer inkludert tjenester innen omsorg, utdanning, reiseliv osv på den ene side, og k-varer i form av blant annet kjøleskap, biler og klær på den annen side, er veldig stor selv på lang sikt. Andre kan imidlertid være uenige, og det har interesse å studere effekten av å variere substitusjonselastisiteten fra en meget liten til en meget stor størrelse. Her ser vi på effekten av å variere substitusjonselastisiteten fra den meget lille 0,05 til den meget store 5,05.

Figuren under har en morsom form, men tallutslagene er små. Effektiv rente på arbeidskraft og kapital er rundt fire prosent enten en ser på veldig lav, eller veldig høy grad av substitusjon i etterspørselen.



Effektiv rente for ikke-markedsgodet er fire prosent, som den skal.

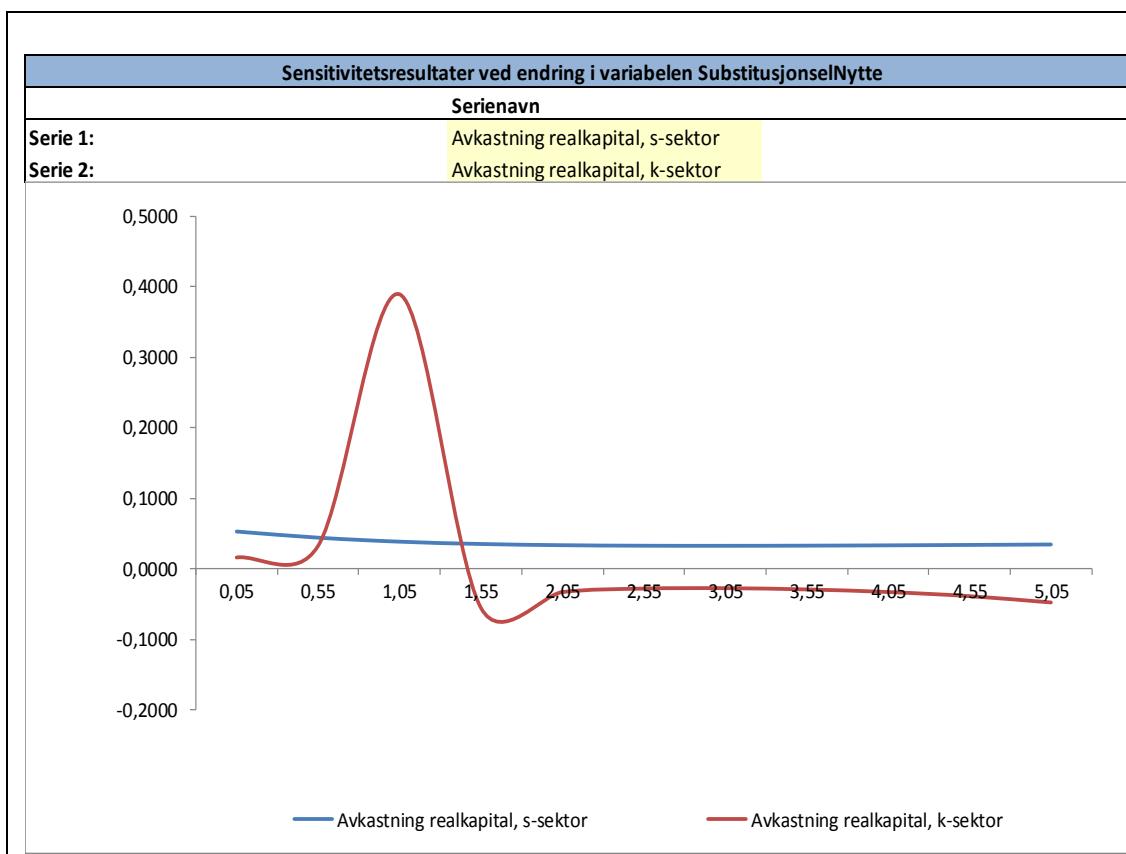


Mens effektiv rente i s-sektor er forholdsvis stabil, kommer rente i k-sektor over i det området hvor den ikke er definert, jf. kapittel 1.5. I dette tilfellet skal vi altså se bort fra tilfellet med substitusjonselastisitet over omtrent 1,0. Det kan være verdt å minne om den kritiske verdien:

$$\frac{\sigma_{KK_i,R}}{\sigma_{RR}} = \frac{rKK_i^0}{R^0(r - r^*)}$$

Dette er en funksjon av blant annet  $r^*$ , den sikre renta. Slik sett er det en tilfeldighet at nevneren går gjennom null omtrent ved substitusjonselastisitet lik 1. Formelen viser oss også hvorfor dette er noe som kan ramme k-sektor og ikke s-sektor: Kapitalinntekten er jo et helt annet og mye større tall i s-sektor enn i k-

sektor. S-sektor kan dermed tåle en mye høyere verdi på  $\frac{\sigma_{KK_i,R}}{\sigma_{RR}}$  uten at nevneren for effektiv rente går i null.



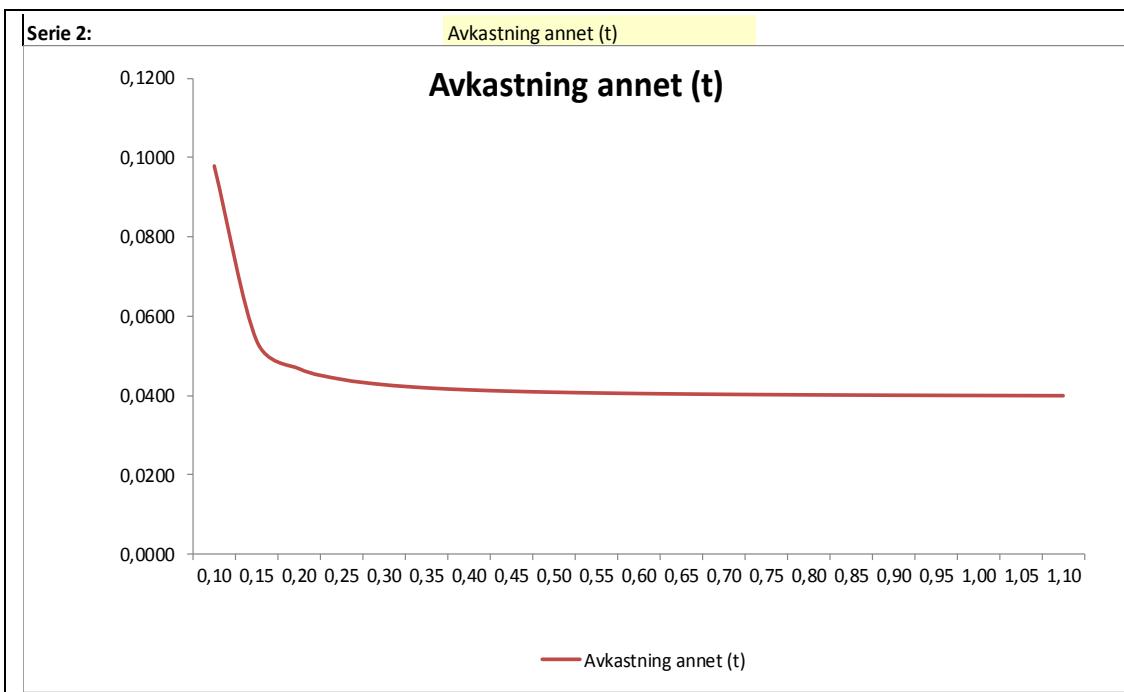
## 8. Virkningen av ulike substitusjonsmuligheter mellom markedsgodet og ikke-markedsgodet

I hovedberegningen blir rentekravet for ikke-markedsgodet lik normalrenten fire prosent, noe som skyldes at betalingsvilligheten er en lineær funksjon av inntekt. Lineariteten gjelder imidlertid bare når substitusjonselastisiteten mellom markedsgoder og ikke-markedsgoder er lik én. Hvis substitusjonselastisiteten er mindre enn én, vil betalingsvilligheten stige mer enn inntekt stiger og synke mer enn inntekt synker. Her varierer vi elastisiteten fra 0,05 til 1,10 og studerer utfallet for rentekravet.

Utfallet er at effektiv rente er en hyperbel i diagrammet. Ved substitusjonselastisitet lik 0,1, som innebærer at elastisiteten av betalingsvillighet med hensyn på inntekt er lik 10, blir effektiv rente omtrent 10 prosent.<sup>12</sup> Den faller imidlertid raskt mot normalnivået på fire prosent. Allerede ved substitusjonselastisitet lik 0,33 (tilsvarer elastisitet lik 3,0) blir renta så lav som 4,25 prosent. Ved høyere substitusjonselastisitet enn 1,0 er renta lavere enn 4,0 prosent, men den faller svært svakt.

---

<sup>12</sup> Elastisiteten av betalingsvillighet med hensyn på inntekt gir den prosentvise økningen i betalingsvillighet for ikke-markedsgodet  $T$  når markedsinntekten øker en prosent.



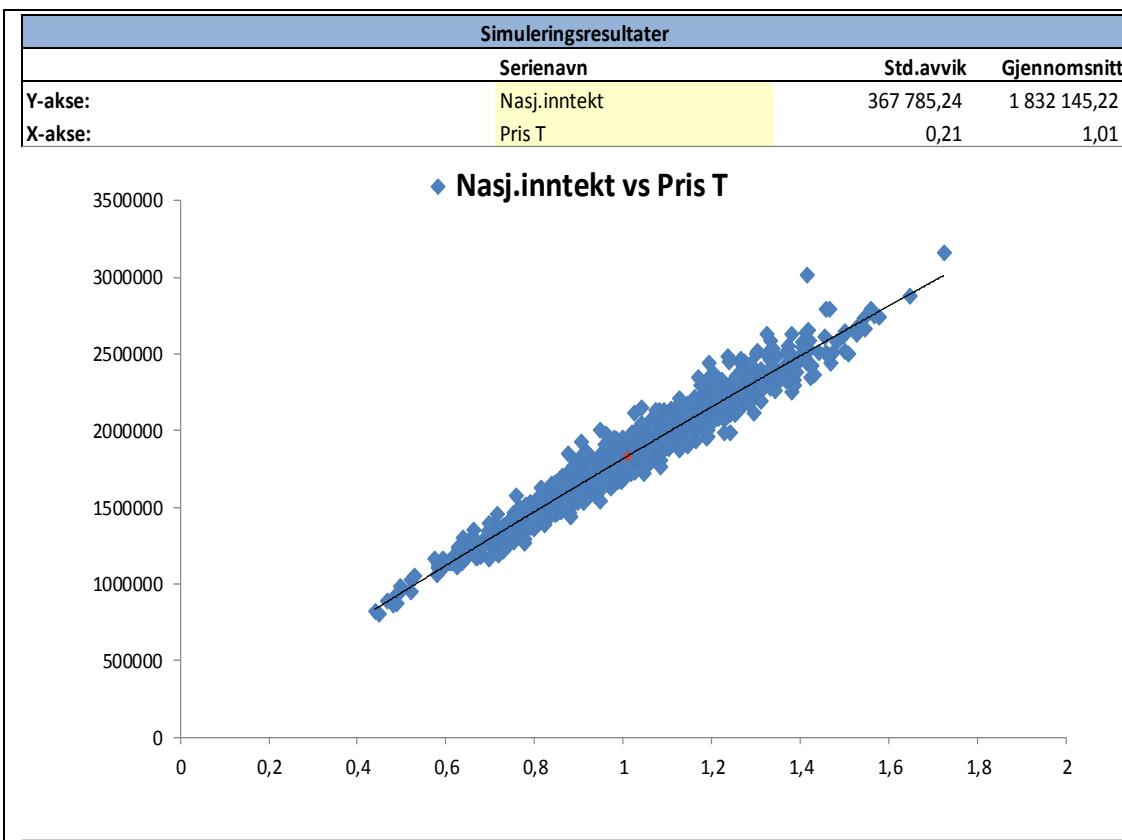
Mange vil være overrasket over at renta synker så fort, og vi ble det også selv. Vi har derfor sett nærmere på tilfellet substitusjonselastisitet lik 0,67, som innebærer at betalingsvillighetens elastisitet er 1,5. En slik elastisitet i betalingsvilje innebærer at ikke-markedsgodet opptar en større og større plass i den virtuelle inntekten over tid. Det argumenteres av og til med at vestlige samfunns stadig økende oppmerksomhet om helse, miljø og risikoreduserende tiltak kan begrunnes i en betalings-elastisitet større enn 1, kanskje så høy som 1,5.

I dette tilfellet blir effektiv rente 4,03 prosent. Det virker rart. Vi vet for eksempel at en dobling av nasjonalinntekten fører til at betalingsvilligheten øker til 2,82, dvs nesten 50 prosent mer enn nasjonalinntekten øker. En halvering av nasjonalinntekten sender betalingsvilligheten ned til 0,35, dvs nesten 50 prosent mer enn nasjonalinntekten, osv.

Slik sett skulle vi vente å finne at sammenhengen mellom nasjonalinntekt  $R$  og betalingsvillighet  $p_T$  følger en eksponentialfunksjon i simuleringene, jf. likningen for  $p_T$ , som gjentas her:

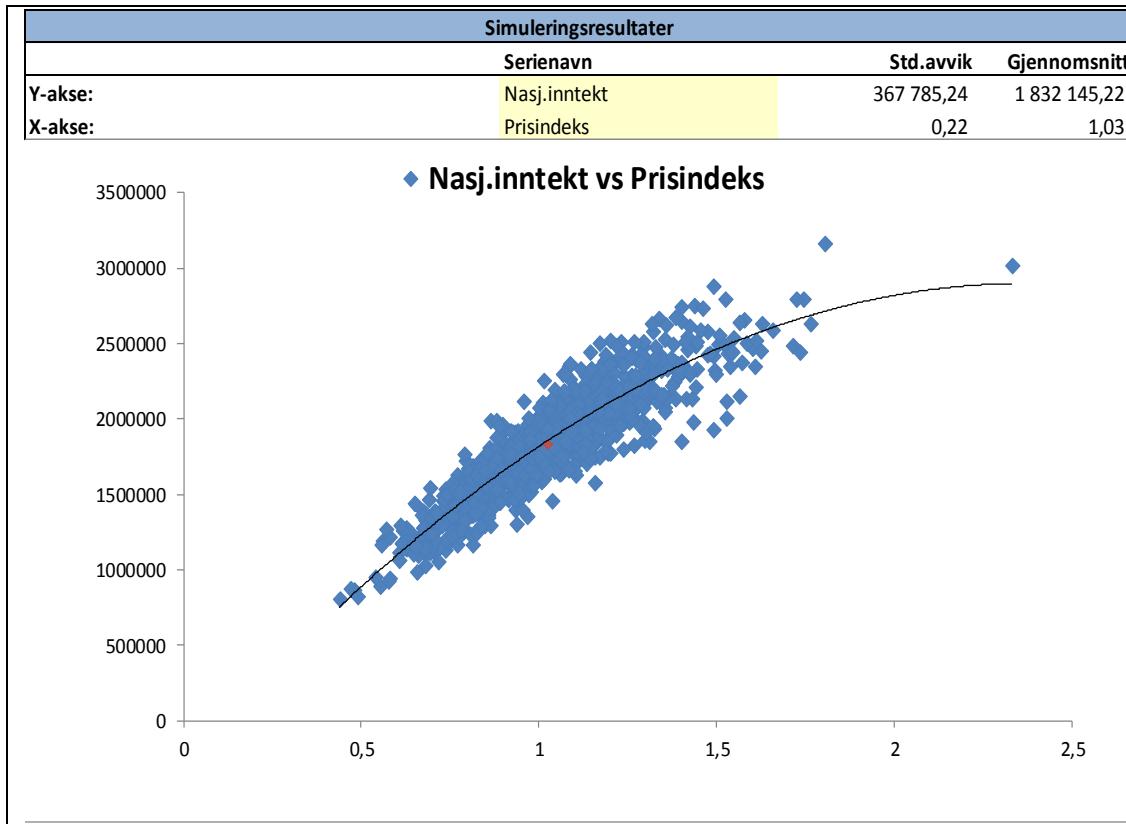
$$p_T = p_{ss}^{(\sigma_T - 1)/\sigma_T} \left( \frac{R}{R^0} \right)^{1/\sigma_T}$$

Men slik er det ikke i Monte-Carlo trekningene, jf figuren under.



Korrelasjonen mellom nasjonalinntekten og pris ved elastisitet av betalingsvillighet med hensyn på inntekt lik 1,5 er ikke eksponentiell, den minner mer om lineær. Hvorfor? Årsaken til at den ikke trenger være eksponentiell er klar når vi ser på likningen: Prisen  $p_{ss}$  kommer inn og forpurrer den endimensjonale sammenhengen mellom  $R$  og  $p_T$ . Det er en tendens til at høyere nasjonalinntekt går sammen med en høyere pris på markedsgoder, jf. figuren under. Dette betyr at korrelasjonen mellom  $R$  og  $p_T$  i figuren over både reflekterer den partielle sammenhengen mellom  $R$  og  $p_T$ , og den partielle sammenhengen mellom  $p_T$  og  $p_{ss}$ , prisen på markedsgoder, som er vist i figuren under. Vi vet at den partielle sammenhengen  $R$  og  $p_T$  er en eksponentialfunksjon, den tiltar. Figuren under viser at den partielle sammenhengen mellom  $p_T$  og  $p_{ss}$  er en rotfunksjon, den avtar. Til sammen blir det noe nær en lineær funksjon som vist i figuren over.

Det kunne innvendes at dette ble annerledes hvis vi så på «realverdien» av  $R$ , men vår modell er jo en modell i relative priser. Dersom man satte  $p_{ss}$  konstant lik 1, for eksempel, er det det samme som å velge en annen numeraire (utenlandsprisen  $p_k$  måtte frigjøres fra 1). Å velge en annen numeraire burde ikke påvirke det sentrale resultatet i analysen at effektive renter avviker lite fra markedsrenta.



For å studere situasjonen nærmere, kan vi for eksempel se på sjokkene  $\varepsilon_k = 1,34$ ,  $\varepsilon_s = 1,14$ ,  $\varepsilon_F = 1,04$ . Nasjonalinntekten øker i dette tilfellet 30 prosent, men prisen på markedsgoder øker samtidig 15 prosent, slik at  $p_T$  øker 40 prosent. Hadde alle sjokkene stått på 1,34, ville nasjonalinntekten  $R$  økt til 1,34, prisen  $p_{ss}$  ville holdt seg på 1,0 og  $p_T$  ville gått til 1,51. Ut fra eksemplet kan det se ut som det er kombinasjonen av små sjokk i noen retninger sammen med store sjokk i andre retninger, som gir resultatet.

Et siste spørsmål i denne forbindelse er hvorfor  $p_T$  sendes ned når  $p_{ss}$  øker? Hadde det ikke vært mer naturlig at  $p_T$  gikk opp når  $p_{ss}$  økte, via en substitusjonseffekt? Prisen på markedsgoder opp gir ønske om overgang til (høyere betalingsvillighet for) ikke-markedsgoder? Dette er imidlertid et feilresonnement. Vi må huske at markedsinntekten  $R$  er det beløpet man har til å kjøpe markedsgoder for. Gitt  $R$  fører økt  $p_{ss}$  til at kvantumet  $S$  av markedsgoder går ned. Siden  $T$  jo er gitt, «kjøper» samfunnet mer  $T$  i forhold til  $S$ . Konsistent med dette går betalingsvilligheten for  $T$  ned, ikke opp.

Alle andre effektive renter enn renta til  $T$  er uberørt av substitusjonselastisiteten mellom markedsgodet og ikke-markedsgodet. Det skyldes at betalingsvilligheten for ikke-markedsgodet er en følgeeffekt av den simultane modellen.

## 9. Diskusjon og implikasjoner for samfunnsøkonomisk prosjektevaluering

Resultatene i denne undersøkelsen tyder etter vår vurdering på at man i praktisk samfunnsøkonomisk analyse som oftest kan behandle alle prosjektkomponentene usikkerhetsmessig likt. Det betyr at usikkerheten som oftest kan plasseres i renta. Dette er også konklusjonen i Hagen-utvalget (NOU 2012:16).

Våre resultater fremkommer riktig nok innenfor rammen av en enkel og stilisert modell, som passer best på analyse av den forholdsvis nære fremtid. På den annen side fanger modellen sentrale trekk ved norsk økonomi, og resultatene er robuste både i forhold til sentrale teknologiparametre og adferdsparametre, og i forhold til størrelsen på, og vektlegging av sjokk. Dette gir dem etter vår vurdering økt kredibilitet.

Det forhold at mange av de som utfører samfunnsøkonomiske analyser, for eksempel i kvalitetssikringsmiljøene, har vist seg å ha problemer med å håndtere sikkerhetsekvikalens på en god måte, taler også for å droppe eksplisitte sikkerhetsekvikalerter.

Vi minner om likning (1):

$$NV = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{a_t p_{Tt} T_t - b_t w_t L_t - c_t p_{Jt} J_t}{\prod_{i=0}^t (1 + r_i^*)}$$

der  $r_i^*$  er renten på sikre investeringer. Vår konklusjon blir altså at ligningen over

for praktiske formål kan erstattes med

$$NV = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{p_{Tt} T_t - w_t L_t - p_{Jt} J_t}{\prod_{i=0}^t (1 + r_i)}$$

der  $p_T, w, p_J$  er forventningsverdier,  $r$  er kalkulasjonsrenta inklusive usikkerhet og  $i_t$  er tidsangivelser. Dersom kalkulasjonsrenta er den samme i hver periode, erstattes produktet i nevneren av det mer kjente  $(1 + r)^t$ .

Våre konklusjoner bygger på analysen som er gjennomført her. Vi har ikke gått systematisk gjennom faglitteraturen. Det er klart at analysen vår kan forbedres i ulike retninger. Spesielt vil vi peke på

- Modellanalyser bygget på modeller som er bedre empirisk fundert enn denne og som inneholder flere perioder. En mulighet kunne for eksempel være å gjøre modellanalyser basert på forenklede versjoner av MODAG eller MSG. Analyser basert på disse modellene eller andre av liknende type ville gi mulighet til å ta hensyn til det forhold at en faktisk økonomi utsettes for mange sjokk, og at sjokkene er mer eller mindre korrelerte i rom (mellan sektorer) og i tid. En form for tidsavhengighet er milepælsrisiko. En annen er «mean reversion». Osv.
- Økonometriske analyser der man studerer den statistiske samvariasjonen mellom volatiliteten/usikkerheten i sentrale makrostørrelser som lønn og driftsresultat på den ene side, og nasjonalinntekt på den annen side. Transformert til rentestørrelser vil slik historisk samvariasjon kunne gi opplysende informasjon.
- Bedre analyser av ikke-markedsgoder kan være informative. Mange (de fleste?) ikke-markedsgoder er av en slik art at aktørene i samfunnet kan endre sin etterspørsel i takt med pris og inntekt.

## Referanser

Greaker, Mads; Pål Løkkevik og Mari Aasgaard Walle (2005): *Utviklingen i den norske nasjonalformuen fra 1985 til 2004. Et eksempel på bærekraftig utvikling?* Rapport 2005/13, Statistisk sentralbyrå, Oslo.

Halleraker, Morten (1995): *Behandling av risiko i nytte-kostnadsanalyser – en prinsippredning.* SNF-rapport 41/1995. SNF, Bergen.

Johansen, Leif (1967): *Investeringskriterier fra samfunnsøkonomisk synspunkt.* Finansdepartementet-Planleggingsavdelingen.

NOU (1983): *Bruk av kalkulasjonsrente i staten.* Norges offentlige utredninger 1983:25. Universitetsforlaget, Oslo.

NOU (1997): *Nytte-kostnadsanalyser. Prinsipper for lønnsomhetsvurderinger i offentlig sektor.* Norges offentlige utredninger 1997:27. Statens forvaltningstjeneste, Oslo.

NOU (1998): *Nytte-kostnadsanalyser. Veiledning i bruk av lønnsomhetsvurderinger i offentlig sektor.* Norges offentlige utredninger 1998:16. Statens forvaltningstjeneste.

NOU (2012): *Samfunnsøkonomiske analyser.* Norges offentlige utredninger 2012:16. Departementenes servicesenter, Oslo.

Varian, Hal (1992): *Microeconomic Analysis.* Third edition. W.W. Norton & Company.

Vennemo, Haakon (2011): *Systematisk usikkerhet i praktiske samfunnsøkonomiske analyser.* VA-rapport 2011-25, Vista Analyse, Oslo.

## Vedlegg 1 – Variabelliste

$a, b, c$ : Sikkerhetsekvalenter for ikke-markedsgode, arbeidskraft og investeringer

$A, B$ : Parametre i produktfunksjonene. Eksogene

$E$ : Virtuell inntekt (brukes til virtuelt kjøp av markedsgoder og ikke-markedsgoder). Endogen.

$F$ : Statens pensjonsfond utland. Endogen.

$F^0$ : Statens pensjonsfond utland i basisverdi. Eksogen

$I$ : Overskudd på driftsbalanse med utlandet. Endogen

$J$ : Investering

$K_i$ : Kapital sektor i

$KK_i$ : Kapitalinntekt sektor i

$L$ : Ressursskranke for arbeidskraft. Eksogen.

$L_s, L_k$ : Etterspørsel etter arbeidskraft i s- og k-sektor. Endogene.

$p_k, p_s$ : produktpris for skjermet sektor (s), konkurranseutsatt sektor (k).  $p_k = 1$  (eksogen, numeraire),  $p_s$  endogen.

$p_o$ : pris på alt utenom s- og k-sektor, blant annet olje. Eksogen.

$p_{SS}$ : prisindeks for aggregatet S. Endogen.

$p_T$ : betalingsvillighet for gode utenom markedet, for eksempel tid. Endogen.

$r_F$ : Normalavkastning på statens pensjonsfond utland (rentesats). Eksogen.

$\eta$ : Faktisk avkastningsrate på rente og stønadsbalansen i basisåret. Eksogen.

$r^*$ : rentesatsen på sikre plasseringer, «sikker rente»

$r_J, r_K, r_L, r_T$ : effektiv rente knyttet til  $J, K, L, T$ .

$r_i, r$  forventet avkastning av formueskomponent i, nasjonalformue

$\bar{r}_i, \bar{r}$  gjennomsnittlig avkastning i trekningene, estimat på forventning

$r_i^j, r^j$  trekning nr. j av avkastning for formueskomponent i, nasjonalformue

$r^*$  rente på sikre papirer

$R$ : Normert nasjonalinntekt knyttet til Fastlands-Norge. Endogen.

$R^*$ : Faktisk nasjonalinntekt knyttet til Fastlands-Norge. Endogen.

$S_s, S_k$ : Shuttlevering i s- og k-sektor. Endogene

$S$ : Kvantumsaggregat av  $S_s$  og  $S_k$ . Også indikator for nytte av  $S_s$  og  $S_k$ . Kan tolkes som nyttekonsistent realinntekt. Endogen.

$T$ : Indikator for et gode utenom markedet. For eksempel tid, miljø, helse, sikkerhet. Eksogen.

$w$ : lønn, endogen

$X_s, X_k$ : Produksjon s- og k-sektor. Endogene.

$X_O$ : Produksjon av alt utenom s- og k-sektor, blant annet olje. Eksogen.

$W_i, W_M$ : formueskomponent i, nasjonalformue

$\beta_i$ : beta for inntektsstrøm i

$\varepsilon_s, \varepsilon_k, \varepsilon_F$ : sjokkvariable. Uavhengige, normalfordelt. Eksogene

$\lambda_s, \lambda_k$ : parametre i nyttefunksjonen. Lik budsjettandeler i basisverdi. Eksogene

$\sigma_s, \sigma_k, \sigma_{ss}, \sigma_T$ : substitusjonselastisiteter

$\sigma_{im}, \sigma_{mm}$ : kovarians mellom inntektsstrøm i og inntektsstrøm fra nasjonalformuen (konvensjonelt kalt markedsporteføljen (m)), varians for inntektsstrøm fra nasjonalformuen

$\eta$ : parametre i nytte- og produktfunksjonene. Relatert til substitusjonselastisitetene

ved formelen  $\sigma_i = \frac{1}{1 - \rho_i}$ .

## Vedlegg 2 – Utledning av CAPM

Beviset følger Varian (1992) Avsnitt 20.6.

Vi antar en samfunnsplanlegger som ønsker å maksimere nyttefunksjonen

$$U(C_0) + \delta E(\tilde{C}_1)$$

$C_0$  og  $\tilde{C}_1$  er konsumet i periode 0 og 1.  $\tilde{C}_1$  er en stokastisk variabel.  $E$  er forventnings-operatoren og  $\delta$  er den subjektive tidspreferanseraten. Størrelsen  $\tilde{C}_1$  her kan assosieres med samlet shuttleveranse  $S$  i vår modell for norsk økonomi.

Samfunnet har en nasjonalformue  $W_M$  som kan investeres i realobjekter som arbeidskraft (utdanning mv.), realinvesteringer i ulike næringssektorer, eller i ikke-markedsgoder som miljø, tidsbesparelser mv. Det er  $N+1$  slike objekter, hvorav ett er det sikre.

Vi lar  $x_i$  være andelen av sparingen  $W_M - C_0$  som investeres i objekt  $i$ .  $x^*$  er andelen som investeres i det sikre objektet, som har avkastning  $r^*$ . Øvrige objekter har avkastning  $\tilde{r}_i$ . Med denne notasjonen kan vi skrive

$$\tilde{C}_1 = (W_M - C_0) \left[ x^*(1+r^*) + \sum_{i=1}^N x_i(1+\tilde{r}_i) \right]$$

Nå vet vi også at investeringsandelene summerer seg til 1, eller til 100 prosent om man vil. Dermed gjelder  $x^* = 1 - \sum_{i=1}^N x_i$  og vi kan skrive

$$\tilde{C}_1 = (W_M - C_0) \left[ 1+r^* + \sum_{i=1}^N x_i(\tilde{r}_i - r^*) \right]$$

Oppgaven er nå å allokkere sparingen indikert ved  $C_0$  og investering i andelene  $x_i$  med usikker avkastning slik at forventet nytte maksimeres. Det gir følgende førsteordensbetingelser:

$$\begin{aligned} U'(C_0) - \delta E \left[ U'(\tilde{C}_1)(1+r^* + \sum_{i=1}^N x_i(\tilde{r}_i - r^*)) \right] &= 0 \\ E[U'(\tilde{C}_1)(\tilde{r}_i - r^*)] &= 0 \quad i = 1 \dots N \end{aligned}$$

Den første betingelsen forteller hvor mye som skal spares og avhenger av risikoaversjon og avkastning. Vi konsentrerer oss om de(n) andre betingelsen(e), som forteller hvor mye som skal investeres i hvert av objektene.

Kovariansidentiteten  $\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$  betyr at

$$\begin{aligned} E[U'(\tilde{C}_1)(\tilde{r}_i - r^*)] &= \text{cov}(U'(\tilde{C}_1), (\tilde{r}_i - r^*)) + E(U'(\tilde{C}_1))E(\tilde{r}_i - r^*) \\ &= \text{cov}(U'(\tilde{C}_1), \tilde{r}_i) + E(U'(\tilde{C}_1))E(\tilde{r}_i) - r^*E(U'(\tilde{C}_1)) = 0 \\ E(\tilde{r}_i) &= r_i = r^* - \frac{\text{cov}(U'(\tilde{C}_1), \tilde{r}_i)}{E(U'(\tilde{C}_1))} \end{aligned}$$

Notasjonen  $E(\tilde{r}_i) = r_i$  er den samme som er brukt i hovedteksten.

Siden sjokkene i modellen er normalfordelt vil også den simultane fordelingen for  $\tilde{C}_1, \tilde{r}_i$  være det. La oss også anta at den intertemporale nyttefunksjonen er to ganger deriverbar (CES-funksjoner er for eksempel det). Vi kan da bruke det som kalles Stein-Rubinstein lemma (Stein (1973), Rubinstein (1976), og som sier at under de nevnte betingelsene vil

$$\text{cov}(f(X), Y) = E(f'(X))\text{cov}(X, Y)$$

Dermed

$$r_i = r^* - \frac{\text{cov}(U'(\tilde{C}_1), \tilde{r}_i)}{E(U'(\tilde{C}_1))} = r^* - \frac{E(U''(\tilde{C}_1))}{E(U'(\tilde{C}_1))}\text{cov}(\tilde{C}_1, \tilde{r}_i)$$

Denne likningen for investering i objekt  $i$  må også gjelde for gjennomsnittsavkastningen på nasjonalformuen/markedsporføljen, objekt M om man vil. Dessuten må konsumet i periode 1 svinge i takt med avkastningen på markedsporføljen siden all inntekt skal brukes opp.

Dermed,

$$\text{cov}(\tilde{C}_1, \tilde{r}) = \text{cov}(1 + \tilde{r}, \tilde{r}) = \text{cov}(\tilde{r}, \tilde{r}) = \text{var}(\tilde{r})$$

og

$$\begin{aligned} r &= r^* - \frac{E(U''(\tilde{C}_1))}{E(U'(\tilde{C}_1))}\text{var}(\tilde{r}) \\ &- \frac{E(U''(\tilde{C}_1))}{E(U'(\tilde{C}_1))} = \frac{1}{\text{var}(\tilde{r})}(r - r^*) \end{aligned}$$

og

$$r_i = r^* + \frac{\text{cov}(r, \tilde{r}_i)}{\text{var}(\tilde{r})} (r - r^*) = r^* + \beta_i (r - r^*)$$

Som i hovedteksten er  $r$  forventet avkastning på markedsporteføljen.

## Vedlegg 3 – Kalibrering av modellens parametre

Vi velger enheter slik at  $p_s^0, w^0 = 1$ . (Har også at  $p_k = 1$ , numeraire).

### Kalibrering av $\lambda_k, \lambda_s$

Etterspørselen etter  $S_k$  og  $S_s$  i basisåret:

$$\frac{S_k^0}{R^0} = \frac{\lambda_k}{\lambda_s + \lambda_k}$$

$$\frac{S_s^0}{R^0} = \frac{\lambda_s}{\lambda_s + \lambda_k}$$

Verdier av  $\lambda_k, \lambda_s$  som tilfredsstiller disse betingelsene er

$$\lambda_k = \frac{S_k^0}{R^0}$$

$$\lambda_s = \frac{S_s^0}{R^0}$$

Siden basisårets priser er lik 1 har  $\lambda_k, \lambda_s$  tolkning som basisårets budsjettandeler.

### Kalibrering av $p_{ss}$

Gitt basisårspriser for s- og k-sektor lik 1 følger direkte

$$p_{ss}^0 = (\lambda_s + \lambda_k)^{1/(1-\sigma_{ss})} = 1$$

### Kalibrering av $S$

Vi snur funksjonen  $R = p_{ss}S$  og husker at  $p_{ss}=1$  i basisåret:

$$S^0 = \frac{R^0}{p_{ss}^0} = R^0$$

### Kalibrering av $\lambda_T, \lambda_{ss}$

Kalibreringen er analog med kalibrering av  $\lambda_k, \lambda_s$ .

---

**Kalibrering av  $p_T$** 

$$p_T^0 = \left( p_{ss}^0 \right)^{(\sigma_T - 1)/\sigma_T} \left( \frac{R^0}{R^0} \right)^{1/\sigma_T} = 1$$

**Kalibrering av  $A_s, A_k, B_s, B_k$**

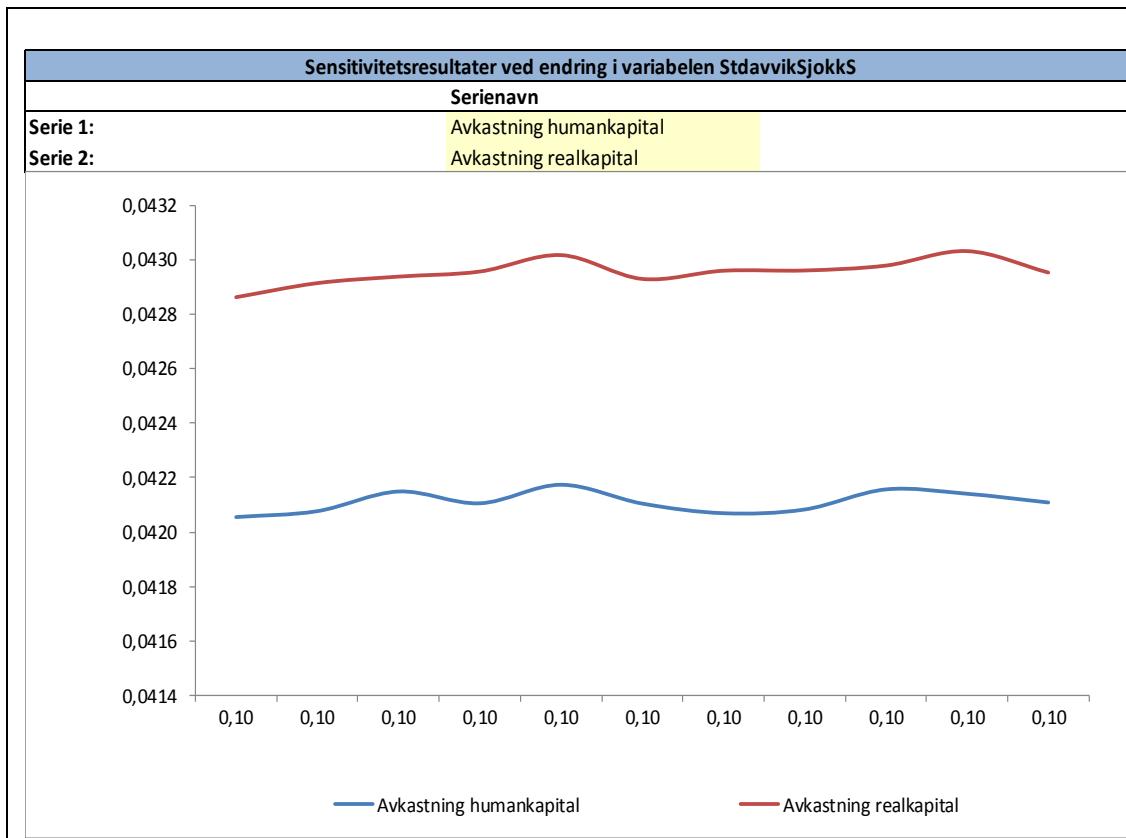
$$X_i^0 = (A_i + B_i(L_i^0)^{\rho_i})^{1/\rho_i} \text{ og } w^0 = p_i^0 B_i \left( \frac{X_i^0}{L_i^0} \right)^{1-\rho_i} = B_i \left( \frac{X_i^0}{L_i^0} \right)^{1-\rho_i} = 1 \text{ gir :}$$

$$A_i = (X_i^0)^{\rho_i} - B(L_i^0)^{\rho_i}$$

$$B_i = \left( \frac{X_i^0}{L_i^0} \right)^{\rho_i - 1}$$

## Vedlegg 4 – Stabilitet i Monte Carlo simuleringer

Dette vedlegget drøfter stabilitet i Monte Carlo simuleringene. Vi gjør det på den måten at vi beregner effektiv rente ved tusen trekninger, flere ganger etter hverandre. Dersom beta blir den samme, har vi en stabil løsning.



Figuren gir resultatet av ti beregninger av effektiv rente for arbeid og kapital, hver med tusen trekninger. Kapital i s- og k-sektor gir liknende resultater. Rentene svinger mellom 4,28 og 4,30 prosent (kapital) og 4,20 og 4,22 prosent (arbeid). De virker derfor stabile innenfor en feilmargin på  $\pm 0,01$ . Likevel har vi i våre hovedberegninger brukt 5000 iterasjoner.

## Vedlegg 5 – Ensektormodell med konstante kostnadsandeler

I teksten finner vi at

$$r_L = \frac{r^*}{1 - \frac{R^0}{r} \frac{\sigma_{wR}}{\sigma_{RR}} (r - r^*)}$$

som betyr at

$$r_L = r^* + \frac{r_L}{r} \frac{R^0}{w^0 L} \frac{L\sigma_{wR}}{\sigma_{RR}} (r - r^*)$$

Her har vi multiplisert med L oppe og nede, og lagt til  $w^0$ , som har verdien 1 i basisåret.

For en 1-sektor økonomi med  $X = \varepsilon F(L)$  har vi at

$$\frac{L\sigma_{wR}}{\sigma_{RR}} = \frac{L \sum (w - \bar{w})(R - \bar{R})}{\sum (R - \bar{R})^2} = \frac{L \sum (\varepsilon F'(L) - \bar{\varepsilon} F'(L))(\varepsilon F(L) - \bar{\varepsilon} F(L))}{\sum (\varepsilon F(L) - \bar{\varepsilon} F(L))^2} = \frac{LF'(L)}{F(L)}$$

Husk at L er gitt, det er full sysselsetting. Vi kan da sette  $F'(L)$  og  $F(L)$  utenfor parentesene.

Størrelsen  $LF'(L)/F(L)$  er lønnsandelen i økonomien, som altså er uavhengig av sjokkene. Vi kaller denne lønnsandelen for  $\alpha$ . Vi har da

$$r_L = r^* + \frac{r_L}{r} \frac{\alpha}{\alpha^0} (r - r^*)$$

Siden  $\alpha$  er uavhengig av sjokk er  $\alpha/\alpha^0 = 1$ . Setter vi dette inn i ligningen over og løser mhp  $r_L$  finner vi  $r_L = r$ , og dermed også  $\beta = 1$ .

## Concept rapportserie

Papirtrykk: ISSN 0803-9763

Elektronisk utgave på internett: ISSN 0804-5585

Lastes ned fra: [www.concept.ntnu.no/publikasjoner/rapportserie](http://www.concept.ntnu.no/publikasjoner/rapportserie)

Rapport	Tittel	Forfatter
Nr. 1	Styring av prosjektporbeføljer i staten. Usikkerhetsavsetning på porteføljenivå <i>Project Portfolio Management. Estimating Provisions for Uncertainty at Portfolio Level.</i>	Stein Berntsen og Thorleif Sunde
Nr. 2	Statlig styring av prosjektleidelse. Empiri og økonomiske prinsipper. <i>Economic Incentives in Public Project Management</i>	Dag Morten Dalen, Ola Lædre og Christian Riis
Nr. 3	Beslutningsunderlag og beslutninger i store statlige investeringsprosjekt <i>Decisions and the Basis for Decisions in Major Public Investment Projects</i>	Stein V. Larsen, Eilif Holte og Sverre Haanæs
Nr. 4	Konseptutvikling og evaluering i store statlige investeringsprosjekt <i>Concept Development and Evaluation in Major Public Investment Projects</i>	Hege Gry Solheim, Erik Dammen, Håvard O. Skaldebø, Eystein Myking, Elisabeth K. Svendsen og Paul Torgersen
Nr. 5	Bedre behovsanalyser. Erfaringer og anbefalinger om behovsanalyser i store offentlige investeringsprosjekt <i>Needs Analysis in Major Public Investment Projects. Lessons and Recommendations</i>	Petter Næss
Nr. 6	Målformulering i store statlige investeringsprosjekt <i>Alignment of Objectives in Major Public Investment Projects</i>	Ole Jonny Klakegg
Nr. 7	Hvordan trur vi at det blir? Effektvurderinger av store offentlige prosjekt <i>Up-front Conjecture of Anticipated Effects of Major Public Investment Projects</i>	Nils Olsson
Nr. 8	Realopsjoner og fleksibilitet i store offentlige investeringsprosjekt <i>Real Options and Flexibility in Major Public Investment Projects</i>	Kjell Arne Brekke
Nr. 9	Bedre utforming av store offentlige investeringsprosjekter. Vurdering av behov, mål og effekt i tidligfasen <i>Improved Design of Public Investment Projects. Up-front Appraisal of Needs, Objectives and Effects</i>	Petter Næss med bidrag fra Kjell Arne Brekke, Nils Olsson og Ole Jonny Klakegg
Nr. 10	Usikkerhetsanalyse – Kontekst og grunnlag <i>Uncertainty Analysis – Context and Foundations</i>	Kjell Austeng, Olav Torp, Jon Terje Midtbø, Ingemund Jordanger, og Ole Morten Magnussen
Nr. 11	Usikkerhetsanalyse – Modellering, estimering og beregning <i>Uncertainty Analysis – Modeling, Estimation and Calculation</i>	Frode Drevland, Kjell Austeng og Olav Torp
Nr. 12	Metoder for usikkerhetsanalyse <i>Uncertainty Analysis – Methodology</i>	Kjell Austeng, Jon Terje Midtbø, Vidar Helland, Olav Torp og Ingemund Jordanger

## Concept rapportserie

Papirtrykk: ISSN 0803-9763

Elektronisk utgave på internett: ISSN 0804-5585

Lastes ned fra: [www.concept.ntnu.no/publikasjoner/rapportserie](http://www.concept.ntnu.no/publikasjoner/rapportserie)

Rapport	Tittel	Forfatter
Nr. 13	Usikkerhetsanalyse – Feilkilder i metode og beregning <i>Uncertainty Analysis – Methodological Errors in Data and Analysis</i>	Kjell Austeng, Vibeke Binz og Frode Drevland
Nr. 14	Positiv usikkerhet og økt verdiskaping <i>Positive Uncertainty and Increasing Return on Investments</i>	Ingemund Jordanger
Nr. 15	Kostnadsusikkerhet i store statlige investeringsprosjekter; Empiriske studier basert på KS2 <i>Cost Uncertainty in Large Public Investment Projects. Empirical Studies</i>	Olav Torp (red.), Ole Morten Magnussen, Nils Olsson og Ole Jonny Klakegg
Nr. 16	Kontrahering i prosjektets tidligfase. Forsvarets anskaffelser. <i>Procurement in a Project's Early Phases. Defense Aquisitions</i>	Erik N. Warberg
Nr. 17	Beslutninger på svakt informasjonsgrunnlag. Tilnærmingar og utfordringer i prosjekters tidlige fase <i>Decisions Based on Scant Information. Challenges and Tools During the Front-end Phases of Projects</i>	Kjell Sunnevåg (red.)
Nr. 18	Flermålsanalyser i store statlige investeringsprosjekt <i>Multi-Criteria Decision Analysis In Major Public Investment Projects</i>	Ingemund Jordanger, Stein Malerud, Harald Minken, Arvid Strand
Nr. 19	Effektvurdering av store statlige investeringsprosjekter <i>Impact Assessment of Major Public Investment Projects</i>	Bjørn Andersen, Svein Bråthen, Tom Fagerhaug, Ola Nafstad, Petter Næss og Nils Olsson
Nr. 20	Investorers vurdering av prosjekters godhet <i>Investors' Appraisal of Project Feasibility</i>	Nils Olsson, Stein Frydenberg, Erik W. Jakobsen, Svein Arne Jessen, Roger Sørheim og Lillian Waagø
Nr. 21	Logisk minimalisme, rasjonalitet - og de avgjørende valg <i>Major Projects: Logical Minimalism, Rationality and Grand Choices</i>	Knut Samset, Arvid Strand og Vincent F. Hendricks
Nr. 22	Miljøøkonomi og samfunnsøkonomisk lønnsomhet <i>Environmental Economics and Economic Viability</i>	Kåre P. Hagen
Nr. 23	The Norwegian Front-End Governance Regime of Major Public Projects – A Theoretically Based Analysis and Evaluation	Tom Christensen
Nr. 24	Markedsorienterte styringsmetoder i miljøpolitikken <i>Market oriented approaches to environmental policy</i>	Kåre P. Hagen
Nr. 25	Regime for planlegging og beslutning i sykehusprosjekter <i>Planning and Decision Making in Hospital Projects. Lessons with the Norwegian Governance Scheme.</i>	Asmund Myrbostad, Tarald Rohde, Pål Martinussen og Marte Lauvsnes

## Concept rapportserie

Papirtrykk: ISSN 0803-9763

Elektronisk utgave på internett: ISSN 0804-5585

Lastes ned fra: [www.concept.ntnu.no/publikasjoner/rapportserie](http://www.concept.ntnu.no/publikasjoner/rapportserie)

Rapport	Tittel	Forfatter
Nr. 26	Politisk styring, lokal rasjonalitet og komplekse koalisjoner. Tidligfaseprosessen i store offentlige investeringsprosjekter <i>Political Control, Local Rationality and Complex Coalitions. Focus on the front-end of large public investment projects</i>	Erik Whist, Tom Christensen
Nr. 27	Verdsetting av fremtiden. Tidshorisont og diskonteringsrenter <i>Valuing the future. Time horizon and discount rates</i>	Kåre P. Hagen
Nr. 28	Fjorden, byen og operaen. En evaluering av Bjørvikautbyggingen i et beslutningsteoretisk perspektiv <i>The Fjord, the City and the Opera. An Evaluation of Bjørvika Urban Development</i>	Erik Whist, Tom Christensen
Nr. 29	Levedyktighet og investeringstiltak. Erfaringer fra kvalitetssikring av statlige investeringsprosjekter <i>Sustainability and Public Investments. Lessons from Major Public Investment Projects</i>	Ola Lædre, Gro Holst Volden, Tore Haavaldsen
Nr. 30	Etterevaluering av statlige investeringsprosjekter. Konklusjoner, erfaringer og råd basert på pilotevaluering av fire prosjekter <i>Evaluating public investment projects. Lessons and advice from a meta-evaluation of four projects</i>	Gro Holst Volden og Knut Samset
Nr. 31	Store statlige investeringers betydning for konkurranse- og markedsutviklingen. Håndtering av konkurransemessige problemstillinger i utredningsfasen <i>Major public investments' impact on competition. How to deal with competition issues as part of the project appraisal</i>	Asbjørn Englund, Harald Bergh, Aleksander Møll og Ove Skaug Halsos
Nr. 32	Analyse av systematisk usikkerhet i norsk økonomi. <i>Analysis of systematic uncertainty in the Norwegian economy.</i>	Haakon Vennemo, Michael Hoel og Henning Wahlquist

# Concept rapport 32

[www.concept.ntnu.no](http://www.concept.ntnu.no)

Forskningsprogrammet Concept skal utvikle kunnskap som sikrer bedre ressursutnytting og effekt av store, statlige investeringer. Programmet driver følgeforskning knyttet til de største statlige investeringsprosjektene over en rekke år. En skal trekke erfaringer fra disse som kan bedre utformingen og kvalitetssikringen av nye investeringsprosjekter før de settes i gang.

Concept er lokalisert ved Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet i Trondheim (NTNU), ved Fakultet for ingeniørvitenskap og teknologi. Programmet samarbeider med ledende norske og internasjonale fagmiljøer og universiteter, og er finansiert av Finansdepartementet.

*The Concept research program aims to develop know-how to help make more efficient use of resources and improve the effect of major public investments. The Program is designed to follow up on the largest public projects over a period of several years, and help improve design and quality assurance of future public projects before they are formally approved.*

*The program is based at The Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Faculty of Engineering Science and Technology. It cooperates with key Norwegian and international professional institutions and universities, and is financed by the Norwegian Ministry of Finance.*

## **Address:**

The Concept Research Program  
Høgskoleringen 7A  
N-7491 NTNU  
Trondheim  
NORWAY

Tel.: +47 73 59 46 70

ISSN: 0803-9763  
ISBN: 978-82-93253-13-6

